

단원 종합 평가

1. 어떤 정수의 4 배에 15 를 더한 수는 72 보다 크다고 한다. 이와 같은 정수 중에서 가장 작은 수는?

[배점 2, 하중]

- ① 10 ② 12 ③ 15 ④ 16 ⑤ 32

해설

어떤 정수 : x

$$4x + 15 > 72$$

$$4x > 72 - 15$$

$$4x > 57$$

$$\therefore x > \frac{57}{4}$$

2. 부등식 $3x + 5 \geq 6x + 2$ 를 만족하는 자연수의 개수를 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 1 개

해설

$$3x + 5 \geq 6x + 2$$

$$3x \leq 3$$

$$\therefore x \leq 1 \therefore x = 1$$

3. 일차부등식 $ax < 6 - x$ 의 해가 $x > -3$ 일 때, a 의 값은?

[배점 2, 하중]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ -3 ⑤ -2

해설

$$ax < 6 - x \rightarrow ax + x < 6$$

$$(a + 1)x < 6 \text{ 는 } x > -3 \text{ 이므로}$$

$$a + 1 < 0$$

$$(a + 1)x < 6 \rightarrow x > \frac{6}{a + 1}$$

$$\frac{6}{a + 1} = -3$$

$$\therefore a = -3$$

4. 연립부등식 $\begin{cases} x > a \\ x \leq 2 \end{cases}$ 의 해집합이 공집합이 되기 위한 a 의 값 중 가장 작은 값은? [배점 2, 하중]

- ① -2 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

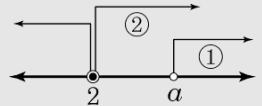
$$\begin{cases} x > a \\ x \leq 2 \end{cases}$$

가 공집합이려면 $x >$

a 는 ①이거나 ②이므로

$$a \geq 2$$

따라서 a 의 가장 작은 값은 2 이다.



5. 다음 중 $x = 3$ 일 때 참이 되는 부등식은?

[배점 3, 하상]

① $3x \leq 7$

② $x + 3 < 2x$

③ $\frac{x}{3} > x + 2$

④ $12 - 2x \geq 2x - 5$

⑤ $3(x - 2) \geq 5$

해설

- ① $9 \leq 7$ $\therefore$ 거짓
- ② $6 < 6$ $\therefore$ 거짓
- ③ $1 > 5$ $\therefore$ 거짓
- ④ $6 \geq 1$ $\therefore$ 참
- ⑤ $3 \geq 5$ $\therefore$ 거짓

6. x 가 집합 $\{-10, -9, -8, -7, -6\}$ 의 원소일 때,
부등식 $3x - 2 \geq 5x + 8$ 의 해는? [배점 3, 하상]

- ① $x \leq -5$
- ② $x \geq -5$
- ③ $-10, -9, -8, -7, -6$
- ④ 해가 없다.
- ⑤ $-10, -9, -8, -7$

해설

$3x - 2 \geq 5x + 8$ 에서
 $x = -10$ 이면 $3 \times (-10) - 2 \geq 5 \times (-10) + 8$ (참)
 $x = -9$ 이면 $3 \times (-9) - 2 \geq 5 \times (-9) + 8$ (참)
 $x = -8$ 이면 $3 \times (-8) - 2 \geq 5 \times (-8) + 8$ (참)
 $x = -7$ 이면 $3 \times (-7) - 2 \geq 5 \times (-7) + 8$ (참)
 $x = -6$ 이면 $3 \times (-6) - 2 \geq 5 \times (-6) + 8$ (참)
 $3x - 2 \geq 5x + 8$ 를 만족하는 해는
 $-10, -9, -8, -7, -6$ 이다.

