

단원 종합 평가

1. 세 집합 $A = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$, $C = \{x|x \text{는 } 10 \text{보다 작은 자연수}\}$ 사이의 포함관계를 기호를 사용하여 나타낸 것으로 옳은 것을 골라라.
[배점 3, 중하]

- ① $A \subset B \subset C$ ② $A \subset C \subset B$
 ③ $B \subset A \subset C$ ④ $A \subset B = C$
 ⑤ $B \subset A = C$

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
 $B = \{1, 3, 9\}$
 $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
 $\therefore B \subset A \subset C$

2. 다음 중 옳은 것을 고르면? [배점 3, 중하]

- ① 1은 소수이다.
 ② 모든 소수는 홀수이다.
 ③ 두 소수의 곱은 합성수이다.
 ④ 20 이하의 소수는 9개이다.
 ⑤ 소수의 제곱은 항상 네 개의 약수를 갖는다.

해설

① 1은 소수도 합성수도 아니다.
 ② 2는 소수이지만 짝수이다.
 ④ 20 이하의 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 이므로 총 8개이다.
 ⑤ 소수 a 의 제곱은 항상 세 개의 약수($1, a, a^2$)를 갖는다.

소수의 제곱	약수
$2^2=4$	1, 2, 4
$3^2=9$	1, 3, 9
$5^2=25$	1, 5, 25
$\vdots$	$\vdots$

3. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $A \cup A^c = U$
 ㉡ $(A^c)^c = A^c$
 ㉢ $\emptyset^c = U$
 ㉣ $A \cap B^c = B - A$
 ㉤ $U^c = B$

[배점 4, 중중]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢
 ③ ㉠, ㉣ ④ ㉠, ㉡, ㉣

해설

- ㉡ $(A^c)^c = A$
 ㉣ $A \cap B^c = A - B$
 ㉤ $U^c = \emptyset$

4. 다음 중 소인수의 집합이 다른 것은?

[배점 4, 중중]

- ① 28 ② 56 ③ 112
 ④ 128 ⑤ 196

해설

- ① $28 = 2^2 \times 7$ 이므로
28 의 소인수의 집합은 $\{2, 7\}$
- ② $56 = 2^3 \times 7$ 이므로
56 의 소인수의 집합은 $\{2, 7\}$
- ③ $112 = 2^4 \times 7$ 이므로
112 의 소인수의 집합은 $\{2, 7\}$
- ④ $128 = 2^7$ 이므로
128 의 소인수의 집합은 $\{2\}$
- ⑤ $196 = 2^2 \times 7^2$ 이므로
196 의 소인수의 집합은 $\{2, 7\}$

5. 가로, 세로의 길이가 각각 12cm, 18cm 인 직사각형 모양의 종이를 서로 겹치지 않게 붙여서 정사각형을 만들려고 한다. 이 종이를 만들 수 있는 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 36 cm

해설

12와 18의 최소공배수는 36 이므로 정사각형의 한 변의 길이는 36 cm 이다.

6. 두 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A \times B = \{a \times b \mid a \in A, b \in B\}$ 일 때, $n(A \times B)$ 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 4\}$
 $1 \times 1 = 1$, $1 \times 2 = 2$, $1 \times 4 = 4$, $2 \times 1 = 2$, $2 \times 2 = 4$, $2 \times 4 = 8$, $3 \times 1 = 3$, $3 \times 2 = 6$, $3 \times 4 = 12$
 이므로
 $A \times B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12\}$
 $\therefore n(A \times B) = 7$

7. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $A \cap B = \{a, b\}$, $B \cap C = \{e\}$, $C \cap A = \emptyset$, $A \cup B = \{a, b, c, d, e, h\}$, $B \cup C = \{a, b, e, f, g, h\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라.

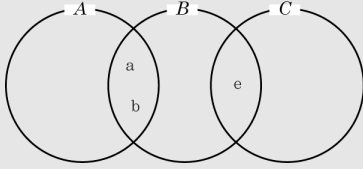
[배점 5, 중상]

▶ 답:

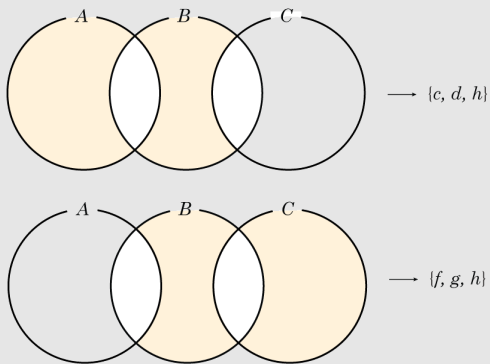
▷ 정답: $\{a, b, e, h\}$

해설

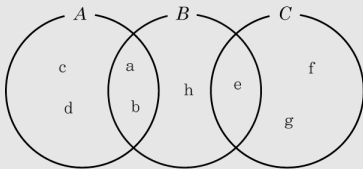
우선 세 조건 $A \cap B = \{a, b\}$, $B \cap C = \{e\}$, $C \cap A = \emptyset$ 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



다음으로 $A \cup B = \{a, b, c, d, e, h\}$, $B \cup C = \{a, b, e, f, g, h\}$ 이므로



따라서 이상의 조건을 모두 조합하면 집합 A, B, C 는 다음과 같다.



그러므로 $B = \{a, b, e, h\}$ 이다.

