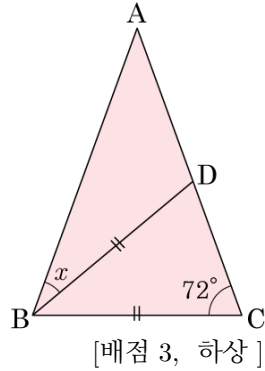


단원 형성 평가

1. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 일 때, $\angle x$ 의 크
 기는?

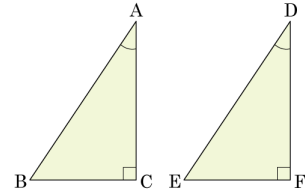


- ① 30° ② 32° ③ 34°
 ④ 36° ⑤ 38°

해설

$\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이므로
 $\angle CBD = 180^\circ - 2 \times 72^\circ = 36^\circ$
 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로
 $\angle ABC = \angle ACB = 72^\circ$
 $\therefore \angle x = 72^\circ - 36^\circ = 36^\circ$

2. 다음은 [빗변의 길이와 한 예각의 크기가 각각 같은 두
 직각삼각형은 합동] 임을 증명하는 과정이다.



[가정] $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 에서

$$\angle C = \angle F = 90^\circ$$

$$\overline{AB} = \overline{DE}$$

$$\angle A = \angle D$$

[결론] $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$

[증명] $\triangle ABC$ 과 $\triangle DEF$ 에서

$$\angle C = \angle F = 90^\circ \dots ㉑$$

$$\angle A = \angle D \dots ㉒$$

$$\angle B = \boxed{\text{㉓}} \dots ㉓$$

$$\overline{AB} = \boxed{\text{㉔}} \dots ㉔$$

㉑, ㉒, ㉔로부터

$$\therefore \triangle ABC \equiv \triangle DEF \text{ (} \boxed{\text{㉕}} \text{ 합동)}$$

㉓ ~ ㉔에 들어갈 것을 차례대로 나열한 것은?

[배점 3, 하상]

- ① $\angle E$, $\overline{DF}$, ASA ② $\angle F$, $\overline{DF}$, ASA
 ③ $\angle E$, $\overline{DE}$, ASA ④ $\angle F$, $\overline{DF}$, SAS
 ⑤ $\angle E$, $\overline{DE}$, SSS

해설

$\triangle ABC$ 과 $\triangle DEF$ 에서

$$\angle C = \angle F \dots ㉑$$

$$\angle A = \angle D \dots ㉒$$

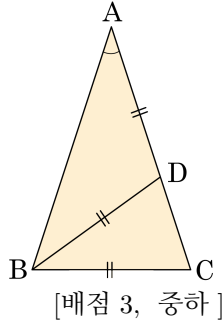
$$\angle B = \angle E \dots ㉓$$

$$\overline{AB} = \overline{DE} \dots ㉔$$

㉑, ㉒, ㉔로부터

$$\therefore \triangle ABC \equiv \triangle DEF \text{ (ASA 합동)}$$

3. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$,
 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{BC}$ 일 때, $\angle A$ 의
크기를 구하여라.

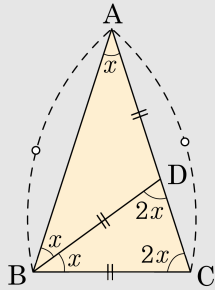


▶ 답:

▷ 정답: 36°

해설

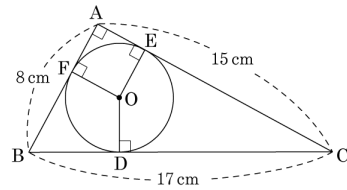
$\angle A$ 의 크기를 x 라고 하면
 $2x + x + x + x = 180^\circ$,
 $5x = 180^\circ$
 $\therefore x = 36^\circ$



