

단원 형성 평가

1. 다음 분수를 소수로 나타낼 때, 유한소수인 것은?

[배점 3, 하상]

- ① $\frac{2}{11}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{4}{125}$
 ④ $\frac{5}{55}$ ⑤ $\frac{6}{28}$

해설

$\frac{4}{125} = \frac{2^2}{5^3}$ 이므로 유한소수이다.

2. 분수 $\frac{a}{60}$ 가 유한소수일 때, a 의 값 중 가장 작은 자연수를 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$\frac{a}{60} = \frac{a}{2^2 \times 3 \times 5}$ 가 유한소수가 되려면 a 는 3의 배수이어야 한다.

따라서 가장 작은 자연수는 3 이다.

3. 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 없는 것을 모두 골라라.

[배점 3, 중하]

- ① $\frac{24}{15}$ ② $\frac{12}{60}$ ③ $\frac{14}{5 \times 7^2}$
 ④ $\frac{25}{48}$ ⑤ $-\frac{24}{15}$

해설

분수를 기약분수로 나타내고 그 분모를 소인수 분해하였을 때 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{① } \frac{24}{15} &= \frac{24}{3 \times 5} = \frac{8}{5} \\ \text{② } \frac{12}{60} &= \frac{2^2 \times 3}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{1}{5} \\ \text{⑤ } -\frac{24}{15} &= -\frac{2^3 \times 3}{3 \times 5} = -\frac{2^3}{5} \end{aligned}$$

이므로 유한소수이다.

$$\text{③ } \frac{14}{5 \times 7^2} = \frac{2}{5 \times 7}$$

$$\text{④ } \frac{25}{48} = \frac{5^2}{2^4 \times 3}$$

이므로 유한소수로 나타낼 수 없다.

4. $\frac{2}{125}$ 를 유한소수로 나타내기 위하여 $\frac{a}{10^n}$ 의 꼴로 고칠 때, $a+n$ 의 최솟값을 구하여라. (단, a, n 은 자연수)

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 19

해설

$$\frac{2}{125} = \frac{2}{5^3} \text{ 의 분자, 분모에 } 2^3 \text{ 을 곱하면 } \frac{2^4}{2^3 \times 5^3} = \frac{16}{10^3}$$

$$\therefore a = 16, n = 3, a + n = 16 + 3 = 19$$

5. 다음 분수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 고르면?

[배점 3, 중하]

$$\text{① } -\frac{7}{30}$$

$$\text{② } \frac{6}{2^2 \times 3 \times 5}$$

$$\text{③ } \frac{7}{125}$$

$$\text{④ } \frac{5}{2 \times 3^2}$$

$$\text{⑤ } \frac{4}{18}$$

해설

분수를 기약분수로 나타내고 그 분모를 소인수 분해하였을 때, 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

$$\textcircled{2} \frac{6}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{1}{2 \times 5}, \textcircled{3} \frac{7}{125} = \frac{7}{5^3}$$

이므로 유한소수이다.

6. $\frac{13}{20}$ 을 분수 $\frac{a}{10^n}$ 의 꼴로 고칠 때, $a+n$ 의 최솟값은?
[배점 4, 중중]

- ① 67 ② 68 ③ 69 ④ 70 ⑤ 71

해설

$$\frac{13 \times 5}{20 \times 5} = \frac{65}{10^2}, a = 65, n = 2 \text{ 이므로 } a+n \text{ 의 최솟값은 } 67 \text{ 이다.}$$

7. 다음은 기약분수 $\frac{3}{2^3 \times 5}$ 을 유한소수로 나타내는 과정이다. 이때, $bc-a$ 의 값은?

$$\frac{3}{2^3 \times 5} = \frac{3 \times a}{2^3 \times 5 \times a} = \frac{75}{b} = c$$

[배점 4, 중중]

- ① 45 ② 50 ③ 60
④ 75 ⑤ 100

해설

$$a = 5^2, b = 10^3, c = \frac{3}{2^3 \times 5}, bc-a = 75-25 = 50$$

8. 두 분수 $\frac{29}{180}$ 와 $\frac{8}{175}$ 에 같은 자연수 A 를 곱하여 모두 유한소수가 되도록 하려고 한다. 이 때, 가장 작은 자연수 A 를 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: $A = 63$

해설

$$\frac{29}{180} = \frac{29}{2^2 \times 3^2 \times 5} \text{ 는 } 9 \text{ 의 배수이고,}$$

$$\frac{8}{175} = \frac{8}{7 \times 5^2} \text{ 은 } 7 \text{ 의 배수이어야 한다.}$$

따라서 A 는 9와 7의 최소 공배수이므로 63이다.

