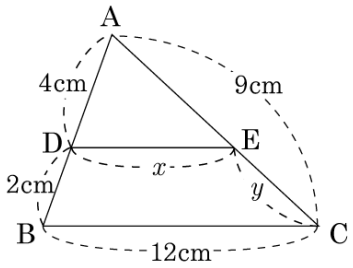
약점 보강 1

1. 다음 그림에서 $\overline{BC} // \overline{DE}$ 일 때, $x+y$ 를 구하면?



[배점 3, 하상]

① 9 ② 10 ③ 10.5

④ 11 ⑤ 11.5

해설

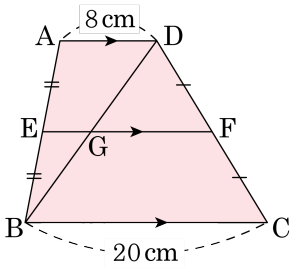
$4 : 6 = x : 12$ 이므로 $x = 8$

$\overline{AB} : \overline{DB} = \overline{AC} : \overline{EC}$ 이므로 $6 : 2 = 9 : y$

$y = 3$

$\therefore\ x+y = 11$

2. 다음 그림에서 $\overline{AD} // \overline{EF} // \overline{BC}$ 이고, 점 E, F 는 사다리꼴 ABCD 의 두 변 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 를 각각 이등분한다. $\overline{EF}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답:

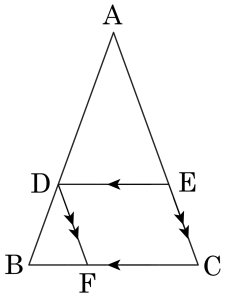
▷ 정답: 14 cm

해설

삼각형의 중점연결정리를 이용하면 $\overline{EG} = 8 \times \frac{1}{2} = 4$, $\overline{GF} = 20 \times \frac{1}{2} = 10$ 이므로 $\overline{EF} = 4 + 10 = 14$ 이다.

3. 다음 그림과 같은 △ABC 에서 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 이면 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{DF}$ 임을 증명하는 과정이다. 다음 중 옳은 것은?

보기



다음 그림과 같이 점 D 에서 $\overline{AC}$ 에 [ㄱ]한 직선을 그어

[ㄴ]와 만나는 점을 F 라고 하면,

△ADE ∽ [ㄷ] ([ㄹ] 닮음) 이므로 $\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} :$ [ㅁ] 이다.

[배점 3, 하상]

① ㄱ : 수직 ② ㄴ : $\overline{AB}$

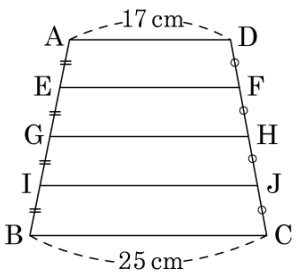
③ ㄷ : △EFC ④ ㄹ : SAS

⑤ ㅁ : $\overline{DF}$

해설

△ADE △DBF (AA 닮음) 이므로 $\overline{AD}$: $\overline{DB}$ = $\overline{AE}$: $\overline{DF}$ 이다.

4. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ // $\overline{BC}$ 일 때, $\overline{EF}$ 와 $\overline{IJ}$ 의 길이의 차를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4 cm

해설

$\overline{AE} = a$ 라고 하면

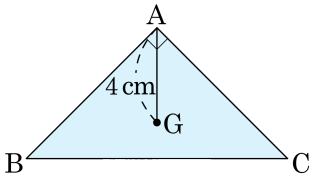
$\overline{GH} = \dfrac{25 \times 2a + 17 \times 2a}{2a + 2a} = \dfrac{25 + 17}{2} = 21(\text{cm})$

$\overline{EF} = \dfrac{21 \times a + 17 \times a}{a + a} = \dfrac{21 + 17}{2} = 19(\text{cm})$

$\overline{IJ} = \dfrac{25 \times a + 21 \times a}{a + a} = \dfrac{25 + 21}{2} = 23(\text{cm})$

$\overline{IJ} - \overline{EF} = 23 - 19 = 4(\text{cm})$

5. 그림에서 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC의 무게중심을 G라 한다. $\overline{AG} = 4\text{cm}$일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



[배점 3, 중하]