해설

$\triangle CDB$ 와 삼각형 $\triangle CDE$ 는 RHS 합동이다.
 $\angle x = \angle CDB$ 이므로 $\angle x = 60^\circ$

5. 다음 그림에서 점 O는 직각삼각형 ABC의 내심이고
점 D, E, F는 내접원과 세 변의 접점이다.
이때, 선분 AF의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

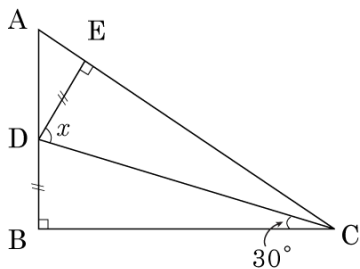
▶ 답:

▷ 정답: 3 cm

해설

$\overline{AF} = \overline{AE} = x$ cm 라고 하면
 $\overline{BF} = \overline{BD} = 8 - x$, $\overline{CE} = \overline{CD} = 15 - x$
 $\therefore 8 - x + 15 - x = 17, x = 3$ cm

4. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC에서 점 D에서 $\overline{AC}$
에 내린 수선의 발이 E이고 $\overline{BD} = \overline{ED}$ 일 때, $\angle x$ 의
크기를 구하여라.

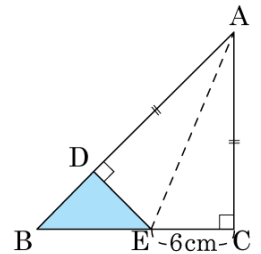


[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 60°

6. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형이다.
빗변 AB 위에 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 가
되게 점 D를 잡고, 점 D를
지나며 $\overline{AB}$ 에 수직인 직선과
 $\overline{BC}$ 와의 교점을 E라 할 때,
 $\overline{EC} = 6$ cm 이다. $\triangle BDE$ 의
넓이는?



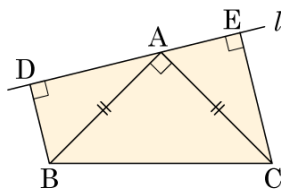
[배점 4, 중중]

- ① 12cm^2 ② 14cm^2 ③ 16cm^2
④ 18cm^2 ⑤ 20cm^2

해설

$\triangle ADE \equiv \triangle ACE$ (RHS 합동) 이므로 $\overline{DE} = \overline{CE} = 6\text{cm}$,
 $\triangle BDE$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\overline{DE} = \overline{DB} = 6\text{cm}$
 $\therefore \triangle BDE = \frac{6 \times 6}{2} = 18(\text{cm}^2)$

7. $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 90^\circ$ 이다. $\overline{DB} = 4\text{cm}$, $\overline{EC} = 6\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는 ?



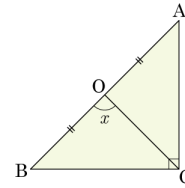
[배점 4, 중중]

- ① 20cm^2 ② 24cm^2 ③ 26cm^2
 ④ 30cm^2 ⑤ 50cm^2

해설

$\triangle ADB \equiv \triangle CEA$ 이므로 $\overline{DB} = \overline{EA} = 4\text{cm}$,
 $\overline{DA} = \overline{EC} = 6\text{cm}$ 이다.
 $\square DBCE$ 의 넓이 $= \frac{(4+6) \times 10}{2} = 50(\text{cm}^2)$ 이므로
 $\triangle ABC = \square DBCE - \triangle ADB - \triangle CEA$
 $= 50 - 12 - 12 = 26(\text{cm}^2)$

8. 다음 그림에서 점 O 는 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변의 중점이다. $\angle OCB : \angle OCA = 2 : 3$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 4, 중중]

- ① 105° ② 106° ③ 107°
 ④ 108° ⑤ 109°

해설

직각삼각형의 빗변의 중점인 점 O 는 외심이 되므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OC}$ 이다.