7. 연립부등식의 해가 $-2 < x < 3$ 일 때, 상수 a 의 값은?

$$\begin{cases} x - 4 > 3a \\ 4x - 5 < 7 \end{cases}$$

[배점 3, 하상]

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

$$\begin{cases} x - 4 > 3a & \dots \text{①} \\ 4x - 5 < 7 & \dots \text{②} \end{cases} \text{라 하고}$$

해를 구하면 ①에서 $x > 3a + 4$ 이고

②에서 $x < 3$ 이므로 공통 범위는

$$3a + 4 < x < 3$$

$$\therefore 3a + 4 = -2$$

$$\therefore a = -2$$

8. 두 개의 부등식 $\frac{4x-1}{5} \leq \frac{x+1}{2}$, $\frac{3x+1}{3} > \frac{x-1}{2}$ 를 동시에 만족하는 집합 X 의 원소가 모두 정수일 때, 이를 바르게 나타낸 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\{0, 1\}$
- ② $\{-1, 0, 1, 2\}$
- ③ $\{-1, 0, 2, 3\}$
- ④ $\{-1, 0, 1, 2, 3\}$
- ⑤ $\{-2, -1, 0, 1, 2\}$

해설

i) $\frac{4x-1}{5} \leq \frac{x+1}{2}$ 의 양변에 분모의 최소공배수인 10을 곱해주면,

$$\Rightarrow 2(4x-1) \leq 5(x+1) \Rightarrow x \leq \frac{7}{3}$$

ii) $\frac{3x+1}{3} > \frac{x-1}{2}$ 의 양변에 분모의 최소공배수인 6을 곱해주면,

$$\Rightarrow 2(3x+1) > 3(x-1) \Rightarrow x > -\frac{5}{3}$$

따라서 $-\frac{5}{3} < x \leq \frac{7}{3}$ 을 만족하는 정수는 $-1, 0, 1, 2$ 이다.

9. 연립부등식 $\begin{cases} x+6 > 2a \\ 3x-2 < 4 \end{cases}$ 의 해가 $-2 < x < 2$ 일 때, a 의 값은? [배점 3, 하상]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} x+6 &> 2a, x > 2a-6 \text{ 이므로} \\ 2a-6 &= -2 \\ \therefore a &= 2 \end{aligned}$$

10. 두 부등식 $0.5(7x+3) > 1.3(2x-a)$ 와 $\frac{x-2}{4} - \frac{2x-3}{5} < 1$ 의 해가 서로 같을 때, 상수 a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$\begin{aligned} 0.5(7x+3) &> 1.3(2x-a) \text{의 양변에 10을 곱하면} \\ 5(7x+3) &> 13(2x-a) \\ 35x+15 &> 26x-13a \\ 9x &> -13a-15 \\ \therefore x &> \frac{-13a-15}{9} \\ \frac{x-2}{4} - \frac{2x-3}{5} &< 1 \text{의 양변에 20을 곱하면} \\ 5(x-2) - 4(2x-3) &< 20 \\ 5x-10-8x+12 &< 20 \\ -3x+2 &< 20 \\ \therefore x &> -6 \\ \text{두 부등식의 해가 서로 같으므로} \\ \frac{-13a-15}{9} &= -6 \\ -13a-15 &= -54 \\ -13a &= -39 \\ \therefore a &= 3 \end{aligned}$$

11. x 가 집합 $S = \{x \mid -3 \leq x \leq 3, x \text{는 정수}\}$ 의 원소일 때, $3x+6 > 0$ 를 참이 되게 하는 x 의 값의 개수는? [배점 3, 중하]

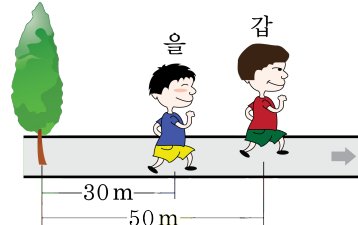
① 2개 ② 3개 ③ 4개

④ 5개 ⑤ 6개

해설

$$\begin{aligned} x &= \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\} \\ 3x+6 &> 0 \text{에서} \\ x = -3 \text{이면 } 3 \times (-3) + 6 &> 0 \text{ (거짓)} \\ x = -2 \text{이면 } 3 \times (-2) + 6 &> 0 \text{ (거짓)} \\ x = -1 \text{이면 } 3 \times (-1) + 6 &> 0 \text{ (참)} \\ x = 0 \text{이면 } 3 \times 0 + 6 &> 0 \text{ (참)} \\ x = 1 \text{이면 } 3 \times 1 + 6 &> 0 \text{ (참)} \\ x = 2 \text{이면 } 3 \times 2 + 6 &> 0 \text{ (참)} \\ x = 3 \text{이면 } 3 \times 3 + 6 &> 0 \text{ (참)} \\ 3x+6 &> 0 \text{를 만족하는 } x \text{는 } \{-1, 0, 1, 2, 3\} \text{ 이므로} \\ &5 \text{ 개이다.} \end{aligned}$$