① 6cm ② 8cm ③ 10cm

④ 12cm ⑤ 16cm

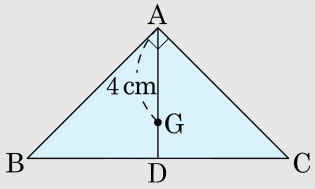
해설

점 A에서 무게중심 G를 지나는 직선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 D라고 하면,

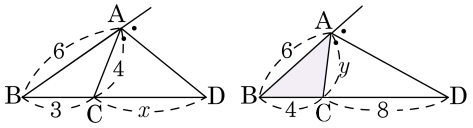
$\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$이므로, $2 : 1 = 4 : \overline{GD}$, $\overline{GD} = 2(\text{cm})$,

$\overline{AD} = \overline{AG} + \overline{GD} = 6(\text{cm})$

$\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{BC} = 12(\text{cm})$이다.



6. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 외각의 이등분선일 때, $x + y$ 의 값은?



[배점 4, 중중]

① 4 ② 6 ③ 10 ④ 14 ⑤ 20

해설

$6 : 4 = (x + 3) : x$

$6x = 4x + 12$

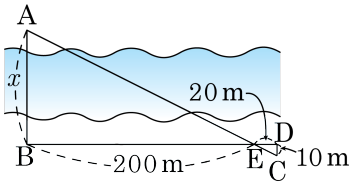
$\therefore x = 6$

$6 : y = 12 : 8$

$\therefore y = 4$

따라서 $x + y = 6 + 4 = 10$이다.

7. 다음 그림은 강의 양쪽에 있는 두 지점 A, B 사이의 거리를 알아보기 위하여 측량하여 그린 것이다. 축척이 $\frac{1}{1000}$ 인 축도를 그리면 축도에서 A, B 사이의 거리는?



[배점 4, 중중]

① 6cm ② 8cm ③ 9cm

④ 10cm ⑤ 12cm

해설

$\triangle ABE \backsim \triangle CDE$ 이므로 $\overline{AB} : \overline{CD} = \overline{BE} : \overline{DE}$,

$x : 10 = 200 : 20$

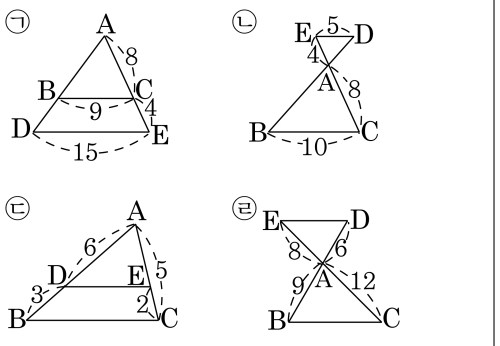
$\therefore x = 100(\text{m})$

축척이 $\frac{1}{1000}$ 이므로 축도에서 $\overline{AB}$ 의 길이는 $100 \times \frac{1}{1000} = \frac{1}{100}(\text{m})$

따라서 10 cm 이다.

8. 다음 그림 중 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 인 것을 두 가지 고르면?

보기



[배점 4, 중중]

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢

④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉠, ㉣

해설

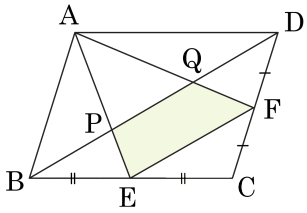
㉡ $\overline{DE}//\overline{BC}$ 라면, $\overline{AE} : \overline{ED} = \overline{AC} : \overline{CB}$ 이다.

$4 : 8 = 5 : 10$ 이므로 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 이다.

㉣ $\overline{DE}//\overline{BC}$ 라면, $\overline{AE} : \overline{AD} = \overline{AC} : \overline{AB}$ 이다.

$8 : 12 = 6 : 9$ 이므로 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 이다.

9. 그림과 같이 평행사변형ABCD 에서 M , N 은 각 각 $\overline{BC}$, $\overline{DC}$ 의 중점이고, □ABCD 의 넓이는 48cm^2 이다. 이 때, □PMNQ 의 넓이는?



