

단원 종합 평가

1. $(x+y)(x-y-2)$ 를 전개하면? [배점 3, 하상]

- ① $x^2 - y^2 - 2x - 2y$ ② $x^2 - y^2 - 2x + 2y$
 ③ $x^2 - y^2 + 2x + 2y$ ④ $x^2 + y^2 - 2x - 2y$
 ⑤ $x^2 - y^2 + 2x - 2y$

해설

$$\begin{aligned}(x+y)(x-y-2) \\ &= x^2 - xy - 2x + xy - y^2 - 2y \\ &= x^2 - y^2 - 2x - 2y\end{aligned}$$

2. $(x+A)(x+B)$ 를 전개하였더니 x^2+Cx+6 이 되었다. 다음 중 C 의 값이 될 수 없는 것은? (단, A, B, C 는 정수) [배점 3, 하상]

- ① -7 ② -5 ③ -3 ④ 5 ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned}(x+A)(x+B) &= x^2 + Bx + Ax + AB = x^2 + (A+B)x + AB \\ \text{이므로} \\ C &= A+B, AB=6 \\ 1) \quad AB=6 \text{ 이 되는 경우를 구해보면,} \\ &(-1, -6) \quad (-2, -3) \quad (-3, -2) \quad (-6, -1) \quad (1, 6) \quad (2, 3) \\ &(3, 2) \quad (6, 1) \\ 2) \quad C = A+B \text{ 이므로 가능한 } C \text{ 의 값은 } C = \pm 7, \pm 5 \text{ 이다.}\end{aligned}$$

3. $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}$ 을 계산하면? [배점 3, 하상]

- ① $\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{5}$
 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $2\sqrt{15}$

해설

$$\frac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})-(\sqrt{5}-\sqrt{3})}{(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3})} = \frac{2\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

4. $(a+b)(a+b-3)+2$ 를 인수분해하면 $(a+b-m)(a+b-n)$ 일 때, $m+n$ 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① 2 ② 3 ③ 6 ④ 11 ⑤ 16

해설

$$\begin{aligned}a+b &= t \text{ 라 하면,} \\ t(t-3)+2 \\ &= t^2 - 3t + 2 \\ &= (t-1)(t-2) \\ &= (a+b-1)(a+b-2) \\ \text{따라서 } m+n &= 1+2=3 \text{ 이다.}\end{aligned}$$

5. $(x+A)^2 = x^2 + Bx + \frac{1}{36}$ 에서 A, B 의 값은? [배점 3, 중하]

- ① $A = \frac{1}{3}, B = \frac{1}{6}$ ② $A = \frac{1}{6}, B = \frac{1}{3}$
 ③ $A = \pm \frac{1}{6}, B = \pm \frac{1}{3}$ ④ $A = -\frac{1}{6}, B = -\frac{1}{3}$
 ⑤ $A = \frac{1}{6}, B = 3$

해설

$$\begin{aligned}(x+A)^2 &= x^2 + 2Ax + A^2 = x^2 + Bx + \frac{1}{36} \\ A^2 &= \frac{1}{36} \text{ 이므로 } A = \pm \frac{1}{6} \\ B &= 2A = 2 \times \left(\pm \frac{1}{6}\right) = \pm \frac{1}{3}\end{aligned}$$

6. $(2x - 3y)(x + ay)$ 를 전개하였을 때, xy 의 계수가 9 일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2x^2 + 2axy - 3xy - 3ay^2 \\ &= 2x^2 + (2a - 3)xy - 3ay^2 \\ 2a - 3 &= 9 \\ \therefore a &= 6\end{aligned}$$

7. $a + b = 5$, $ab = -10$ 일 때, $(a - b)^2$ 의 값은? [배점 3, 중하]

- ① -5 ② 5 ③ -65
④ 65 ⑤ 45

해설

$$\begin{aligned}(a - b)^2 &= (a + b)^2 - 4ab \\ &= 5^2 - 4 \times (-10) \\ &= 25 + 40 \\ &= 65\end{aligned}$$

8. $6x^2 + ax + 5 = (2x + b)(cx - 1)$ 일 때, $a - b - c$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : -15

해설

$$\begin{aligned}6x^2 + ax + 5 &= (2x + b)(cx - 1) \\ &= 2cx^2 + bcx - 2x - b \\ 2c &= 6, c = 3, -b = 5, b = -5, bc - 2 = a, \\ a &= -17 \\ \therefore a - b - c &= -17 + 5 - 3 = -15\end{aligned}$$

9. $a - \frac{1}{a} = 5$ 일 때, $a^4 - \frac{1}{a^4}$ 의 값을 구하여라. [단, $a > 0$] [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $135\sqrt{29}$