12. 갑과 을은 달리기 시험을 하기로 하였다. 갑은 나무로부터 50 m 떨어진 지점에서, 을은 나무로부터 30m 떨어진 지점에서 출발하기로 하였다. 갑은 1 초당 2m를 달리고 을은 1 초당 3m를 달린다고 하고, 갑이 을보다 6초 늦게 출발하였다고 하면 을이 출발한지 몇 초 후에 을이 갑을 따라 잡고 갑보다 앞서 달리게 되겠는지 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 8초

해설

갑은 2m/초 의 속력을 가지므로 x 초 후에는 $2xm$ 의 거리를 달리게 된다.

을은 3m/초 의 속력을 가지므로 x 초 후에는 $3xm$ 의 거리를 달리게 된다.

갑이 을보다 6 초 늦게 출발했으므로 6 초 동안 을은 18m 을 달렸다.

즉, 갑이 출발하기 시작할 때 을은 48m 지점에 있고 갑은 50m 지점에 있다.

$$48 + 3x \geq 50 + 2x$$

$$x \geq 2$$

따라서 갑이 출발한지 2 초 후에 즉 을이 출발한지 8초 후에 을이 따라 잡고 그 이후에는 을이 앞서게 된다.

13. 일차부등식 $-\frac{1}{4}\left(x + \frac{1}{3}\right) < \frac{3}{2}\left(\frac{x}{6} - \frac{1}{9}\right)$ 을 만족하는 가장 작은 정수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 1

해설

$$-\frac{1}{4}\left(x + \frac{1}{3}\right) < \frac{3}{2}\left(\frac{x}{6} - \frac{1}{9}\right)$$

$$-\frac{1}{4}x - \frac{1}{12} < \frac{1}{4}x - \frac{1}{6}$$

양변에 12 를 곱하면

$$-3x - 1 < 3x - 2$$

$$-6x < -1, \therefore x > \frac{1}{6}$$

가장 작은 정수 : 1

14. 110 개의 노트를 학생들에게 8 권씩 나누어주면 노트가 남고, 9 권씩 나누어주면 노트가 부족하다. 이 때 학생의 수는 몇 명인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 13 명

해설

문제에서 구하고자 하는 학생의 수를 x 명이라고 놓자.

모든 학생이 노트를 8권씩 가지고 있을 때 전체 노트 수는 $8x$ 권이고, 모든 학생이 9권씩 가지고 있을 때 전체 노트 수는 $9x$ 권이다. 그러나 노트 수는 모든 학생이 8권씩 가질 때보다 많고, 모든 학생이 9권씩 가질 때보다 적으므로, 이를 식으로 나타내면 $8x < 110 < 9x$ 이다.

이를 연립부등식으로 표현하면
$$\begin{cases} 8x < 110 \\ 9x > 110 \end{cases} \quad \text{이}$$

고, 간단히 하면,
$$\begin{cases} x < \frac{110}{8} \\ x > \frac{110}{9} \end{cases} \quad \text{이다. 이를 다시 나}$$

타내면 $\frac{110}{9} < x < \frac{110}{8}$ 이다. $\frac{120}{7} = 13.75$ 이고 $\frac{110}{9} = 12.2\ldots$ 이므로 학생의 수는 13명이 가능하다.

15. 민수는 핸드폰 기본 요금이 12,000 원이고 1 초당 통화료가 6 원이다. 한 달 요금이 30,000 원 이상 35,000 원 이하가 되게 하려면 한 달에 몇 초 동안 통화하여야 하는지 구하여라. (단, 소수점은 무시하여라.)

