단원 형성 평가

1. 어떤 다각형 안의 한 점에서 각 꼭짓점을 연결하였더니 8 개의 삼각형이 생겼다. 이 다각형의 이름을 말하고 대각선의 총수는? [배점 3, 하상]

① 육각형, 9 개 ② 칠각형, 14 개

③ 칠각형, 21 개 ④ 팔각형, 20 개

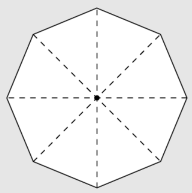
⑤ 팔각형, 24 개

해설

n 각형 내부의 한 점에서 각 꼭짓점에 그을 수 있는 삼각형의 개수 : n 개

8 개의 삼각형이 생기므로 팔각형

$\therefore$ 대각선의 총수는 $\dfrac{8 \times 5}{2} = 20$(개) 이다.



2. 십일각형의 내각의 크기의 합은? [배점 3, 하상]

① $1260°$ ② $1440°$ ③ $1620°$

④ $1800°$ ⑤ $1980°$

해설

$180° \times (11 - 2) = 1620°$ 이다.

3. 한 원 또는 합동인 두 원에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은? [배점 3, 하상]

① 중심각의 크기와 부채꼴의 넓이는 정비례한다.

② 지름은 한 원에서 길이가 가장 긴 현이다.

③ 부채꼴의 넓이가 3 배가 되면 중심각의 크기도 3 배가 된다.

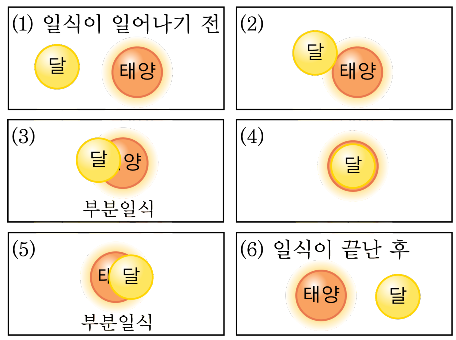
④ 부채꼴의 호의 길이가 3 배가 되면 현의 길이도 3 배가 된다.

⑤ 부채꼴 호의 길이는 중심각 크기에 정비례한다.

해설

④ 부채꼴의 호의 길이와 현의 길이는 정비례하지 않는다.

4. 다음 그림은 일식이 일어나는 장면을 그린 것이다. 개기일식 (금환식) 이 일어난 (4) 에서의 위치 관계와 같은 것은?(단, 달과 태양을 원이라고 가정한다.)



[배점 3, 하상]

① 한 원이 다른 원의 외부에 있을 때

② 두 원이 외접할 때

③ 두 원이 두 점에서 만날 때

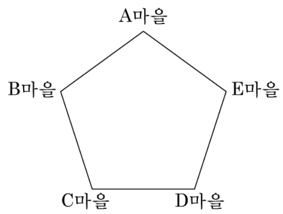
④ 두 원이 내접할 때

⑤ 두 원의 중심이 일치할 때

해설

개기일식이 일어날 때 달과 태양의 중심의 위치가 같다.

5. 다음 그림과 같이 5 개의 마을이 있고 이웃하는 마을 사이에는 버스가 왕복 운행한다. 이때, 다른 모든 마을들 사이에도 서로 직통으로 연결하는 버스 노선을 만든다면 모두 몇 개의 노선이 더 필요한지 구하여라.



[배점 3, 중하]

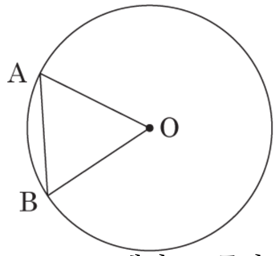
▶ 답 :

▷ 정답 : 5 개

해설

이미 이웃 마을과는 버스 노선이 운행됨으로 새로 만들어지는 노선은 그림의 오각형의 대각선과 같다. 따라서 오각형의 대각선의 총 개수를 구하면 된다. 오각형은 $n = 5$ 이므로 대각선의 총 개수는 $\frac{5(5-3)}{2} = 5$ (개) 이다.

6. 다음 그림에서 현 AB 의 길이가 원 O 의 반지름의 길이와 같을 때, $\angle AOB$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

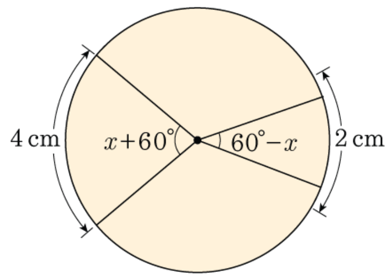
▷ 정답 : $60°$

해설

$\overline{AB} = \overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 $\triangle ABO$ 는 정삼각형이다.

$\therefore \angle AOB = 60°$

7. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $20°$

해설

$(60° - x) : (x + 60°) = 2 : 4 = 1 : 2$

$x + 60° = 2(60° - x)$

$\therefore \angle x = 20°$

8. 반지름의 길이가 각각 4 cm, 8 cm 인 두 원의 중심거리가 10 cm 일 때, 이 두 원의 공통접선의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2 개

해설

$r' - r < d < r' + r$ 이면 두 원이 서로 다른 두 점에서 만날 때이므로 공통접선의 개수는 2 개이다.

9. 반지름의 길이가 r 인 원 O 와 직선 l 이 있다. 다음 중 직선 l 이 원 O 의 할선이 될 수 없는 것은? [배점 3, 중하]

① $r = 3,\ d = 2$
② $r = 7,\ d = 4$
③ $r = 2,\ d = 4$
④ $r = 5,\ d = 3$
⑤ $r = 3,\ d = 0$

해설

직선 l 이 원 O 의 할선이 되려면 두 점에서 만나야 하므로 $r > d$ 이다. $r = 2,\ d = 4$ 이면 원 O 와 직선 l 은 만나지 않는다.