해설

$$\begin{aligned}\left(a - \frac{1}{a}\right)^2 &= a^2 - 2 + \frac{1}{a^2} = 25 \\ a^2 + \frac{1}{a^2} &= 27, \left(a + \frac{1}{a}\right) = \sqrt{29} \\ \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)\left(a + \frac{1}{a}\right)\left(a - \frac{1}{a}\right) &= 27 \times \sqrt{29} \times 5 = 135\sqrt{29}\end{aligned}$$

10. $4(x + a)^2 + (5x + b)(x - 3)$ 을 간단히 하면 x 의 계수가 -1 이다. a, b 가 자연수일 때, 상수항을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : -14

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 4(x^2 + 2ax + a^2) + (5x^2 + bx - 15x - 3b) = \\ &= 9x^2 + (8a + b - 15)x + 4a^2 - 3b \\ 8a + b - 15 &= -1 \text{ 에서 } 8a + b = 14 \\ a, b &\text{는 자연수이므로 } a = 1, b = 6 \\ \therefore 4a^2 - 3b &= 4 - 18 = -14 \\ \text{따라서 상수항은 } &-14\end{aligned}$$

11. $(x^2 + ax + 2)(2x^2 - x + 3)$ 의 전개식에서 x^3 의 계수가 3 일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$(x^2 + ax + 2)(2x^2 - x + 3)$ 의 전개식에서 x^3 의 항: $-x^3 + 2ax^3 = (2a - 1)x^3$
 x^3 의 계수: $2a - 1 = 3$, $\therefore a = 2$

12. $(3x + 2 - \sqrt{5})(3x + 2 + \sqrt{5})$ 를 전개한 식에서 x^2 의 계수와 상수의 합은? [배점 4, 중중]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

주어진 식을 전개하면
 $(3x + 2 - \sqrt{5})(3x + 2 + \sqrt{5})$
 $= \{(3x + 2) - \sqrt{5}\}\{(3x + 2) + \sqrt{5}\}$
 $= (3x + 2)^2 - (\sqrt{5})^2$
 $= 9x^2 + 12x - 1$
 $\therefore x^2$ 의 계수는 9이고, 상수항은 -1 이므로 그 합은 $9 + (-1) = 8$

13. 다음 식 $2x^2 + 5x - p = (2x - 1)(x + q)$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

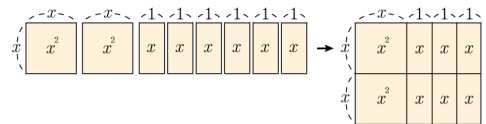
▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\begin{aligned} 2x^2 + 5x - p &= (2x - 1)(x + q) \\ 2x^2 + 5x - p &= 2x^2 + 2qx - x - q, \\ 2q - 1 &= 5 \quad \therefore q = 3, p = 3 \\ \therefore p + q &= 6 \end{aligned}$$

14. 다음 그림의 직사각형의 넓이의 합과 넓이가 같은 직사각형을 만들 때, 그 직사각형의 가로, 세로의 길이가 될 수 있는 것은?



[배점 4, 중중]

- ① $x + 3, 2x$ ② $x + 6, 2x$
 ③ $x + 1, 3x + 1$ ④ $x + 3, 2x + 1$
 ⑤ $x + 6, 2x + 3$

해설

$$2x^2 + 6x = 2x(x + 3)$$

15. $4a^2(x - 5) - 2a(5 - x)$ 를 인수분해하면?

[배점 4, 중중]

- ① $2a(x + 5)(2a - 1)$ ② $2a(x - 5)(a + 1)$
 ③ $2a(x - 5)(2a + 1)$ ④ $2a(5 - x)(2a + 1)$
 ⑤ $2a(x - 5)(1 - a)$

해설

$$4a^2(x-5) - 2a(5-x) = 4a^2(x-5) + 2a(x-5) \\ = 2a(x-5)(2a+1)$$

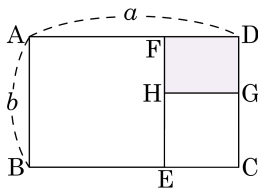
16. $(2a-3b)^2 - (4a-5b)^2 = 4(ma+nb)(b-pa)$ 일 때,
 $mn-p$ 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

- ① -11 ② 13 ③ -13
 ④ 11 ⑤ -2

해설

$$2a-3b=X, 4a-5b=Y \text{로 치환하면} \\ X^2-Y^2=(X+Y)(X-Y) \\ = (2a-3b+4a-5b)(2a-3b-4a+5b) \\ = (6a-8b)(-2a+2b) \\ = 4(3a-4b)(b-a) \\ \therefore m=3, n=-4, p=1 \\ \therefore mn-p=-12-1=-13$$

17. 다음 그림의 $\square ABCD$ 에서 $\overline{AD}=a$, $\overline{AB}=b$ 이다.
 $\square ABEF$, $\square HECG$ 가 각각 정사각형일 때, $\square FHGD$
 의 넓이를 a, b 로 바르게 나타낸 것은? (단, $a > b$)



