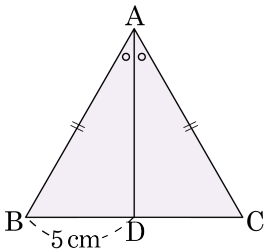
단원 형성 평가

1. 다음 그림의 △ABC 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, ∠BAD = ∠CAD 이다. $\overline{CD}$ 의 길이와 ∠ADC 의 크기를 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $\overline{CD} =$ 5 cm

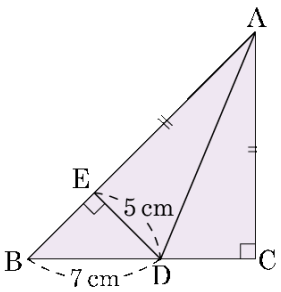
▷ 정답: ∠ADC = 90°

해설

이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.

∴ $\overline{CD} = \overline{BD} = 5(\text{cm}), \angle ADC = 90°$

2. 다음 그림과 같이 ∠C = 90° 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AE} = \overline{AC}$, $\overline{AB} \perp \overline{DE}$ 일 때, $\overline{DC}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 5 cm

해설

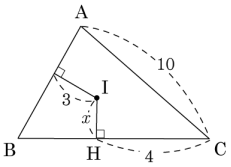
△AED와 △ACD에서

$\overline{AE} = \overline{AC}$, ∠AED = ∠ACD, $\overline{AD}$는 공통

∴ △AED ≡ △ACD (RHS 합동)

∴ $\overline{DC} = \overline{ED} = 5$ (cm)

3. 다음 그림에서 점 I가 △ABC의 내심일 때, x의 값을 구하여라.



[배점 3, 하상]

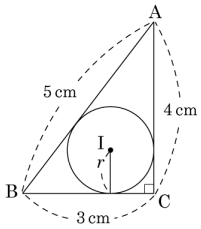
▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

삼각형의 내심에서 세 변에 이르는 거리는 같으므로 $\overline{IH} = 3$ 이다.

4. 다음 그림과 같은 △ABC 에서 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AC} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 3\text{cm}$ 이고, $\angle C = 90°$ 일 때, 내접원 I 의 반지름의 길이는?



[배점 3, 하상]

① 1cm ② 2cm ③ 3cm

④ 4cm ⑤ 5cm

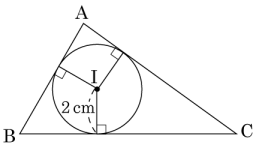
해설

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (3+4+5) = \frac{1}{2} \times 3 \times 4$ 이다.

따라서 $r = 1\text{cm}$ 이다.

5. 다음 그림에서 점 I 는 △ABC 의 내심이고 내접원의 반지름의 길이는 2cm 이다. △ABC 의 넓이가 24cm^2 일 때, △ABC 둘레의 길이는?



[배점 3, 하상]

① 12cm ② 16cm ③ 20cm

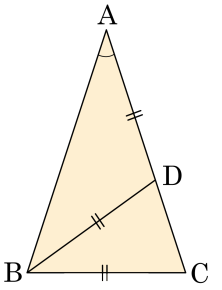
④ 24cm ⑤ 28cm

해설

$\frac{1}{2} \times 2 \times (\triangle ABC\text{의 둘레}) = 24$

따라서 △ABC 의 둘레의 길이는 24cm 이다.

6. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{BC}$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 36°

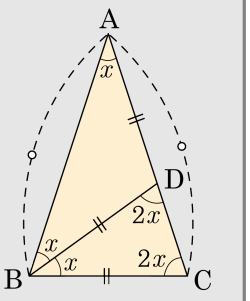
해설

$\angle A$ 의 크기를 x 라고 하면

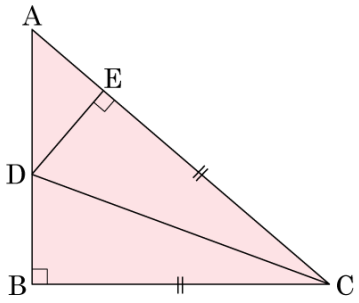
$2x + x + x + x = 180°$,

$5x = 180°$

$\therefore\ x = 36°$



7. $\angle B = 90°$인 직각삼각형 ABC가 있다. $\angle DEC = 90°$, $\overline{BC} = \overline{EC}$이고, $\triangle DBC \equiv \triangle DEC$ (RHS 합동)을 증명하기 위해 필요한 조건을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ $\overline{BC} = \overline{EC}$

㉡ $\angle DBC = \angle DEC$

㉢ $\triangle DBC \equiv \triangle DEC$

㉣ $\overline{DB} = \overline{DE}$

㉤ $\angle DAE = \angle BDC$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

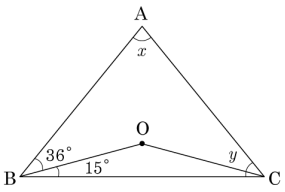
▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉡

해설

RHS 합동은 두 직각삼각형의 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으면 합동이다.
두 직각삼각형은 $\angle DBC = \angle DEC$이다.
빗변의 길이 $\overline{CD}$는 공통된 변으로 같다.
$\overline{BC} = \overline{EC}$이므로 빗변이 아닌 다른 한 변의 길이가 같다.
따라서 $\triangle DBC \equiv \triangle DEC$ (RHS 합동) 라고 할 수 있다. 필요한 것은 ㉠, ㉡이다.

8. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심일 때, $\angle x - \angle y$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 21°

해설

$$2\angle OAC = 180° - (36°\times 2 + 15°\times 2) = 78°$$
$$\therefore \angle OAC = 39°$$
$$\angle x = 36° + 39° = 75°$$
$$\angle y = 15° + 39° = 54°$$
$$\angle x - \angle y = 75° - 54° = 21°$$

9. 세 변의 길이가 각각 10 cm, 24 cm, 26 cm 인 직각삼각형의 외접원과 내접원의 넓이의 합을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $185\,\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

외접원의 반지름 : $\frac{26}{2} = 13(\text{cm})$

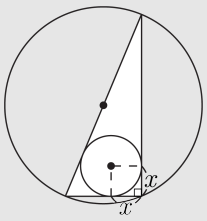
넓이 : $13 \times 13 \times \pi = 169\pi(\text{cm}^2)$

내접원의 반지름의 길이를 x 라 하면

$10 - x + 24 - x = 26$

$34 - 2x = 26, \quad -2x = -8$

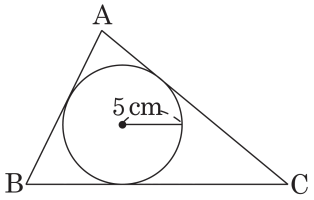
$\therefore x = 4$



넓이 : $4 \times 4 \times \pi = 16\pi(\text{cm}^2)$

$\therefore 169\pi + 16\pi = 185\pi(\text{cm}^2)$

10. 다음 그림에서 △ABC 의 내접원의 반지름의 길이는 5 cm 이다. △ABC = 120 cm^2 일 때, △ABC 의 세 변의 길이의 합을 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 48 cm

해설

세 변의 길이를 각각 a, b, c 라 두면

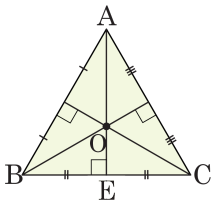
$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 5 \times (a + b + c)$

$\therefore a + b + c = 120 \times \frac{2}{5} = 48(\text{cm})$

11. 다음은 삼각형의 세 변의 수직이등분선이 한 점에서 만남을 증명하는 과정이다. ( )안에 옳지 않은 것은?

(증명)

△ABC 에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분선의 교점을 O 라 하고 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하자.