[배점 4, 중중]

① 6cm^2 ② 8cm^2 ③ 10cm^2

④ 16cm^2 ⑤ 26cm^2

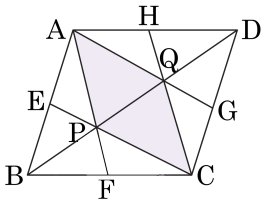
해설

(오각형PMCNQ) $= \frac{1}{3}\square ABCD = \frac{1}{3} \times 48 = 16\text{cm}^2$ 이고,

$\triangle MCN = \frac{1}{2}\triangle BCN = \frac{1}{8}\square ABCD = \frac{1}{8} \times 48 = 6(\text{cm}^2)$

따라서 $\square PMNQ = 16 - 6 = 10(\text{cm}^2)$ 이다.

10. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 중점을 각각 E, F, 대각선 $\overline{BD}$ 와 $\overline{EC}$, $\overline{AG}$ 와의 교점을 각각 P, Q 라 하고 $\triangle BFP$ 의 넓이가 $7cm^2$ 일 때, 사각형 APCQ 의 넓이는?



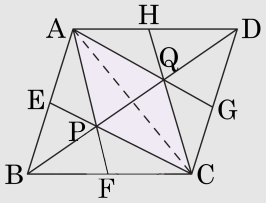
[배점 4, 중중]

① $28cm^2$ ② $36cm^2$ ③ $40cm^2$

④ $44cm^2$ ⑤ $48cm^2$

해설

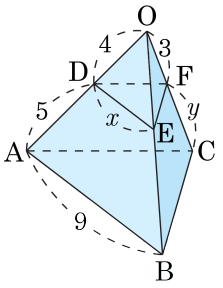
평행사변형의 대각선 $\overline{AC}$ 를 그으면, 점 P는 $\triangle ABC$의 무게중심이다.



$\triangle BFP = \frac{1}{2}\triangle ACP = \frac{1}{4}\square APCQ$

따라서 $\square APCQ = 4 \times 7 = 28(cm^2)$ 이다.

11. 다음 그림의 삼각뿔 O – ABC 에서 $\triangle DEF$ 를 포함하는 평면과 $\triangle ABC$ 를 포함하는 평면이 서로 평행할 때, $x + 4y$ 의 값은?



[배점 4, 중중]

① 4 ② 9 ③ $\frac{31}{4}$ ④ 15 ⑤ 19

해설

$\overline{DE} // \overline{AB}$ 이므로 $\triangle ODE \backsim \triangle OAB$

$4 : 9 = x : 9$

$x = 4$

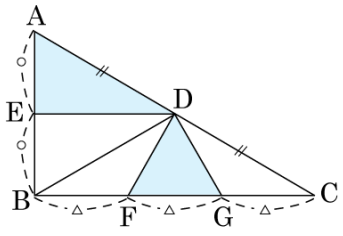
$\overline{DF} // \overline{AC}$ 이므로 $\triangle ODF \backsim \triangle OAC$

$4 : 5 = 3 : y$

$y = \frac{15}{4}$

$\therefore\ x + 4y = 4 + 4 \times \frac{15}{4} = 19$

12. 그림 그림에서 $\overline{BD}$ 는 $\triangle ABC$ 의 중선이고, 점 E 는 $\overline{AB}$ 의 이등분점, F, G 는 $\overline{BC}$ 의 삼등분점이다. $\triangle ABC = 24cm^2$ 일 때, $\triangle AED$ 와 $\triangle DFG$ 의 넓이의 합은?



[배점 5, 중상]

① $10cm^2$ ② $12cm^2$ ③ $14cm^2$

④ $16cm^2$ ⑤ $18cm^2$

해설

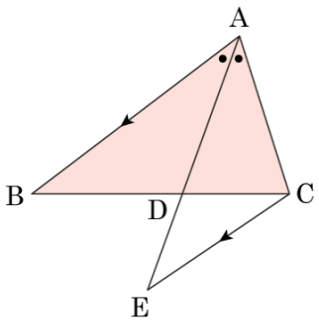
$\overline{BD}$ 가 $\triangle ABC$ 의 중선이므로 $\triangle ABD$ 와 $\triangle BCD$ 는 각각 $12cm^2$ 이다. 점 E 는 $\overline{AB}$ 의 이등분점이므로 $\triangle AED = 6cm^2$, 점 F, G는 $\overline{BC}$의 상등분점이므로 $\triangle DFG = \frac{1}{3}\triangle BCD = \frac{1}{3} \times 12 = 4cm^2$ 이다.

