

# 단원 종합 평가

1. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 3, 중하]

①  $A = \{x|x \text{는 짝수}\}$  이면  $A$  는 유한집합이다.

②  $B = \{0, 1, 2\}$  이면  $2 \in B$  이다.

③  $C = \{x|x \text{는 } 2 < x < 4 \text{인 짝수}\}$  이면  $n(C) = 1$  이다.

④  $D = \{x|x \text{는 } 6 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}$  이면  $D = \emptyset$  이다.

⑤  $n(\{0, 1, 4\}) - n(\{1, 2\}) = 1$  이다.

해설

①  $A = \{x|x \text{는 짝수}\}$  이면  $A$  는 무한집합이다.

③  $C = \{x|x \text{는 } 2 < x < 4 \text{인 짝수}\}$  이면  $n(C) = 0$  이다.

④  $D = \{x|x \text{는 } 6 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}$  이면  $D = \{2, 4\}$  이다.

2. 현정이네 반 학생 35 명 중 야구만 잘하는 학생은 12 명, 축구만 잘하는 학생은 13 명이고, 둘 다 못하는 학생은 4 명이다. 야구와 축구를 모두 잘하는 학생은 몇 명인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 6명

해설

현정이네 반 학생 전체의 집합을  $U$ , 야구를 잘하는 학생들의 집합을  $A$ , 축구를 잘하는 학생들의 집합을  $B$  라고 하면,

$$n(U) = 35, n(A - B) = 12,$$

$$n(B - A) = 13, n((A \cup B)^c) = 4$$

$$n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 35 - 4 = 31$$

$$n(A \cup B) = n(A - B) + n(B - A) + n(A \cap B)$$

$$31 = 12 + 13 + n(A \cap B)$$

$$n(A \cap B) = 6$$

3. 다음 보기 중 집합인 것은 모두 몇 개인가?

보기

㉠ 4 보다 작은 자연수의 모임

㉡ 피아노를 잘 치는 사람의 모임

㉢ 1 보다 크고 2 보다 작은 자연수의 모임

㉣ 7 의 배수의 모임

㉤ 수 30341 에 나타나 있는 숫자의 모임

[배점 4, 중중]

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

㉡ ‘잘치는’ 이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.

4.  $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\} \subset X \subset \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$  를 만족하는 집합  $X$  는 모두 몇 개인가?

[배점 4, 중중]

- ① 2 개      ② 4 개      ③ 6 개  
 ④ 8 개      ⑤ 10 개

해설

$\{1, 2, 4\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$   
 집합  $X$  는 원소 1, 2, 4 를 반드시 포함하는  $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$  의 부분집합이므로 그 개수는  $2^3 = 8$  (개)이다.

5. 전체집합  $U$  의 두 부분집합  $A, B$  에 대하여  $n(U) = 40, n(A) = 18, n(A \cap B^c) = 10, n(B) = 19$  일 때,  $n(B \cap A^c)$  은?

[배점 4, 중중]

- ① 8      ② 9      ③ 10      ④ 11      ⑤ 12

해설

$n(A) = 18, n(A - B) = 10$  이므로  $n(A \cap B) = 8$  이다.  
 $n(B \cap A^c) = n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 19 - 8 = 11$  이다.

6. 자연수들로 이루어진 두 집합  $X, Y$  에 대하여  $X+Y = \{x+y \mid x \in X, y \in Y\}$  라 하자.  $X = \{3, 6, 9, \dots\}$ ,  $Y = \{5, 10, 15, \dots\}$  라 할 때, 집합  $X+Y$  의 원소 중에서 20 이하의 자연수의 개수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 9개

해설

$X+Y$  가 20 이하인 수는

$x = 3$  일 때,  $y = 5, 10, 15$  의 3가지이고

$x = 6, 9$  일 때,  $y = 5, 10$  의 각각 2가지이고

$x = 12, 15$  일 때,  $y = 5$  의 각각 1가지이다. 따라서 모두 9개이다.

7. 다음 보기의 밑줄 친 것 중에서 기준이 명확한 것은 몇 개인가?