점 O 는 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 의 수직이등분 위에 있으므로

$\overline{OA}$ = (ㄱ), $\overline{OA} = \overline{OC}$

$\overline{OB} = \overline{OC}$

△OBE 와 △OCE 에서

$\overline{OB}$ = (ㄴ),

$\angle BEO = \angle CEO = 90°$,

(ㄷ)는 공통인 변

△OBE ≡ △OCE (ㄹ 합동)

$\overline{BE}$ = (ㅁ)

즉 $\overline{OE}$ 는 $\overline{BC}$ 의 수직이등분선이다.

따라서 삼각형의 세 변의 수직이등분선은 한 점 O 에서 만난다.

[배점 4, 중중]

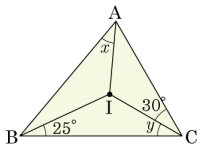
① ㄱ. $\overline{OB}$ ② ㄴ. $\overline{OC}$ ③ ㄷ. $\overline{OE}$

④ ㄹ. SSS ⑤ ㅁ. $\overline{EC}$

해설

△OBE ≡ △OCE 는 RHS 합동이다.

12. 다음 그림에서 점 I가 △ABC의 내심일 때, $\angle x + \angle y$의 값을 구하여라.



[배점 4, 중중]

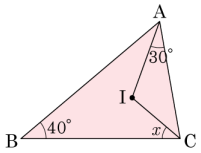
▶ 답:

▷ 정답: 65°

해설

점 I가 △ABC의 내심이므로
$\angle IAB + \angle IBC + \angle ICA = 90°$
$\angle x + 25° + 30° = 90°$
$\angle x = 35°$
$\angle ICA = \angle ICB = 30°$이므로
$\angle y = 30°$
$\therefore \angle x + \angle y = 35° + 30° = 65°$

13. 다음 그림의 △ABC에서 점 I는 내심이다. $\angle ABC = 40°$, $\angle CAI = 30°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



[배점 4, 중중]

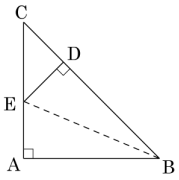
▶ 답:

▷ 정답: 40°

해설

점 I는 세 내각의 이등분선의 교점이므로
$\angle B = 2 \times \angle IBA = 40°$
$\angle IBA = 20°$
$\angle IBA + \angle ICB + \angle IAC = 90°$이므로
$\angle x + 20° + 30° = 90°$
$\therefore x = 40°$

14. 다음 그림의 △ABC는 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = \overline{AC}$인 직각이등변삼각형이다. $\overline{BA} = \overline{BD}$, $\overline{ED} = \overline{DC}$일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



[배점 5, 중상]

① $\triangle ABE \equiv \triangle DBE$
② $\angle DBE = \angle ABE$
③ $\overline{AE} = \overline{EC}$
④ $\overline{AE} = \overline{DE} = \overline{DC}$
⑤ $\angle DEC = \angle DCE$

해설

① △ABE와 △DBE는
$\overline{BA} = \overline{BD}$, $\overline{BE}$는 공통, $\angle BAE = \angle BDE = 90°$
$\therefore$ △ABE ≡ △DBE(SAS 합동)
② △ABE ≡ △DBE이므로 $\angle DBE = \angle ABE$ 이다.
④ △CDE는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{DE} = \overline{DC}$
또 △ABE ≡ △DBE(SAS합동)이므로 $\overline{AE} = \overline{DE}$
$\therefore \overline{AE} = \overline{DE} = \overline{DC}$
⑤ △ABC는 직각이등변삼각형이므로 $\angle C = 45°$
△CDE에서 $\angle DEC = 180° - (90° + 45°) = 45°$
$\therefore \angle DEC = \angle DCE$

15. 다음 중 내심과 외심이 일치하는 삼각형은?

[배점 5, 중상]

① 정삼각형 ② 직각삼각형
③ 예각삼각형 ④ 둔각삼각형
⑤ 이등변삼각형

해설

정삼각형은 내심과 외심 그리고 무게 중심이 일치한다.