따라서 $\triangle AED$ 와 $\triangle DFG$ 의 넓이의 합은 $6cm^2 + 4cm^2 = 10cm^2$ 이다.

13. 다음은 $\triangle ABC$에서 $\angle A$의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D라 할 때,

$\overline{AB}$: $\overline{AC}$ = $\overline{BD}$: $\overline{CD}$임을 증명한 것이다. 빈칸에 들어갈 것으로 옳은 것은?

보기



$\triangle ABC$ 에서

[가정] $\angle BAD = \angle CAD$

[결론] $\overline{AB}$: $\overline{AC}$ = $\overline{BD}$: $\overline{CD}$

[증명] 그림과 같이 점 C를 지나 변 AB에 평행한 직선과 변 AD의 연장선의 교점을 E라 하면

$\angle ADB =$ ① (맞꼭지각)

$\angle DAB =$ ② (엇각) 이므로

$\triangle ABD \backsim \triangle ECD$(③ 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{EC} = \overline{BD} :$ ④ $\cdots$ ㉠

그런데 $\triangle CAE$ 에서 $\angle CAE = \angle CEA$ 이므로

$\triangle CAE$ 는 ⑤ 삼각형이다.

따라서 $\overline{EC} = \overline{AC} \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$

[배점 5, 중상]

① $\angle ADC$ ② $\angle CAD$ ③ SAS

④ $\overline{CD}$ ⑤ 예각

해설

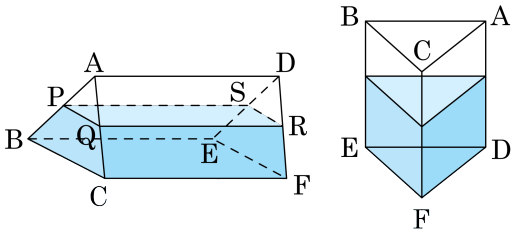
①∠EDC

②∠DEC

③AA

⑤이등변

14. 삼각기둥 모양의 그릇에 물을 담아 왼쪽과 같이 놓았더니 $\overline{AP} : \overline{PB} = 3 : 4$ 이었다. 다음과 같이 세웠을 때의 물의 높이는 $\overline{AD}$ 의 몇 배인지 바르게 구한 것은?



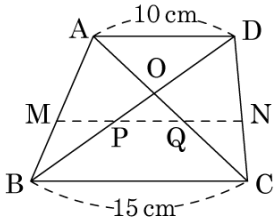
[배점 5, 상하]

① $\frac{39}{49}$ ② $\frac{40}{49}$ ③ $\frac{41}{49}$ ④ $\frac{42}{49}$ ⑤ $\frac{43}{49}$

해설

$\triangle ABC = a\,\text{cm}^2$, $\overline{CF} = b\,\text{cm}$ 라 하면
물의 부피 $\frac{40}{49}ab\,\text{cm}^3$
다음 그림에서 물의 높이를 $x\,\text{cm}$ 라 하면
물의 부피는 $ax\,\text{cm}^3$ 이므로
$\frac{40}{49}ab = ax,\ x = \frac{40}{49}b$
$\therefore$ 물의 높이는 $\overline{AD}$ 의 $\frac{40}{49}$ 배이다.

15. 다음 그림은 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 사다리꼴이다. $\overline{AM} : \overline{MB} = 3 : 2$ 이고 $\triangle AOD = 30\,\text{cm}^2$ 일 때, $\square PBCQ$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

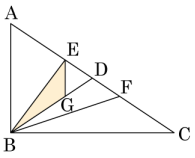
▶ 답 :

▷ 정답 : $60\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{PQ} = \frac{3 \times 15 - 2 \times 10}{3 + 2} = 5\ (\text{cm})$
$\triangle OPQ : \triangle AOD : \triangle OBC = 1 : 4 : 9$
$\square PBCQ = 2\triangle AOD = 60\ (\text{cm}^2)$

16. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 점 G 는 무게중심이다. 점 E, F 는 $\overline{AC}$ 의 삼등분 점이고 $\triangle ABC = 24\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle EBG$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

