

# 단원 형성 평가

1. 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 없는 것을 모두 골라라. [배점 3, 중하]

- ①  $\frac{24}{15}$       ②  $\frac{12}{60}$       ③  $\frac{14}{5 \times 7^2}$   
 ④  $\frac{25}{48}$       ⑤  $-\frac{24}{15}$

## 해설

분수를 기약분수로 나타내고 그 분모를 소인수 분해하였을 때 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{① } \frac{24}{15} &= \frac{24}{3 \times 5} = \frac{8}{5} \\ \text{② } \frac{12}{60} &= \frac{2^2 \times 3}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{1}{5} \\ \text{⑤ } -\frac{24}{15} &= -\frac{2^3 \times 3}{3 \times 5} = -\frac{2^3}{5} \end{aligned}$$

이므로 유한소수이다.

$$\text{③ } \frac{14}{5 \times 7^2} = \frac{2}{5 \times 7}$$

$$\text{④ } \frac{25}{48} = \frac{5^2}{2^4 \times 3}$$

이므로 유한소수로 나타낼 수 없다.

2. 분수  $\frac{a}{180}$  가 유한소수가 되도록 하는  $a$ 의 값을 구하여라. (단,  $10 < a < 20$ ) [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 18

## 해설

$\frac{a}{180} = \frac{a}{2^2 \times 3^2 \times 5}$  가 유한소수가 되려면  $a$ 는 9의 배수

$10 < a < 20$  인 9의 배수  $a = 18$

3.  $\frac{2}{125}$ 를 유한소수로 나타내기 위하여  $\frac{a}{10^n}$ 의 꼴로 고칠 때,  $a+n$ 의 최솟값을 구하여라. (단,  $a, n$ 은 자연수) [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 19

## 해설

$$\begin{aligned} \frac{2}{125} &= \frac{2}{5^3} \text{의 분자, 분모에 } 2^3 \text{을 곱하면 } \frac{2^4}{2^3 \times 5^3} = \frac{16}{10^3} \\ \therefore a &= 16, n = 3, a + n = 16 + 3 = 19 \end{aligned}$$

4. 다음 분수를 소수로 나타낼 때 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 고르면? [배점 4, 중중]

- ①  $\frac{7}{12}$       ②  $\frac{5}{16}$       ③  $\frac{33}{18}$       ④  $\frac{33}{45}$       ⑤  $\frac{9}{60}$

## 해설

유한소수는 기약분수의 분모의 소인수가 2, 5뿐이다.

$$\begin{aligned} \text{② } \frac{5}{16} &= \frac{5}{2^4} \\ \text{⑤ } \frac{9}{60} &= \frac{3}{20} = \frac{3}{2^2 \times 5} \end{aligned}$$

5.  $\frac{a}{48}$ ,  $\frac{a}{112}$ 가 모두 유한소수로 나타내어지도록 하는 가장 작은 자연수  $a$ 를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 21

해설

$$\frac{a}{48} = \frac{a}{2^4 \times 3}$$

$$\frac{112}{a} = \frac{2^4 \times 7}{a}$$

유한소수가 되려면  $a$  는 21 의 배수

6.  $a$  는 집합  $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 자연수}\}$  의 원소이고  
 분수  $\frac{a}{30}$  를 소수로 나타내면 유한소수가 될 때,  $a$  의  
 값이 될 수 있는 수를 모두 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

▶ 정답 : 6

▶ 정답 : 9

해설

$\frac{a}{30} = \frac{a}{2 \times 3 \times 5}$  이고 기약분수로 나타내었을 때  
 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이어야 하므로  $a$  는 3  
 의 배수이어야 한다. 따라서  $a$  가 될 수 있는 수는  
 3, 6, 9 이다.

7.  $k$  는 200 이하의 자연수일 때,  $\frac{k}{55}$  가 정수가 아닌 유한  
 소수가 되는  $k$  의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 15 개

해설

$\frac{k}{11 \times 5}$  는 유한소수이므로  $k$  는 11 의 배수이다.  
 따라서  $k$  의 개수는  $18 - 3(55 \text{의 배수}) = 15$  ( 개)

8. 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모  
 두 찾은 것은?

|                               |                                      |
|-------------------------------|--------------------------------------|
| ㉠ $\frac{13}{20}$             | ㉡ $\frac{42}{75}$                    |
| ㉢ $\frac{51}{180}$            | ㉣ $\frac{21}{2^2 \times 5 \times 7}$ |
| ㉤ $\frac{27}{2^2 \times 3^2}$ | ㉥ $\frac{6}{50}$                     |

[배점 5, 중상]

① ㉠, ㉢

② ㉡, ㉣, ㉥

③ ㉡, ㉣, ㉥

④ ㉠, ㉡, ㉣, ㉥

⑤ ㉠, ㉡, ㉣, ㉤, ㉥

해설

㉢  $\frac{51}{180} = \frac{3 \times 17}{2^2 \times 3^2 \times 5} = \frac{17}{2^2 \times 3 \times 5}$  이므로 무한  
 소수로 나타내어 진다.

