

단원 종합 평가

1. 다음 두 조건을 만족하는 자연수 x 는 모두 몇 개인가?

- i) $1 \leq x \leq 100$
 ii) $\frac{x}{210}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다.

[배점 3, 하상]

- ① 4개 ② 6개 ③ 8개
 ④ 14개 ⑤ 33개

해설

$\frac{x}{210} = \frac{x}{2 \times 3 \times 5 \times 7}$ 이므로 $x = 21$ 의 배수이다.
 따라서 21, 42, 63, 84의 4개이다.

2. 분수 $\frac{33}{2^3 \times 5^2 \times a}$ 을 소수로 나타내면 유한소수가 된다고 할 때, a 값 중 가장 작은 자연수는? (단 $a \neq 1$)
 [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2

해설

분모의 소인수가 2 또는 5 뿐이어야 하므로 가장 작은 수 a 는 2

3. 다음 분수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 고르면?
 [배점 3, 중하]

- ① $-\frac{7}{30}$ ② $\frac{6}{2^2 \times 3 \times 5}$
 ③ $\frac{7}{125}$ ④ $\frac{5}{2 \times 3^2}$
 ⑤ $\frac{4}{18}$

해설

분수를 기약분수로 나타내고 그 분모를 소인수 분해하였을 때, 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

② $\frac{6}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{1}{2 \times 5}$, ③ $\frac{7}{125} = \frac{7}{5^3}$
 이므로 유한소수이다.

4. 분수 $\frac{a}{180}$ 가 유한소수가 되도록 하는 a 의 값을 구하여라. (단, $10 < a < 20$)
 [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 18

해설

$\frac{a}{180} = \frac{a}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 가 유한소수가 되려면 a 는 9의 배수

$10 < a < 20$ 인 9의 배수 $a = 18$

5. 순환소수 0.038 에 어떤 자연수 n 을 곱하면 유한소수가 된다고 할 때, n 의 값 중 가장 작은 것은?

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 9

해설

$0.038 = \frac{38}{1000} = \frac{19}{500} = \frac{19}{2^2 \times 5^3}$
 $\frac{19}{2^2 \times 3^2 \times 5} \times n$ 이 유한소수가 되려면 3^2 이 약분되어야 하므로 n 은 3^2 의 배수이어야 한다.
 $n = 9$

6. $\frac{21}{2} \times 5 \times a$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다. a 가 10 이하의 자연수일 때, 이를 만족시키는 모든 a 의 값들의 합은? [배점 4, 중중]

① 18 ② 25 ③ 28 ④ 30 ⑤ 55

해설

유한소수가 되기 위해 a 로 가능한 수는 분모의 2가 약분되면 안되기 때문에 짝수를 제외한 1, 3, 5, 7, 9가 된다. $\therefore 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$

7. 다음 보기 중 유리수가 아닌 것을 모두 골라라.

보기

- | | |
|------------------|------------------|
| ㉠ -10 | ㉡ $\frac{17}{5}$ |
| ㉢ 0 | ㉣ π |
| ㉤ 4.1727 | ㉥ $\pi - 3$ |
| ㉦ $-\frac{2}{3}$ | ㉧ 0.35555 |
| ㉨ $\frac{12}{2}$ | |

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉢

▶ 정답: ㉥

해설

유리수는 분수 $\frac{a}{b}$ (a, b 는 정수, $b \neq 0$)의 꼴로 나타낼 수 있는 수이므로 -10, $\frac{17}{5}$, 0, 4.1727, $-\frac{2}{3}$, 0.35555, $\frac{12}{2}$ 이다.

8. 분수 $\frac{a}{70}$ 를 유한소수로 나타낼 수 있고 그 기약분수는 $\frac{3}{b}$ 이 된다고 한다. a 가 30 이하의 자연수일 때, a, b 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① $a = 7, b = 10$ ② $a = 21, b = 7$
 ③ $a = 14, b = 10$ ④ $a = 21, b = 10$
 ⑤ $a = 10, b = 21$

해설

$\frac{a}{70} = \frac{a}{2 \times 5 \times 7}$ 가 유한소수이므로 a 는 7의 배수이어야 한다.
 기약분수가 $\frac{3}{b}$ 이므로 $a = 3 \times 7 = 21, b = 2 \times 5 = 10$
 $\therefore a = 21, b = 10$

9. 분수 $\frac{21}{2^2 \times 5 \times a}$ 을 소수로 나타내면 유한소수가 된다고 할 때, a 의 값으로 적당하지 않은 것은? [배점 4, 중중]

- ① 3 ② 7 ③ 14 ④ 36 ⑤ 42

해설

$\frac{21}{2^2 \times 5 \times a}$ 이 유한소수이기 위해서는 기약분수로 나타내었을 때 분모의 소인수가 2나 5뿐이어야 한다. 그런데 분자에 $21 = 3 \times 7$, 즉 소인수 3과 7이 있으므로 분모에 2나 5 이외에 3 또는 7이 하나씩 더 있어도 유한소수로 나타낼 수 있다.