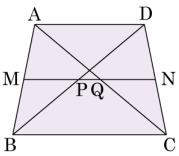
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{8}{3}\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle EBD = \frac{1}{2}\triangle EBF = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\triangle ABC$
$= \frac{1}{6} \times 24 = 4\ (\text{cm}^2)$
$\triangle EBG = \frac{2}{3}\triangle EBD = \frac{2}{3} \times 4 = \frac{8}{3}\ (\text{cm}^2)$

17. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 점 M, N 은 각각 $\overline{AB}, \overline{CD}$ 의 중점이다. $\overline{AD} + \overline{BC} = 36(\text{cm})$ 이고 $\overline{MP} : \overline{PQ} = 5 : 2$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3 cm

해설

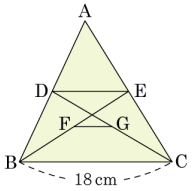
$\overline{MP} : \overline{MQ} = \overline{AD} : \overline{BC} = 5 : 7$ 이므로

$\overline{AD} = 36 \times \frac{5}{12} = 15\,(\text{cm})$

$\overline{BC} = 36 \times \frac{7}{12} = 21\,(\text{cm})$

$\overline{PQ} = \frac{1}{2}(21 - 15) = 3\,(\text{cm})$

18. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 D, E 는 각각 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 중점이고, 점 F, G 는 각각 $\overline{BE}, \overline{CD}$ 의 중점이다. $\overline{BC} = 18\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{FG}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답:

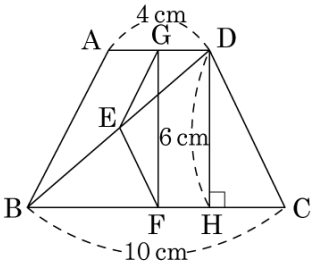
▷ 정답: $\frac{9}{2}\,\text{cm}$

해설

$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 9\,(\text{cm})$

$\overline{FG} = \frac{1}{2}(18 - 9) = \frac{9}{2}\,(\text{cm})$

19. 사다리꼴 ABCD 에서 점 G, E, F 는 각각 $\overline{AD}$, $\overline{BD}$, $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\triangle EGF$ 는 $\square ABCD$ 의 넓이의 몇 배인지 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{3}{28}$ 배

해설

$\square ABFG = (5 + 2) \times 6 \times \frac{1}{2} = 21\ (\text{cm}^2)$

$\square ABEG = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 9\ (\text{cm}^2)$

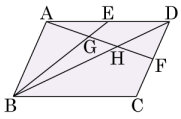
$\triangle EBF = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} \times 10 \times 6 = \frac{15}{2}\ (\text{cm}^2)$

$\triangle EGF = 21 - \left(9 + \frac{15}{2}\right) = \frac{9}{2}\ (\text{cm})^2$

$\square ABCD = (10 + 4) \times 6 \times \frac{1}{2} = 42\ (\text{cm}^2)$

$\therefore\ \triangle EGF = \frac{3}{28}\square ABCD$

20. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 변 AD 와 변 CD 의 중점을 각각 E, F 이라 할 때, 선분 AF 의 길이는 30 이다. 이때 선분 GH 의 값을 구하여라.



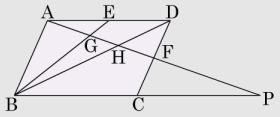
[배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

그림과 같이 선분 AF 와 BC 의 연장선이 만나는 점을 P 라 하자.



점 H 는 삼각형 ACD 의 무게중심이므로
$\overline{\mathrm{AH}} = \frac{2}{3}\overline{\mathrm{AF}}$
삼각형 PAB 와 PCF 은 닮음비 2 : 1 로 닮은 도형이므로 $\overline{\mathrm{BP}} = 2\overline{\mathrm{CP}} = 2\overline{\mathrm{BC}}$
또 선분 AE 와 BP 는 평행하고
$\overline{\mathrm{AG}} : \overline{\mathrm{PG}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{BC}} : 2\overline{\mathrm{BC}} = 1 : 4$
$\therefore\ \overline{\mathrm{AG}} = \frac{2}{5}\overline{\mathrm{AF}}$
따라서 $\overline{\mathrm{HG}} = \overline{\mathrm{AH}} - \overline{\mathrm{AG}} = \frac{4}{15}\overline{\mathrm{AF}} = 8$ 이다.