9.  $\frac{a}{210}$  를 약분하면  $\frac{1}{b}$  이 되고, 이것을 소수로 나타내면  
 유한소수가 되는 가장 작은 자연수를  $a$  라고 할 때,  
 $a + b$  의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

① 19

② 31

③ 60

④ 65

⑤ 130

해설

$$\frac{a}{210} = \frac{a}{2 \times 3 \times 5 \times 7} = \frac{1}{b}$$

$$a = 21, b = 10 \quad \therefore a + b = 31$$

10. 분수  $\frac{3}{2 \times a}$  을 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, 한 자리의 자연수  $a$  의 값을 구하면 모두 몇 개인지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7 개

해설

$$a = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8$$

11.  $A$  가 자연수일 때,  $\frac{35}{84} \times A$  를 소수로 나타내면 유한소수가 된다. 이때, 가장 작은 자연수  $A$  의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\frac{35}{84} = \frac{5 \times 7}{2^2 \times 3 \times 7} = \frac{5}{2^2 \times 3}$$

$$\therefore A = 3$$

12. 자연수  $n$  에 대하여  $30^n = x$  일 때,  $(2^n + 2^{n+1}) \times (3^n + 3^{n+2}) \times 5^n$  을  $x$  에 관한 가장 간단한 식으로 나타내어라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 :  $30x$

해설

$$\begin{aligned} & (2^n + 2^{n+1}) \times (3^n + 3^{n+2}) \times 5^n \\ &= (2^n 3^n + 2^n 2^1 3^n + 2^n 3^n 3^2 + 2^n 2^1 3^n 3^2) \times 5^n \\ &= (2^n 3^n 5^n) + 2 \times (2^n 3^n 5^n) + 9 \times (2^n 3^n 5^n) \\ &\quad + 18 \times (2^n 3^n 5^n) \\ &2^n 3^n 5^n = 30^n = x \text{ 이므로} \\ &\therefore (2^n + 2^{n+1}) \times (3^n + 3^{n+2}) \times 5^n \\ &= x + 2x + 9x + 18x = 30x \end{aligned}$$

13.  $3^n(2^n + 2^{n+1})$  의 약수의 개수가 30 개일 때, 자연수  $n$  을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} 3^n(2^n + 2^{n+1}) &= 3^n(2^n + 2 \times 2^n) \\ &= 3^n \times 3 \times 2^n \\ &= 3^{n+1} \times 2^n \end{aligned}$$

따라서 약수의 개수는  $(n+2)(n+1) = 30$  이므로

$$n+2 = 6, n+1 = 5$$

$$\therefore n = 4$$

14.  $\frac{3}{5}$  과  $\frac{5}{6}$  사이의 분수 중 분모가 30 이고, 유한소수인 것을 모두 구하여라. (단, 분자는 자연수이다.)

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $\frac{21}{30}$

▷ 정답 :  $\frac{24}{30}$

해설

$\frac{3}{5} = \frac{18}{30}, \frac{5}{6} = \frac{25}{30}$  이므로 분자는 18 과 25 사이의 자연수 중 3 의 배수인 21, 24 이다.

15. 7 이하의 자연수  $a, b$  에 대하여  $a \leq b$  일 때,  $[a, b] = a, < a, b > = b$  라 하고,  $a \diamond b = \frac{< a, b >}{[a, b]}$  라고 정의할 때,  $a \diamond b$  의 값 중 무한소수가 되는 수의 개수를 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12 개

해설

$a \diamond b = \frac{1}{1}, \frac{1}{2}, \frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \dots, \frac{6}{7}, \frac{7}{7}$  이다. 이들 중 무한소수가 되는 수는

분모가 3 인 경우는  $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$

분모가 6 인 경우는  $\frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}$

분모가 7 인 경우는  $\frac{1}{7}, \frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}$

따라서  $2 + 4 + 6 = 12$  ( 개)