$\angle OCB : \angle OCA = 2 : 3$ 이므로

$$\angle OCB = \frac{2}{2+3} \times 90^\circ = \frac{2}{5} \times 90^\circ = 36^\circ$$

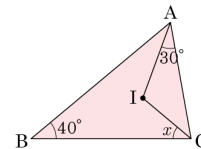
$$\angle OCA = \frac{3}{2+3} \times 90^\circ = \frac{3}{5} \times 90^\circ = 54^\circ$$

$\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OB} = \overline{OC}$)

$\angle OBC = \angle OCB = 36^\circ$ 이고

삼각형 내각의 크기의 합이 180° 이므로 $\angle BOC = 180^\circ - 36^\circ - 36^\circ = 108^\circ$

9. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 I는 내심이다. $\angle ABC = 40^\circ$, $\angle CAI = 30^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 4, 중중]

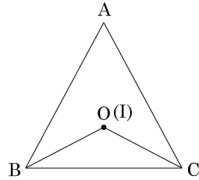
▶ 답 :

▶ 정답 : 40°

해설

점 I는 세 내각의 이등분선의 교점이므로
 $\angle B = 2 \times \angle IBA = 40^\circ$
 $\angle IBA = 20^\circ$
 $\angle IBA + \angle ICB + \angle IAC = 90^\circ$ 이므로
 $\angle x + 20^\circ + 30^\circ = 90^\circ$
 $\therefore x = 40^\circ$

10. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외심 O와 내심 I가 일치할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



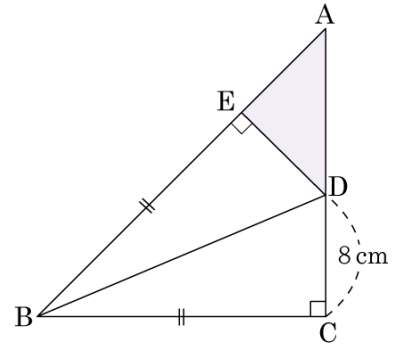
[배점 4, 중중]

- ① $\angle ABO = \angle BCO$
- ② $\overline{AB} = \overline{BC}$
- ③ $\angle BOC = 120^\circ$
- ④ $\angle A = 2\angle OCB$
- ⑤ $\angle OBC + \angle BAC = 100^\circ$

해설

$\triangle ABC$ 의 외심 O와 내심 I가 일치할 때는 삼각형이 정삼각형인 경우이므로
 $\angle BAC = 60^\circ$ 이다.
 따라서 $\angle BOC = 2\angle A = 120^\circ$ 이고, $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 30^\circ$ 이다.
 ⑤ $\angle OBC + \angle BAC = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$

11. 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle C = 90^\circ$ 이고 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형이다. $\overline{BC} = \overline{BE}$, $\overline{AB} \perp \overline{DE}$ 이고 $\overline{CD} = 8\text{ cm}$ 일 때, $\triangle AED$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

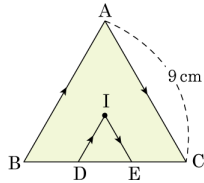
▶ 답 :

▷ 정답 : 32 cm^2

해설

$\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\angle BAC = 45^\circ$ 이다.
 따라서 $\triangle AED$ 도 직각이등변삼각형이다.
 $\triangle EDB \equiv \triangle CDB$ (RHS 합동),
 $\overline{CD} = \overline{ED}$ 이므로 $\overline{ED} = \overline{EA}$ 이다.
 그러므로, $\triangle AED$ 는 밑변 8 cm , 높이 8 cm 인 직각이등변 삼각형이다.
 따라서, 넓이는 $\frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32 (\text{cm}^2)$ 이다.

12. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이고, 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. 점 I 를 지나면서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 평행한 직선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{DE} = (\quad)\text{cm}$ 이다. 빈 칸에 알맞은 수를 써 넣어라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$\angle ABI = \angle IBD$ 이고 $\angle ABI = \angle BID (\because \overline{AB} // \overline{ID})$
이므로 $\angle IBD = \angle BID$ 이다.

