

단원 종합 평가

1. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

① $(A^c)^c = A$

② $A - B = B \cap A^c$

③ $(A - B) \subset (A \cup B)$

④ $A \cap A^c = \emptyset$

⑤ $A \subset B$ 일 때, $A \cap B^c = \emptyset$

해설

② $A - B = A \cap B^c$

2. 4로 나누면 2가 남고, 5로 나누면 3이 남고, 6으로 나누면 4가 남는 자연수 중 가장 작은 세 자리의 수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 118

해설

구하는 자연수를 x 라 하면 $x+2$ 는 4, 5, 6의 공배수이다. 4, 5, 6의 최소공배수는 60이므로 $x+2$ 는 60, 120, 180, ... 이다.

따라서 x 는 58, 118, 178, ... 이므로 가장 작은 세 자리의 자연수는 118이다.

3. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 4, 5\}$, $B = \{2, 3, 5\}$ 에 대하여 $(A \cap B) \subset X \subset U$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는? [배점 3, 중하]

① 1개

② 2개

③ 4개

④ 8개

⑤ 16개

해설

$A \cap B = \{2, 5\}$ 이므로, 집합 X 는 원소 2, 5를 포함하는 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합이다. 따라서 X 의 개수는 U 에서 원소 2, 5를 뺀 $\{1, 3, 4\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)이다.

4. 집합 A 에 대하여 $x \in A$ 이면, $5-x \in A$ 이다. 집합 A 의 원소가 모두 자연수일 때, 가능한 집합 A 의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

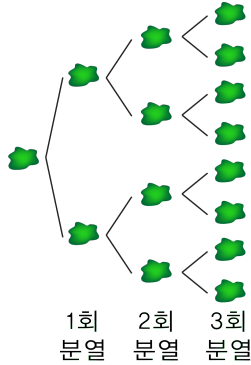
▶ 답 :

▶ 정답 : 3개

해설

집합 A 는 (1, 4), (2, 3)의 순서쌍을 원소로 갖고 $\emptyset$ 은 갖지 않는 집합이므로 $2^2 - 1 = 3$ (개)

5. 아메바는 둘로 분열하는 과정을 통해 번식을 한다. 아메바가 한 마리가 다음 그림과 같이 분열을 반복할 때, 전체 아메바가 50 마리 이상이 되려면 아메바가 최소 몇 회 분열을 하여야 하는가? (단, 아메바는 각각 한 번씩만 분열하는 것으로 가정한다.)



[배점 3, 중하]

- ① 4 회 ② 5 회 ③ 6 회
④ 7 회 ⑤ 8 회

해설

아메바 한 마리가 1 회 분열을 하면 2 마리가 생성되어 전체 아메바는 $1 + 2 = 3$ (마리)가 된다. 아메바는 각각 한 번씩만 분열하므로 2 회 분열에서는 새로 생성된 2 마리만 각자 분열을 하여 $2 \times 2 = 4$ (마리)가 더 생성된다. 따라서 총 마리수는 $1 + 2 + 2^2 = 7$ (마리)가 된다. 그 다음 3 회 분열을 하면 $1 + 2 + 2^2 + 2^3 = 15$ (마리)가 된다. 이런 방식으로 분열이 진행될 때마다의 총 마리수를 표로 정리하면 다음과 같다.

분열	총 마리 수(마리)
1회 분열	3
2회 분열	7
3회 분열	15
4회 분열	31
5회 분열	63
⋮	⋮

따라서 최소 5 회 분열을 해야 아메바의 총 마리수가 50 마리 이상이 된다.

6. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A - B) \cup (B \cap A^c) = \emptyset$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $B^C = \emptyset$ ② $A^C \cap B^C = \emptyset$
③ $A \cap B^C = A$ ④ $A - B = A$
⑤ $A = B$

해설

$(A - B) \cup (B \cap A^c) = (A - B) \cup (B - A) = \emptyset$
이므로 $A - B = \emptyset, B - A = \emptyset$ 이다.

따라서 $A \subset B, B \subset A$ 이므로 $A = B$ 이다.

7. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 4, 중중]

- ① $n(\{0\}) = 1$
② $\{a, b\} \in \{a, b, c\}$
③ $\emptyset \in \{1, 2, 3\}$
④ $n(\{0\}) < n(\{1\})$
⑤ $n(\{1, \{2, 3\}, 4, 5\}) = 4$

해설

- ② $\{a, b\} \subset \{a, b, c\}$
③ $\emptyset \subset \{1, 2, 3\}$
④ $n(\{0\}) = n(\{1\}) = 1$

8. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 20, n(A \cup B) = 18, n(A \cap B^c) = 7$ 일 때, $n(A^c \cap B^c)$ 은? [배점 4, 중중]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 20 - 18 = 2 \text{ 이다.}$$

9. 다음 중 소인수의 집합이 다른 것은?