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3000 초 이상 3833 초 이하

해설

민수가 한 달 동안 사용하는 요금을 식으로 나타내면 $12000 + 6x$ 이다. 한 달 요금이 30,000 원 이상 35,000 원 이하가 되기 위해서는 $30000 \leq 12000 + 6x \leq 35000$ 이다. 이를 연립방정식으로 나타내면
$$\begin{cases} 12000 + 6x \geq 30000 \\ 12000 + 6x \leq 35000 \end{cases}$$
 이고, 정리하면
$$\begin{cases} x \geq 3000 \\ x \leq \frac{23000}{6} \end{cases}$$
 이다. 따라서 $3000 \leq x \leq \frac{23000}{6}$ 이다. 여기서 $\frac{23000}{6} = 3833.333$ 이지만 소수점을 무시함으로 $\frac{23000}{6}$ 은 3833 이다. 그럼으로 3000 초 이상 3833 초 이하로 통화하여야 한다.

16. 연속하는 세 자연수의 합이 69 보다 크고 72 이하일 때, 세 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 23

▷ 정답: 24

▷ 정답: 25

해설

세 자연수를 $x-1, x, x+1$ 이라하면
$$69 < x-1 + x + x+1 \leq 72$$

$$69 < 3x \leq 72$$

$$23 < x \leq 24$$

$$\therefore x = 24$$
 따라서 연속하는 세 자연수는 23, 24, 25 이다.

17. A 마을에서 14km 떨어진 B 마을로 가는데, 처음에는 시속 5km 로 걷다가 도중에 시속 4km 로 걸어서 B 마을에 도착하였다. 9 시에 출발하여 12 시 이내에 도착하였다면 시속 5km 로 걸은 거리는 몇 km 인가?

[배점 4, 중중]

① 9km 이하

② 9km 이상

③ 10km 이하

④ 10km 이상

⑤ 10km

해설

시속 5km 로 걸은 거리 x

시속 4km 로 걸은 거리 $14 - x$

$$\frac{x}{5} + \frac{14-x}{4} \leq 3 \Rightarrow 4x + 5(14-x) \leq 60$$

$$-x \leq -10 \quad \therefore x \geq 10$$

18. 연속하는 세 자연수의 합이 10 이상 20 미만이고, 큰 수의 3 배는 작은 두 수의 합보다 10 이상 클 때, 세 수 중 가장 큰 수는? [배점 4, 중중]

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

연속하는 세 자연수를 $x-1, x, x+1$ 이라고 하면

$$\begin{cases} 10 \leq (x-1) + x + (x+1) < 20 \quad \cdots \textcircled{1} \\ (x-1) + x \leq 3(x+1) - 10 \quad \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

① 에서 $10 \leq 3x < 20, \therefore \frac{10}{3} \leq x < \frac{20}{3}$

② 에서 $2x-1 \leq 3x-7, -x \leq -6 \therefore x \geq 6$
 $6 \leq x < \frac{20}{3}$ 이므로 이를 만족하는 자연수는 6 이고, 세 자연수는 5, 6, 7 이다.

따라서, 세 수 중 가장 큰 수는 7 이다.

19. 연립부등식 $x < -\frac{3x-a}{4} < \frac{1}{2}$ 의 해가 $-\frac{1}{3} < x < b$ 일 때, ab 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{1}{7}$

해설

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad & x < -\frac{3x-a}{4}, 4x < -3x+a \\ \therefore & x < \frac{a}{7} \\ \text{(ii)} \quad & -\frac{3x-a}{4} < \frac{1}{2}, -3x < 2-a \\ \therefore & x > \frac{a-2}{3} \\ \therefore & \frac{a-2}{3} < x < \frac{a}{7} \\ \frac{a-2}{3} = -\frac{1}{3}, & a = 1 \\ \frac{a}{7} = b, b = & \frac{1}{7} \\ \therefore ab = 1 \times & \frac{1}{7} = \frac{1}{7} \end{aligned}$$

20. 연립부등식 $\begin{cases} 1.2x - 2 \leq 0.8x + 3.2 \\ 3 - \frac{x-2}{4} < \frac{2x-3}{2} \end{cases}$ 의 해가 $a < x \leq b$ 일 때, $a-b$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① $-\frac{54}{5}$ ② $-\frac{49}{5}$ ③ $-\frac{9}{2}$
④ $-\frac{5}{2}$ ⑤ -9

