

# 단원 종합 평가

1. 다음 두 조건을 만족하는 자연수  $x$ 는 모두 몇 개인가?

- i)  $1 \leq x \leq 100$   
 ii)  $\frac{x}{210}$  를 소수로 나타내면 유한소수가 된다.

[배점 3, 하상]

- ① 4개                  ② 6개                  ③ 8개  
 ④ 14개                ⑤ 33개

해설

$\frac{x}{210} = \frac{x}{2 \times 3 \times 5 \times 7}$  이므로  $x = 21$ 의 배수이다.  
 따라서 21, 42, 63, 84의 4개이다.

2. 분수  $\frac{33}{2^3 \times 5^2 \times a}$  을 소수로 나타내면 유한소수가 된다고 할 때,  $a$  값 중 가장 작은 자연수는? (단  $a \neq 1$ )  
 [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 2

해설

분모의 소인수가 2 또는 5 뿐이어야 하므로 가장 작은 수  $a$ 는 2

3. 다음 분수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 고르면?  
 [배점 3, 중하]

- ①  $-\frac{7}{30}$                   ②  $\frac{6}{2^2 \times 3 \times 5}$   
 ③  $\frac{7}{125}$                   ④  $\frac{5}{2 \times 3^2}$   
 ⑤  $\frac{4}{18}$

해설

분수를 기약분수로 나타내고 그 분모를 소인수 분해하였을 때, 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

②  $\frac{6}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{1}{2 \times 5}$ , ③  $\frac{7}{125} = \frac{7}{5^3}$   
 이므로 유한소수이다.

4. 분수  $\frac{a}{180}$  가 유한소수가 되도록 하는  $a$ 의 값을 구하여라. (단,  $10 < a < 20$ )  
 [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 18

해설

$\frac{a}{180} = \frac{a}{2^2 \times 3^2 \times 5}$  가 유한소수가 되려면  $a$ 는 9의 배수

$10 < a < 20$  인 9의 배수  $a = 18$

5. 순환소수  $0.03\overline{8}$  에 어떤 자연수  $n$ 을 곱하면 유한소수가 된다고 할 때,  $n$ 의 값 중 가장 작은 것은?

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 9

해설

$0.03\overline{8} = \frac{35}{900} = \frac{7}{180} = \frac{7}{2^2 \times 3^2 \times 5}$   
 $\frac{7}{2^2 \times 3^2 \times 5} \times n$  이 유한소수가 되려면  $3^2$ 이 약분되어야 하므로  $n$ 은  $3^2$ 의 배수이어야 한다.  
 $n = 9$

6.  $\frac{21}{2} \times 5 \times a$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다.  $a$ 가 10 이하의 자연수일 때, 이를 만족시키는 모든  $a$ 의 값들의 합은? [배점 4, 중중]

① 18    ② 25    ③ 28    ④ 30    ⑤ 55

해설

유한소수가 되기 위해  $a$ 로 가능한 수는 분모의 2가 약분되면 안되기 때문에 짝수를 제외한 1, 3, 5, 7, 9가 된다.  $\therefore 1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25$

7. 다음 보기 중 유리수가 아닌 것을 모두 골라라.

보기

- |                  |                  |
|------------------|------------------|
| ㉠ -10            | ㉡ $\frac{17}{5}$ |
| ㉢ 0              | ㉣ $\pi$          |
| ㉤ 4.1727         | ㉥ $\pi - 3$      |
| ㉦ $-\frac{2}{3}$ | ㉧ 0.35555        |
| ㉨ $\frac{12}{2}$ |                  |

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉥

해설

유리수는 분수  $\frac{a}{b}$  ( $a, b$ 는 정수,  $b \neq 0$ )의 꼴로 나타낼 수 있는 수이므로 -10,  $\frac{17}{5}$ , 0, 4.1727,  $-\frac{2}{3}$ , 0.35555,  $\frac{12}{2}$ 이다.

8. 분수  $\frac{a}{70}$ 를 유한소수로 나타낼 수 있고 그 기약분수는  $\frac{3}{b}$ 이 된다고 한다.  $a$ 가 30 이하의 자연수일 때,  $a, b$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ①  $a = 7, b = 10$     ②  $a = 21, b = 7$   
 ③  $a = 14, b = 10$     ④  $a = 21, b = 10$   
 ⑤  $a = 10, b = 21$

해설

$\frac{a}{70} = \frac{a}{2 \times 5 \times 7}$ 가 유한소수이므로  $a$ 는 7의 배수이어야 한다.  
 기약분수가  $\frac{3}{b}$ 이므로  $a = 3 \times 7 = 21, b = 2 \times 5 = 10$   
 $\therefore a = 21, b = 10$

9. 분수  $\frac{21}{2^2 \times 5 \times a}$ 을 소수로 나타내면 유한소수가 된다고 할 때,  $a$ 의 값으로 적당하지 않은 것은? [배점 4, 중중]

- ① 3    ② 7    ③ 14    ④ 36    ⑤ 42

해설

$\frac{21}{2^2 \times 5 \times a}$ 이 유한소수이기 위해서는 기약분수로 나타내었을 때 분모의 소인수가 2나 5뿐이어야 한다. 그런데 분자에  $21 = 3 \times 7$ , 즉 소인수 3과 7이 있으므로 분모에 2나 5 이외에 3 또는 7이 하나씩 더 있어도 유한소수로 나타낼 수 있다.