보기

- ㉠ 우리 반에서는 100m를 잘하는 학생들을 뽑아 방과 후에 1시간씩 달리기 연습을 한다.  
 ㉡ 우리 반에서 인기가 좋은 학생을 반장 후보로 세울 것이다.  
 ㉢ 운동을 잘하는 학생은 집중력이 좋다.  
 ㉣ 평균이 85점 이상인 학생은 우등생이다.  
 ㉤ 월드컵 성적이 비교적 좋은 나라들의 모임  
 ㉥ 영토가 아름다운 국가의 모임  
 ㉦ 10에 가장 가까운 자연수의 모임

[배점 5, 중상]

- ① 1개      ② 2개      ③ 3개  
 ④ 4개      ⑤ 5개

해설

- ㉠ ‘잘하는’ 이라는 단어는 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.
- ㉡ ‘좋은’ 이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ㉢ ‘잘하는’ 이라는 단어는 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.
- ㉣ ‘비교적’ 이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ㉤ ‘아름다운’ 은 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

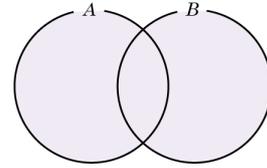
8. 전체집합  $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  의 두 부분집합  $A, B$  에 대하여  $B = \{1, 3, 4\}$ ,  $A^C \cap B = \{4\}$  일 때, 집합  $A$  가 될 수 있는 모든 집합의 개수는? [배점 5, 중상]

- ① 1 개                      ② 2 개                      ③ 3 개
- ④ 4 개                      ⑤ 5 개

해설

$B = \{1, 3, 4\}$ ,  $A^C \cap B = \{4\}$  이므로 남은 원소는 2, 5 이므로  $A$  가 될 수 있는 모든 집합의 개수는  $2 \times 2 = 4$ (개) 이다.

9. 두 집합  $A = \{1, 3, 5, 9, 15\}$ ,  $B = \{3 \times x \mid x \in A\}$  에 대하여 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합의 원소의 합을 구하여라.

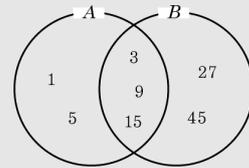


[배점 5, 중상]

- ▶ 답:
- ▷ 정답: 105

해설

$B = \{3 \times x \mid x \in A\}$  는 집합  $A$  의 원소를  $x$  에 대입한 수들의 집합이다.  
 원소나열법으로 고쳐보면,  
 $B = \{3, 9, 15, 27, 45\}$  이다.  
 벤 다이어그램을 그리면 다음과 같다.



색칠한 부분의 원소는  $\{1, 3, 5, 9, 15, 27, 45\}$  이다.  
 따라서 모든 원소의 합은  
 $1 + 3 + 5 + 9 + 15 + 27 + 45 = 105$  이다.

10.  $n(\{0, \emptyset, \{0, 2\}, \{1\}\}) \times n(\{0, 1\}) - n(\emptyset)$  를 구하여라.  
 [배점 5, 상하]

- ▶ 답:
- ▷ 정답: 8

해설

$$n(\{\{0\}, \emptyset, \{0, 2\}, \{1\}\}) \times n(\{0, 1\}) - n(\emptyset) = 4 \times 2 - 0 = 8$$

11. 근영이는 이번 생일에 남자친구한테 저금통을 선물받았다. 이 저금통은 비밀번호가 다섯 자리 수로 된 자물쇠가 달려있고 비밀번호는 다음 문제를 풀어야 알 수 있다.  
다음 문제를 보고, 비밀번호가 될 수 있는 다섯 숫자를 원소나열법으로 나타내어라.

두 집합  $A = \{0, 1, 2, 3\}$   $B = \{1, 2, 4, 6\}$  에 대하여, 자물쇠의 비밀번호는 집합  $A$  에서 홀수인 원소와 집합  $B$  에서 짝수인 원소를 합친 것이다.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: {1, 2, 3, 4, 6}

해설

집합  $A$  에서 홀수인 원소는 1, 3, 집합  $B$  에서 짝수인 원소는 2, 4, 6이므로 자물쇠의 비밀번호는 1, 2, 3, 4, 6으로 되어있다.

12. 전체집합  $U = \{x \mid x \leq 100 \text{인 자연수}\}$  의 세 부분집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$ ,  $B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}$ ,  $C = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$  에 대하여  $n((A^c \cap B) \cup (A - C))$  를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 32