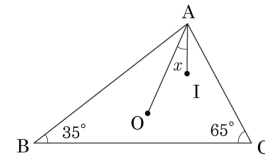
$\Rightarrow \overline{BD} = \overline{ID}$ 이다.

같은 방법으로 $\angle ACI = \angle ICE$ 이고 $\angle ACI = \angle CIE (\because \overline{AC} // \overline{IE})$ 이므로 $\angle ICE = \angle CIE$ 이다.
 $\Rightarrow \overline{IE} = \overline{EC}$

따라서 $(\triangle IDE \text{ 의 둘레의 길이}) = \overline{ID} + \overline{DE} + \overline{IE} = \overline{BD} + \overline{DE} + \overline{EC} = \overline{BC} = 9(\text{cm})$ 이고,

$\triangle IDE$ 는 정삼각형이므로 $\overline{DE} = \frac{9}{3}\text{cm} = 3\text{cm}$ 이다.

13. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 35^\circ$, $\angle C = 65^\circ$ 이고, 점 O 와 점 I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)

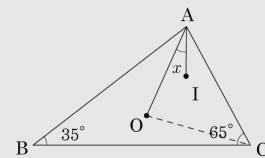


[배점 5, 중상]

- ① 10° ② 12° ③ 15°
④ 18° ⑤ 20°

해설

점 O 와 점 C 를 이으면,

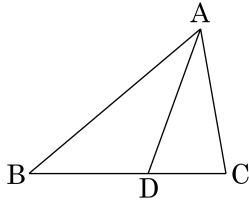


i) $\angle B = 35^\circ$ 이므로 $\angle AOC = 70^\circ$, $\angle OAC = \frac{1}{2}(180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ \therefore \angle OAC = 55^\circ$

ii) $\angle A = 180^\circ - (35^\circ + 65^\circ) = 80^\circ$ 이므로 $\angle IAC = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ$

$\angle x = \angle OAC - \angle IAC = 55^\circ - 40^\circ = 15^\circ \therefore \angle x = 15^\circ$

14. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 D 라 하자. $2\angle ABD = \angle ACD$ 이고, $\overline{AB} = a$, $\overline{AC} = b$ 라 할 때, 변 CD 의 길이를 a , b 를 사용한 식으로 나타내어라.

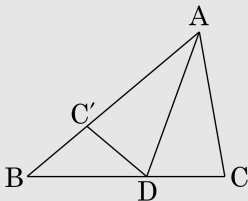


[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b$

해설



위의 그림과 같이 $\overline{AC'} = \overline{AC}$ 인 점 C' 를 잡으면 $\triangle ACD$ 와 $\triangle AC'D$ 에서 $\overline{AC'} = \overline{AC}$, $\angle C'AD = \angle CAD$, $\overline{AD}$ 는 공통이므로

$\triangle ACD \equiv \triangle AC'D$ (SAS 합동)

$\therefore \overline{C'D} = \overline{CD}$

또 $2\angle ABD = \angle ACD$ 이고

$\angle AC'D = \angle ABD + \angle C'DB$ 이므로

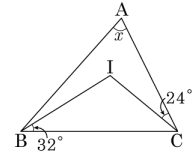
$\angle ABD = \angle C'DB$

즉, $\triangle C'BD$ 는 이등변삼각형이므로

$\overline{BC'} = \overline{C'D} = \overline{CD}$

$\therefore \overline{CD} = a - b$

15. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle x$ 의 값을 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 68°

해설

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ 이다.

점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle ACI = \angle ICB = 24^\circ$ 이다.

삼각형의 내각의 합은 180° 이므로 $\angle BIC = 180^\circ - 32^\circ - 24^\circ = 124^\circ$ 이다.

$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$, $124^\circ = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$

$\therefore \angle A = 68^\circ$