- ① $\frac{21}{2^2 \times 5 \times 3} = \frac{7}{2^2 \times 5}$ (유한소수)
 ② $\frac{21}{2^2 \times 5 \times 7} = \frac{3}{2^2 \times 5}$ (유한소수)
 ③ $\frac{21}{2^2 \times 5 \times 14} = \frac{3}{2^3 \times 5}$ (유한소수)
 ④ $\frac{21}{2^2 \times 5 \times 36} = \frac{7}{2^4 \times 3 \times 5}$ (무한소수)
 ⑤ $\frac{21}{2^2 \times 5 \times 42} = \frac{1}{2^3 \times 5}$ (유한소수)

10. 다음 보기의 분수들 중 유한소수가 아닌 분수들은 모두 몇 개인가?

보기

- (1) $-\frac{1}{2^8}$ (2) $\frac{23}{7^{11}}$ (3) $-\frac{1}{350^{63}}$
 (4) $\frac{1}{2 \times 5 \times 7}$ (5) $\frac{1}{111}$ (6) $\frac{1}{2 \times 5 \times 3^2 \times 7}$

[배점 4, 중중]

- ① 2개 ② 3개 ③ 4개
 ④ 5개 ⑤ 6개

해설

유한소수는 분모의 소인수가 2 또는 5 만 가져야 함

(1) $-\frac{1}{2}$ (유한소수)

(2) $\frac{23}{7}$ (무한소수)

(3) $-\frac{1}{2 \times 5^2 \times 7}$ (무한소수)

(4) $\frac{4}{5 \times 7}$ (무한소수)

(5) $\frac{11}{3 \times 37}$ (무한소수)

(6) $\frac{1}{2 \times 5}$ (유한소수)

11. A 가 자연수일 때, $\frac{35}{84} \times A$ 를 소수로 나타내면 유한 소수가 된다. 이때, 가장 작은 자연수 A 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$$\frac{35}{84} = \frac{5 \times 7}{2^2 \times 3 \times 7} = \frac{5}{2^2 \times 3}$$

$\therefore A = 3$

12. $\frac{a}{450}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 나타내면 $\frac{A}{B}$ 라고 할 때, 다음과 같은 조건을 만족할 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

i) $11 \leq a \leq 55$, a 는 정수

ii) A 는 3의 배수

iii) B 는 2의 배수

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 53

해설

i) $\frac{a}{450} = \frac{a}{2 \times 3^2 \times 5^2}$ 가 유한소수이므로 a 는 9의 배수이고, $11 \leq a \leq 55$ 를 만족하는 a 의 값은 18, 27, 36, 45, 54이다.

ii) $a = 18$ 이면 $\frac{2 \times 3^2}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{25}$

$a = 27$ 이면 $\frac{3^3}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{3}{50}$

$a = 36$ 이면 $\frac{2^2 \times 3^2}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{2}{25}$

$a = 45$ 이면 $\frac{3^2 \times 5}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{10}$

$a = 54$ 이면 $\frac{2 \times 3^3}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{3}{25}$

기약분수로 나타낸 $\frac{A}{B}$ 에서 A 가 3의 배수, B 가 2의 배수를 만족하는 a 의 값은 27이다.

$\therefore A + B = 50 + 3 = 53$

13. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 유리수}\}$ 의 부분집합이고,
 A, B, C 가

$A = \{x|x \text{는 정수}\}$, $B = \{x|x \text{는 유한소수}\}$, $C = \{x|x = \frac{n}{45}, n \text{는 } 200 \text{ 이하의 자연수}\}$

일 때, $n((C \cap B) - A)$ 는? [배점 5, 중상]

- ① 4 ② 18 ③ 22 ④ 62 ⑤ 66

해설

$(C \cap B) - A$ 는 정수가 아닌 유한소수를 원소로 하는 집합이다.

따라서, $\frac{n}{45} = \frac{n}{3^2 \times 5}$ 이 유한소수가 되게 하는 n 은 9의 배수이므로 22개, 이때 정수가 되게 하는 n 은 45의 배수로 4개

$$\therefore n((C \cap B) - A) = 22 - 4 = 18$$

해설

$$\frac{a}{180} = \frac{a}{2^2 \times 3^2 \times 5} = \frac{9}{b}$$

a 는 9의 배수가 되어야 하므로 81이 된다.

$$\therefore b = 20$$

$$\therefore a - b = 81 - 20 = 61$$

14. 분수 $\frac{a}{150}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 나타내면 $\frac{3}{b}$ 이다. 이때, $a + b$ 의 값은? (단, $10 < a < 20$) [배점 5, 상하]

- ① 34 ② 43 ③ 48 ④ 55 ⑤ 59

해설

$$\frac{a}{150} = \frac{a}{2 \times 3 \times 5^2} = \frac{3}{b}$$

a 는 3^2 을 가져야 하고, $10 < a < 20$ 이어야 하므로

$$a = 3^2 \times 2 = 18, b = 25$$

$$\therefore a + b = 18 + 25 = 43$$

15. $80 \leq a \leq 90$ 인 조건에서 $\frac{a}{180}$ 는 유한소수이고, 기약분수로 나타내면 $\frac{9}{b}$ 와 같을 때, $a - b$ 의 값은? [배점 5, 상하]

- ① 41 ② 51 ③ 61 ④ 71 ⑤ 81