8. 자연수 n 에 대하여 집합 $A_n = \{x \mid x \text{는 } n \text{과 서로소인 자연수}\}$ 라고 할 때, 안에 알맞은 최소의 자연수를 구하여라.

$$A_6 \cap A_3 = A_{\square}$$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

6 과 서로소인 자연수는 $1, 5, 7, 11 \dots$

3 과 서로소인 자연수는 $1, 4, 5, 7, 11 \dots$

$$A_6 = \{1, 5, 7, 11, 13 \dots\}$$

$$A_3 = \{1, 4, 5, 7, 11, 13 \dots\}$$

$$\therefore A_6 \cap A_3 = A_6$$

9. 1 에서 100 까지 자연수를 다음과 같이 연속한 세 개의 수씩 묶어 차례로 늘어놓았다. 이 때, 세 수의 합이 12 의 배수인 것은 모두 몇 쌍인가? $(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), \dots, (98, 99, 100)$ [배점 5, 중상]

- ① 19 ② 24 ③ 30 ④ 32 ⑤ 36

해설

세 수는 $n-1, n, n+1$ 로 이루어져 있으므로 세 수의 합은 $3 \times n$,

12 의 배수가 되기 위해서 n 은 4 의 배수가 되어야 한다.

즉 가운데 수가 4 의 배수인 쌍의 갯수는 $96 = 4 \times 24$ 개이다.

10. 전체집합 $U = \{x \mid x \leq 100 \text{인 자연수}\}$ 의 세 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $n((A^c \cap B) \cup (A - C))$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

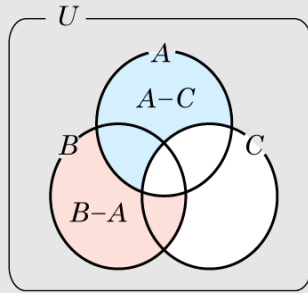
해설

$A^c \cap B = B - A$ 이므로 $(B - A) \cap (A - C) = \emptyset$

$\therefore n((A^c \cap B) \cup (A - C)) = n(A^c \cap B) + n(A - C)$

$n(A^c \cap B) = n(B - A) = n(B) - n(B \cap A) = 20 - 5 = 15$

$n(A - C) = n(A) - n(A \cap C) = 25 - 8 = 17$
 $\therefore 15 + 17 = 32$



11. 가로 18cm, 세로 27cm, 높이 36cm 인 직육면체 모양의 나무를 잘라서 여러 개의 정육면체 모양을 만들려고 한다. 만들 수 있는 가장 큰 정육면체 하나의 부피를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 729 cm^3

해설

가로 18cm, 세로 27cm, 높이 36cm 의 최대공약수는 9cm 이므로
 만들 수 있는 가장 큰 정육면체의 부피 = $9 \times 9 \times 9 = 729(\text{cm}^3)$

12. $2^{17} \times 5^{20}$ 은 n 자리의 자연수이다. 이 때 n 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 20

해설

$2^{17} \times 5^{20} = 5^3 \times 10^{17}$ 이고, $5^3 = 125$ 이므로 세 자리의 수이다. 따라서 n 은 $3 + 17 = 20$ 이다.

13. 자연수 x, y 에 대하여 x, y 의 최대공약수는 (x, y) , 최소공배수는 $[x, y]$ 로 나타내기로 한다. $(a, b, c) = 7$, $(a, b) = 14$, $[a, b] = 84$, $(b, c) = 21$, $[b, c] = 126$ 일 때, $[a, b, c]$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 252

해설

$(a, b, c) = 7 \rightarrow a, b, c$ 는 인수 7 을 가진다.

$(a, b) = 14 \rightarrow a, b$ 는 인수 2, 7 을 가진다.

$(b, c) = 21 \rightarrow b, c$ 는 인수 3, 7 을 가진다.

$\rightarrow b$ 는 인수 2, 3, 7 을 가진다.

$[b, c] = 126 \rightarrow b$ 의 인수 2 의 지수는 1 이다.

$[a, b] = 84 \rightarrow a = 2^2 \times 7, b = 2 \times 3 \times 7$,

$(b, c) = 21, [b, c] = 126 \rightarrow c = 3^2 \times 7$

$\therefore [a, b, c] = 2^2 \times 3^2 \times 7 = 252$

14. 전체집합 $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 9\}$, $A - (A - B) = \{1\}$ 을 만족하는 집합 B 의 개수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▷ 정답: 8 개

해설

$$A - (A - B) = A \cap (A \cap B^C)^C$$
$$= A \cap (A^C \cup B) = (A \cap A^C) \cup (A \cap B)$$
$$= (A \cap B) = \{1\}$$
$$A = \{1, 9\}, (A \cap B) = \{1\}, U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$
을 만족하는
집합 B 는 원소 1 을 반드시 포함하고 원소 9 를
반드시 포함하지 않으므로
집합 B 의 개수는 $2^3 = 8(\text{개})$

15. 두 자연수 p, q 의 최대공약수를 $[p, q]$ 로 정의할 때,
 $[[\frac{p}{[p, q]}, q], [\frac{q}{[p, q]}, p]]$ 를 간단히 하여라.
[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} & [[\frac{p}{[p, q]}, q], [\frac{q}{[p, q]}, p]] \\ &= [[\frac{p}{[p, q]}, q], [\frac{q}{[p, q]}, p]] \\ &= [[\frac{p}{[p, q]}, q], [\frac{q}{[p, q]}, p]] \quad (\frac{p}{[p, q]}, q \text{는 서로소}) \\ &= [1, 1] \\ &= 1 \end{aligned}$$