- ①  $\frac{21}{2^2 \times 5 \times 3} = \frac{7}{2^2 \times 5}$  (유한소수)  
 ②  $\frac{21}{2^2 \times 5 \times 7} = \frac{3}{2^2 \times 5}$  (유한소수)  
 ③  $\frac{21}{2^2 \times 5 \times 14} = \frac{3}{2^3 \times 5}$  (유한소수)  
 ④  $\frac{21}{2^2 \times 5 \times 36} = \frac{7}{2^4 \times 3 \times 5}$  (무한소수)  
 ⑤  $\frac{21}{2^2 \times 5 \times 42} = \frac{1}{2^3 \times 5}$  (유한소수)

10. 다음 보기의 분수들 중 유한소수가 아닌 분수들은 모두 몇 개인가?

보기

- (1)  $-\frac{1}{2^8}$  (2)  $\frac{23}{7^{11}}$  (3)  $-\frac{1}{350^{63}}$   
 (4)  $\frac{1}{2 \times 5 \times 7}$  (5)  $\frac{1}{111}$  (6)  $\frac{1}{2 \times 5 \times 3^2 \times 7}$

[배점 4, 중중]

- ① 2개      ② 3개      ③ 4개  
 ④ 5개      ⑤ 6개

해설

유한소수는 분모의 소인수가 2 또는 5 만 가져야 함

(1)  $-\frac{1}{2}$  (유한소수)

(2)  $\frac{23}{7}$  (무한소수)

(3)  $-\frac{1}{2 \times 5^2 \times 7}$  (무한소수)

(4)  $\frac{4}{5 \times 7}$  (무한소수)

(5)  $\frac{11}{3 \times 37}$  (무한소수)

(6)  $\frac{1}{2 \times 5}$  (유한소수)

11.  $A$  가 자연수일 때,  $\frac{35}{84} \times A$  를 소수로 나타내면 유한 소수가 된다. 이때, 가장 작은 자연수  $A$  의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$$\frac{35}{84} = \frac{5 \times 7}{2^2 \times 3 \times 7} = \frac{5}{2^2 \times 3}$$

$\therefore A = 3$

12.  $\frac{a}{450}$  를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 나타내면  $\frac{A}{B}$  라고 할 때, 다음과 같은 조건을 만족할 때,  $A + B$  의 값을 구하여라.

i)  $11 \leq a \leq 55$ ,  $a$  는 정수

ii)  $A$  는 3의 배수

iii)  $B$  는 2의 배수

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 53

해설

i)  $\frac{a}{450} = \frac{a}{2 \times 3^2 \times 5^2}$  가 유한소수이므로  $a$  는 9의 배수이고,  $11 \leq a \leq 55$  를 만족하는  $a$  의 값은 18, 27, 36, 45, 54이다.

ii)  $a = 18$  이면  $\frac{2 \times 3^2}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{25}$

$a = 27$  이면  $\frac{3^3}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{3}{50}$

$a = 36$  이면  $\frac{2^2 \times 3^2}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{2}{25}$

$a = 45$  이면  $\frac{3^2 \times 5}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{10}$

$a = 54$  이면  $\frac{2 \times 3^3}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{3}{25}$

기약분수로 나타낸  $\frac{A}{B}$  에서  $A$  가 3의 배수,  $B$  가 2의 배수를 만족하는  $a$  의 값은 27이다.

$\therefore A + B = 50 + 3 = 53$

13. 전체집합  $U = \{x|x \text{는 유리수}\}$ 의 부분집합이고,  
 $A, B, C$ 가

$A = \{x|x \text{는 정수}\}$ ,  $B = \{x|x \text{는 유한소수}\}$ ,  $C = \{x|x = \frac{n}{45}, n \text{는 } 200 \text{ 이하의 자연수}\}$

일 때,  $n((C \cap B) - A)$  는? [배점 5, 중상]

- ① 4    ② 18    ③ 22    ④ 62    ⑤ 66

해설

$(C \cap B) - A$ 는 정수가 아닌 유한소수를 원소로 하는 집합이다.

따라서,  $\frac{n}{45} = \frac{n}{3^2 \times 5}$ 이 유한소수가 되게 하는  $n$ 은 9의 배수이므로 22개, 이때 정수가 되게 하는  $n$ 은 45의 배수로 4개

$$\therefore n((C \cap B) - A) = 22 - 4 = 18$$

해설

$$\frac{a}{180} = \frac{a}{2^2 \times 3^2 \times 5} = \frac{9}{b}$$

$a$ 는 9의 배수가 되어야 하므로 81이 된다.

$$\therefore b = 20$$

$$\therefore a - b = 81 - 20 = 61$$

14. 분수  $\frac{a}{150}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 나타내면  $\frac{3}{b}$ 이다. 이때,  $a + b$ 의 값은? (단,  $10 < a < 20$ ) [배점 5, 상하]

- ① 34    ② 43    ③ 48    ④ 55    ⑤ 59

해설

$$\frac{a}{150} = \frac{a}{2 \times 3 \times 5^2} = \frac{3}{b}$$

$a$ 는  $3^2$ 을 가져야 하고,  $10 < a < 20$ 이어야 하므로

$$a = 3^2 \times 2 = 18, b = 25$$

$$\therefore a + b = 18 + 25 = 43$$

15.  $80 \leq a \leq 90$ 인 조건에서  $\frac{a}{180}$ 는 유한소수이고, 기약분수로 나타내면  $\frac{9}{b}$ 와 같을 때,  $a - b$ 의 값은? [배점 5, 상하]

- ① 41    ② 51    ③ 61    ④ 71    ⑤ 81