9. 두 분수 $\frac{a}{42}, \frac{a}{180}$ 가 유한소수일 때, a 의 값 중 가장 작은 수를 구하여라.
(단, a 는 세 자리 자연수) [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 126

해설

$$\frac{a}{42} = \frac{a}{2 \times 3 \times 7}, \frac{a}{180} = \frac{a}{2^2 \times 3^2 \times 5}$$

$\therefore a$ 는 세 자리인 $3^2 \times 7 = 63$ 의 배수이어야하므로 126

10. 분수 $\frac{21}{2^2 \times 5 \times a}$ 을 소수로 나타내면 유한소수가 된다고 할 때, a 의 값으로 적당하지 않은 것은?
[배점 4, 중중]

- ① 3 ② 7 ③ 14 ④ 36 ⑤ 42

해설

$\frac{21}{2^2 \times 5 \times a}$ 이 유한소수이기 위해서는 기약분수로 나타내었을 때 분모의 소인수가 2나 5뿐이어야 한다. 그런데 분자에 $21 = 3 \times 7$, 즉 소인수 3과 7이 있으므로 분모에 2나 5이외에 3 또는 7이 하나씩 더 있어도 유한소수로 나타낼 수 있다.

- ① $\frac{21}{2^2 \times 5 \times 3} = \frac{7}{2^2 \times 5}$ (유한소수)
 ② $\frac{21}{2^2 \times 5 \times 7} = \frac{3}{2^2 \times 5}$ (유한소수)
 ③ $\frac{21}{2^2 \times 5 \times 14} = \frac{3}{2^3 \times 5}$ (유한소수)
 ④ $\frac{21}{2^2 \times 5 \times 36} = \frac{7}{2^4 \times 3 \times 5}$ (무한소수)
 ⑤ $\frac{21}{2^2 \times 5 \times 42} = \frac{1}{2^3 \times 5}$ (유한소수)

11. 자연수 A, B 가 다음 식을 만족할 때, A, B 를 동시에 만족하는 값을 구하여 $A + B$ 의 최솟값을 구하여라.

$$\frac{1}{60} \times A = \frac{1}{B} \quad (\text{단, } \frac{1}{B} \text{ 은 유한소수})$$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 16

해설

$\frac{1}{60} \times A$ 가 유한소수이려면 A 는 3의 배수이어야 하고 $\frac{1}{60} = \frac{1}{AB}$, $AB = 60$ 이므로 (A, B) 를 구하면 $(3, 20), (6, 10), (12, 5), (15, 4)$ 이다.
 따라서 $A + B$ 의 최솟값은 16이다.

12. 유리수 $\frac{1}{10}, \frac{1}{11}, \frac{1}{12}, \frac{1}{13}, \dots, \frac{1}{99}, \frac{1}{100}$ 중에서 유한소수는 모두 몇 개인가? [배점 5, 중상]

- ① 8개 ② 9개 ③ 10개
 ④ 11개 ⑤ 12개

해설

분모가 2의 거듭제곱으로만 $2^4, 2^5, 2^6$

분모가 5의 거듭제곱으로만 5^2

2와 5의 거듭제곱으로만 $2 \times 5, 2^2 \times 5, 2^3 \times 5, 2^4 \times 5, 2 \times 5^2, 2^2 \times 5^2$
 $\therefore$ 10개

13. 분수 $\frac{3}{2^2 \times 5^3 \times a}$ 을 소수로 나타내면 유한소수가 된다. 100 미만의 자연수 중에서 a 가 될 수 있는 가장 큰 수 x , 100 초과인 자연수 중에서 a 가 될 수 있는 가장 작은 수 y 일 때, $y - x$ 를 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 4 ② 20 ③ 24 ④ 37 ⑤ 50

해설

유한소수의 분모의 소인수는 2나 5가 되어야 하는데 분자에 3이 있으므로, a 의 값은 3의 배수가 되어야 한다.
 100 미만의 자연수 중 소인수를 2와 5를 가지고 있는 가장 큰 3의 배수는 $2^5 \times 3 = 96$ 이고,
 100 초과인 자연수 중 가장 작은 수는 $2^3 \times 5 \times 3 = 120$ 이 된다.
 따라서, 두 수의 차는 $y - x = 120 - 96 = 24$ 이다.

14. $3^n(2^n + 2^{n+1})$ 의 약수의 개수가 30 개일 때, 자연수 n 을 구하여라. [매점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} 3^n(2^n + 2^{n+1}) &= 3^n(2^n + 2 \times 2^n) \\ &= 3^n \times 3 \times 2^n \\ &= 3^{n+1} \times 2^n \end{aligned}$$

따라서 약수의 개수는 $(n+2)(n+1) = 30$ 이므로

$$n+2 = 6, n+1 = 5$$

$$\therefore n = 4$$

15. 분수 $\frac{a}{2^2 \times 11}$ 는 유한소수로 나타낼 수 있고 기약분수로 고치면 $\frac{1}{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, $a < 20$) [매점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$$\frac{a}{2^2 \times 11} \text{가 유한소수이고 } a < 20 \text{이므로 } a = 11, b = 4$$

$$\therefore a + b = 15$$