[배점 4, 중중]

- ① 28 ② 56 ③ 112
 ④ 128 ⑤ 196

해설

- ① $28 = 2^2 \times 7$ 이므로
 28 의 소인수의 집합은 $\{2, 7\}$
 ② $56 = 2^3 \times 7$ 이므로
 56 의 소인수의 집합은 $\{2, 7\}$
 ③ $112 = 2^4 \times 7$ 이므로
 112 의 소인수의 집합은 $\{2, 7\}$
 ④ $128 = 2^7$ 이므로
 128 의 소인수의 집합은 $\{2\}$
 ⑤ $196 = 2^2 \times 7^2$ 이므로
 196 의 소인수의 집합은 $\{2, 7\}$

10. 다음 중 360 의 약수가 아닌 것은? [배점 4, 중중]

- ① 3^2 ② 2×3
 ③ $2^3 \times 5$ ④ $2^2 \times 3 \times 5$
 ⑤ $2 \times 3^3 \times 5$

해설

⑤ $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 $2 \times 3^3 \times 5$ 는 360 의 약수가 아니다.

11. 집합 $A = \{x \mid x = 10 \times a + 2, a = 1, 3, 5, 7, 9\}$ 에 대해서, 원소 52 또는 72 를 포함하는 부분집합의 개수는? [배점 5, 중상]

- ① 24 개 ② 26 개 ③ 28 개
 ④ 32 개 ⑤ 36 개

해설

$$A = \{12, 32, 52, 72, 92\}$$

원소 52 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{5-1} = 16 \text{ (개)}$$

원소 72 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{5-1} = 16 \text{ (개)}$$

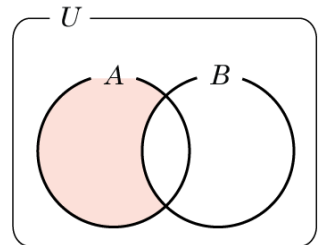
원소 52, 72 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{5-2} = 8 \text{ (개)}$$

원소 52 또는 72 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$$16 + 16 - 8 = 24 \text{ (개)}$$

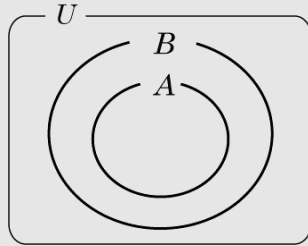
12. 전체집합 U 의 두 부분 집합 A, B 에 대하여 다음 그림과 같이 벤 다이어그램을 그린 후 원소를 써 넣어 보았더니 색칠한 부분에는 원소가 하나도 없었다. 다음 중 항상 옳은 것은? [배점 5, 중상]



- ① $B \subset A$ ② $n(A) < n(B)$
 ③ $A \cup B = B$ ④ $B - A = \emptyset$
 ⑤ $A^c \subset B^c$

해설

주어진 벤 다이어그램에서 색칠한 부분이 공집합이므로 집합 A 는 집합 B 에 포함된다. 따라서 $A \cup B = B$ 가 항상 성립한다.



해설

$P = \{3x + 1 | x \text{는 } 6 \text{보다 작은 자연수}\}$
 $= \{4, 7, 10, 13, 16\}$
 $A = \{4, 7\}, B = \{4, 10\}$
 $A \cap X^c = B \cap X^c \rightarrow A - X = B - X$ 이므로 X 는 원소 7, 10 을 반드시 포함하는 P 의 부분집합이다.
 따라서 부분집합 X 의 개수는 $2^{5-2} = 8$ (개)

13. 270 과 $2^2 \times a \times 7$ 의 최대공약수가 18 일 때, a 의 최솟값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$270 = 2 \times 3^3 \times 5$ 이고 $18 = 2 \times 3^2$ 이므로
 $a = 3^2 = 9$

14. 집합 $P = \{3x + 1 | x \text{는 } 6 \text{보다 작은 자연수}\}$ 의 부분 집합 $A = \{4, 7\}, B = \{4, 10\}$ 에 대하여 $A \cap X^c = B \cap X^c$ 를 만족하는 집합 P 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 8개

15. 어느 지방의 마을에서는 5 일마다 한 번씩 장이 열린다. 어느 해의 첫 장이 열린 날은 1 월 2 일 토요일일 때, 그 다음 해의 첫 장이 열리는 날의 월, 일, 요일을 찾아라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 1 월

▷ 정답: 2 일

▷ 정답: 일요일

해설

1 년은 365 일이고 365 가 5 의 배수이므로, 다음 해의 첫 장도 1 월 2 일에 열린다.
 일주일은 7 일,
 5 와 7 의 공배수 중 365 보다 작으면서 가장 가까운 수는 350 이므로,
 1 월 2 일에서 350 일이 지난 시점에 또 토요일에 장이 열린다.
 다음 해 1 월 2 일은 15 일 이후이므로 다음해 첫 장은 일요일이다.
 $\therefore$ 1 월 2 일 일요일