해설

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad & 1.2x - 2 \leq 0.8x + 3.2 \text{ 의 양변에 } 10 \text{ 을 곱하면} \\ & 12x - 20 \leq 8x + 32 \\ & 4x \leq 52 \\ & x \leq 13 \\ \text{ii)} \quad & 3 - \frac{x-2}{4} < \frac{2x-3}{2} \text{ 의 양변에 } 4 \text{ 를 곱하면} \\ & 12 - (x-2) < 2(2x-3) \\ & 12 - x + 2 < 4x - 6 \\ & 20 < 5x \\ & 4 < x \\ \therefore & 4 < x \leq 13 \end{aligned}$$

21. 연립부등식 $\begin{cases} 1-3x \geq -5 \\ 4x-a > 2(x-2) \end{cases}$ 의 해가 없을 때, 상수 a 의 값의 범위는? [배점 4, 중중]

- ① $a \geq 8$ ② $a < 4$
③ $\frac{1}{2} \leq a < 2$ ④ $4 \leq a < 8$
⑤ $-4 \leq a < 8$

해설

$$\begin{aligned} & 1-3x \geq -5, 2 \geq x \\ & 4x-a > 2(x-2), x > \frac{a-4}{2} \\ & \text{해가 없으므로 } \frac{a-4}{2} \geq 2, a \geq 8 \end{aligned}$$

22. x 는 절댓값이 3보다 작은 정수일 때, $4x-1 \leq x+4$ 의 해를 모두 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: -2

▶ 정답: -1

▶ 정답: 0

▶ 정답: 1

해설

$$3x \leq 5, x \leq \frac{5}{3} \text{ 이므로 절댓값이 } 3 \text{ 보다 작은 정수 중에 이를 만족하는 수는 } -2, -1, 0, 1 \text{ 이다.}$$

23. 밑면의 반지름이 3cm 인 원뿔이 있다. 이 원뿔의 부피가 $45\pi\text{cm}^3$ 이상이 되려면 원뿔의 높이는 몇 cm 이상이어야 하는지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 15 cm

해설

원뿔의 높이를 $x\text{cm}$ 라고 하면,

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times x \geq 45\pi$$

$$3x\pi \geq 45\pi$$

$$\therefore x \geq 15$$

원뿔의 높이는 15cm 이상이어야 한다.

24. 두 부등식 $3x - 4$ 과 $x + 6$ 과 $1 - 3x \leq -5$ 의 해의 집합을 각각 A , B 라 할 때, $A \cap B^c$ 의 원소 중 가장 작은 정수를 구하여라. [배점 5, 중상]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$A = \{x | x < 5\} \quad B^c = \{x | x \geq 2\}$$

$$A \cap B^c = \{x | 2 \leq x < 5\}$$

따라서 가장 작은 정수는 2 이다.

25. 다음 세 부등식을 만족하는 자연수의 개수를 구하여라.

$$\frac{2x+4}{3} \geq \frac{x-2}{2} - x$$

$$0.3(2x-3) \leq 0.2(x+6) + 0.3$$

$$1.2x - \frac{1}{2} < 0.8x + \frac{3}{5}$$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2 개

해설

$$\frac{2x+4}{3} \geq \frac{x-2}{2} - x \text{ 의 양변에 } 6 \text{ 을 곱하면}$$

$$2(2x+4) \geq 3(x-2) - 6x \quad 4x+8 \geq 3x-6-6x$$

$$x \geq -2$$

$$0.3(2x-3) \leq 0.2(x+6) + 0.3 \text{ 의 양변에 } 10 \text{ 을 곱하면}$$

$$3(2x-3) \leq 2(x+6) + 3$$

$$6x-9 \leq 2x+12+3$$

$$x \leq 6$$

$$1.2x - \frac{1}{2} < 0.8x + \frac{3}{5} \text{ 의 양변에 } 10 \text{ 을 곱하면}$$

$$12x-5 < 8x+6$$

$$4x < 11$$

$$x < \frac{11}{4}$$

연립부등식의 해는 $-2 \leq x < \frac{11}{4}$ 이다. 따라서 만족하는 자연수는 1, 2 의 2 개다.