해설

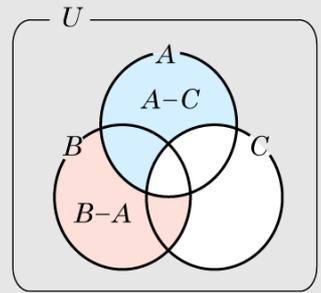
$A^c \cap B = B - A$  이므로  $(B - A) \cap (A - C) = \emptyset$

$$\therefore n((A^c \cap B) \cup (A - C)) = n(A^c \cap B) + n(A - C)$$

$$n(A^c \cap B) = n(B - A) = n(B) - n(B \cap A) = 20 - 5 = 15$$

$$n(A - C) = n(A) - n(A \cap C) = 25 - 8 = 17$$

$$\therefore 15 + 17 = 32$$



13. 세 집합  $A, B, C$  가  $n(A) = 7, n(B) = 5, n(C) = 4, n(A - B) = 5, n(B - C) = 4, n(C - A) = 4$  일 때,  $n(A \cup B \cup C)$  를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 5 \rightarrow n(A \cap B) = 2$$

$$n(B - C) = n(B) - n(B \cap C) = 4 \rightarrow n(B \cap C) = 1$$

$$n(C - A) = n(C) - n(C \cap A) = 4 \rightarrow n(C \cap A) = 0$$

$$n(C \cap A) = 0 \rightarrow n(A \cap B \cap C) = 0,$$

$$\therefore n(A \cup B \cup C)$$

$$= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$$

$$= 7 + 5 + 4 - 2 - 1 - 0 + 0 = 13$$

14. 자연수를 원소로 하는 두 집합

$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ ,  $B = \{a+x | a \in A\}$  가 있다.  
 $A \cap B = \{5, 7\}$  이고, 집합  $A$  의 원소의 합이 16 ,  
 $A \cup B$  의 원소의 합이 36 일 때, 집합  $B$  의 원소의  
 합을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 32

해설

$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$  이므로

$$B = \{a+x | a \in A\}$$

$$= \{a_1+x, a_2+x, a_3+x, a_4+x\}$$

따라서 집합  $A$  의 원소의 합은

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 16$$

집합  $B$  의 원소의 합은

$$(a_1+x) + (a_2+x) + (a_3+x) + (a_4+x) = 16 + 4x$$

$A \cup B$  의 원소의 합은

$$(a_1 + a_2 + a_3 + a_4) + (a_1+x) + (a_2+x) +$$

$$(a_3+x) + (a_4+x) - 5 - 7$$

$$= 16 + 16 + 4x - 5 - 7$$

$$= 20 + 4x = 36$$

$$\therefore x = 4$$

따라서 집합  $B$  의 원소의 합은  $16 + 4 \times 4 = 32$

15. 어느 학급에서 ‘자주 먹는 고기의 종류’ 를 조사한 결  
 과, 모든 학생이 닭고기, 돼지고기, 소고기 중 적어도  
 하나의 고기를 선택하였다. 닭고기를 선택한 학생은 31  
 명, 돼지고기를 선택한 학생은 27 명, 소고기를 선택한  
 학생은 23 명이였다. 또, 세 종류의 고기 중 한 종류만  
 선택한 학생 중 14 명은 닭고기를, 15 명은 돼지고기를,  
 9 명은 소고기를 선택하였다. 세 종류의 고기를 모두  
 선택한 학생이 7 명일 때, 이 학급의 학생 수를 구하여  
 라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 56명

해설

닭고기를 선택한 학생의 집합을  $A$  , 돼지고기를  
 선택한 학생의 집합을  $B$  , 소고기를 선택한 학생의  
 집합을  $C$  라 두면,

$$\text{닭고기만을 선택한 학생 수는 } n(A) - n(A \cap B) -$$

$$n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) = 14 ,$$

$$\text{돼지고기만을 선택한 학생 수는 } n(B) - n(A \cap B) -$$

$$n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C) = 15 ,$$

$$\text{소고기만을 선택한 학생 수는 } n(C) - n(B \cap C) -$$

$$n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) = 9 ,$$

위의 세 식을 모두 더하면,

$$n(A) + n(B) + n(C) - 2(n(A \cap B) + n(B \cap C) +$$

$$n(C \cap A)) + 3n(A \cap B \cap C) = 38 ,$$

$$n(A) = 31, n(B) = 27, n(C) = 23, n(A \cap B \cap$$

$$C) = 7 \text{ 이므로}$$

$$31 + 27 + 23 - 2(n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap$$

$$A)) + 21 = 38$$

$$\rightarrow n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) = 32$$

모든 학생이 닭고기, 돼지고기, 소고기 중 적어도  
 하나의 고기를 선택하였으므로,

$$n(U) = n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) -$$

$$(n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A)) + n(A \cap B \cap C)$$

$$= 31 + 27 + 23 - 32 + 7 = 56$$