[배점 5, 중상]

- ① $a^2+3ab-2b^2$ ② a^2-2b^2
 ③ $-a^2+3ab+2b^2$ ④ $-a^2+3ab-2b^2$
 ⑤ $-a^2+2b^2$

해설

$$\overline{HG}=a-b, \overline{FH}=b-(a-b)=2b-a \\ (\square FHGD \text{의 넓이})=(a-b)(2b-a)=2ab-a^2-2b^2+ab=-a^2+3ab-2b^2$$

18. $x=1+\sqrt{2}$ 일 때, $2x^2-4x$ 의 값을 구하여라.
 [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$x-1=\sqrt{2}, (x-1)^2=(\sqrt{2})^2 \\ x^2-2x+1=2 \text{ 이므로} \\ x^2-2x=1 \\ \therefore 2x^2-4x=2(x^2-2x)=2 \times 1=2$$

19. $(1001-a)^2=b$ 일 때, $(901-a)(1101-a)$ 를 b 에
 관한 식으로 나타내면? [배점 5, 중상]

- ① b ② $b-10$ ③ $b-100$
 ④ $b-1000$ ⑤ $b-10000$

해설

$$(1001-a)^2=1001^2-2002a+a^2=b \\ (901-a)(1101-a)=901 \times 1101-2002a+a^2 \\ = (1001-100)(1001+100)-2002a+a^2 \\ = 1001^2-100^2-2002a+a^2 \\ = (1001^2-2002a+a^2)-100^2=b-10000$$

20. $a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2 = 0$ 은 어떤 삼각형인지 구하면? (단, a, b, c 는 세 변의 길이이다.)

[배점 5, 중상]

- ① 정삼각형
- ② 이등변삼각형
- ③ $\angle A$ 가 직각인 직각삼각형
- ④ $\angle B$ 가 직각인 직각삼각형
- ⑤ $\angle C$ 가 직각인 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned} a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2 \\ &= a^2(a - b) + a(b^2 + c^2) - b(b^2 + c^2) \\ &= a^2(a - b) + (a - b)(b^2 + c^2) \\ &= (a - b)(a^2 + b^2 + c^2) = 0 \\ \therefore a - b = 0, a = b \text{ 인 이등변삼각형} \end{aligned}$$

21. $Ax^2 + 36x + B = (2x + C)^2$ 에서 양수 A, B, C 의 합을 구하면?

[배점 5, 중상]

- ① 4 ② 9 ③ 81 ④ 90 ⑤ 94

해설

$$\begin{aligned} Ax^2 + 36x + B &= 4x^2 + 2 \times 2Cx + C^2 \text{ 이므로} \\ A &= 4, B = 81, C = 9 \text{ 이다.} \\ \text{따라서 } A + B + C &= 4 + 81 + 9 = 94 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

22. $(x^2 - x + 1)^{10} = a_{20}x^{20} + a_{19}x^{19} + a_{18}x^{18} + \cdots + a_2x^2 + a_1x + a_0$ 라 할 때

$a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{19} + a_{20}$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} x = 1 \text{ 을 양변에 대입하면 } (1^2 - 1 + 1)^{10} &= a_0 + \\ a_1 + a_2 + \cdots + a_{19} + a_{20} &= 1 \end{aligned}$$

23. $(3x + 2y - 5)(2x - y + 6)$ 을 전개할 때, xy 의 계수를 a, y 의 계수를 b 라고 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : -16

해설

$$\begin{aligned} \text{주어진 식에서 } xy \text{ 항은} \\ 3x \times (-y) + 2y \times 2x &= xy \\ \therefore a &= 1 \\ \text{주어진 식에서 } y \text{ 항은} \\ 2y \times 6 + (-5) \times (-y) &= 17y \\ \therefore b &= 17 \\ \therefore a - b &= -16 \end{aligned}$$

24. 다음 중 $(x^2 + 2x)^2 - 11(x^2 + 2x) + 24$ 의 인수가 아닌 것은?

[배점 5, 상하]

- ① $x + 4$ ② $x + 3$ ③ $x + 2$
- ④ $x - 1$ ⑤ $x - 2$

해설

$x^2 + 2x = A$ 로 치환하면

(준식) $= A^2 - 11A + 24 = (A - 3)(A - 8)$ 이다.

따라서

$$\begin{aligned} & (x^2 + 2x - 3)(x^2 + 2x - 8) \\ &= (x + 3)(x - 1)(x - 2)(x + 4) \end{aligned}$$

25. $2(2x + 3)(3x - 2) - (2x + 5)(2x - 5)$ 를 간단히 할 때,
 x^2 의 계수는? [배점 5, 상하]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} & 2(2x + 3)(3x - 2) - (2x + 5)(2x - 5) \\ &= 2(6x^2 + 5x - 6) - (4x^2 - 25) \\ &= 8x^2 + 10x + 13 \end{aligned}$$