10. 정구각형의 한 내각의 크기와 한 외각의 크기를 각각 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 한 내각의 크기 : 140°

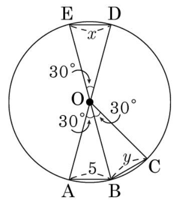
▷ 정답 : 한 외각의 크기 : 40°

해설

한 내각의 크기 : $\dfrac{180° \times (9-2)}{9} = 140°$

한 외각의 크기 : $\dfrac{360°}{9} = 40°$

11. 다음 그림과 같이 원 O 에서 $\angle AOB = \angle COB = \angle DOE = 30°$, $\overline{AB} = 5$ 일 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.



[배점 4, 중중]

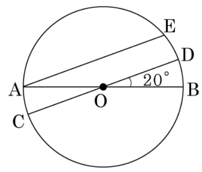
▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

같은 크기의 중심각에 대한 현의 길이는 같으므로
$x = \overline{DE} = 5,\ y = \overline{BC} = 5$
따라서 $x + y = 10$ 이다.

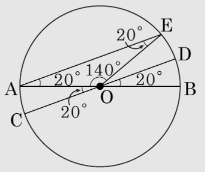
12. 다음 그림에서 $\overline{AE} \,/\!/\, \overline{CD}$ 이며, $\angle DOB = 20°$, $\overset{\frown}{AC} = 5$cm 이다. 이 때, $\overset{\frown}{AE}$ 의 길이는?



[배점 4, 중중]

① 15cm
② 20cm
③ 25cm
④ 30cm
⑤ 35cm

해설



$\angle DOB = \angle EAO = 20°$ (동위각)

$\overline{OA} = \overline{OE}$ 이므로 $\angle EAO = \angle AEO = 20°$

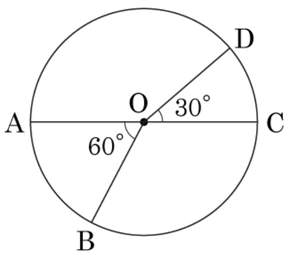
$\angle AOC = \angle DOB = 20°$ (맞꼭지각)

$\therefore\ \widehat{AC} : \widehat{AE} = 20° : 140°$

$5 : \widehat{AE} = 1 : 7$

$\therefore \widehat{AE} = 35(\text{cm})$

13. 다음 그림에서 $\overline{AC}$ 는 원 O 의 지름이고, $\angle AOB = 60°$, $\angle COD = 30°$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



[배점 4, 중중]

① $\overline{AB} = 2\overline{CD}$ ② $\overline{AB} = 2\overline{OC}$

③ $\overline{AB} < 2\overline{CD}$ ④ $\triangle AOB = 2\triangle COD$

⑤ $\widehat{AB} = 2\widehat{CD}$

해설

① $\overline{AB} < 2\overline{CD}$

② $\overline{AB} = \overline{OC}$ ($\triangle OAB$ 는 정삼각형이므로 $\overline{AB} = \overline{OA} = \overline{OC}$)

③ $\overline{AB} < 2\overline{CD}$

④ $\triangle AOB \neq 2\triangle COD$

⑤ 한 원에서 호의 길이와 부채꼴 넓이는 중심각의 크기에 정비례한다. $60° : 30° = \widehat{AB} : \widehat{CD}$ 이므로, $\widehat{AB} = 2\widehat{CD}$ 이다.

14. 반지름의 길이가 다른 두 원 O, O′ 이 있다. 두 원의 중심거리가 4cm 이면 외접하고, 2cm 이면 내접한다. 이 두 원 중에서 큰 원의 반지름의 길이를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3 cm

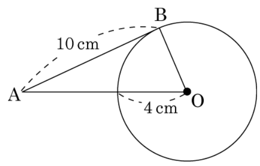
해설

내접할 때 $r - r' = d$ 이고

외접할 때 $r + r' = d$ 이므로

$r - r' = 2$, $r + r' = 4$ 를 만족하는 두 반지름을 구하면 3, 1 ($\because\ r,\ r' > 0$) 이므로 큰 원의 반지름은 3cm 이다.

15. 다음 그림에서 원 O 는 반지름의 길이가 4cm 이고 반직선 AB 는 원의 접선, 점 B 는 접점이다. $\overline{AB} = 10\text{cm}$ 일 때, $\triangle AOB$ 의 넓이는?



[배점 4, 중중]

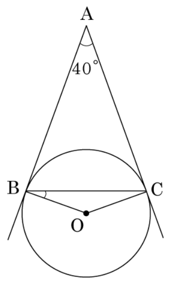
① 4cm^2 ② 10cm^2 ③ 20cm^2

④ 30cm^2 ⑤ 40cm^2

해설

반지름의 길이가 4cm 이므로, $\overline{OB} = 4\text{cm}$ 이다. $\triangle ABO$ 의 넓이는 $10 \times 4 \times \dfrac{1}{2} = 20(\text{cm}^2)$ 이다.

16. 다음 그림과 같이 중심이 O 인 원이 있다. 원 밖의 한 점 A 에서 접선 $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ 를 그을 때, $\angle OBC$ 의 크기를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $20°$

해설

$\angle A + \angle BOC = 180°$, $\angle BOC = 140°$ 이고 $\triangle BOC$ 는 $\overline{BO} = \overline{CO}$ 인 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = \angle OCB = 20°$ 이다.

17. 어떤 다각형의 한 꼭짓점에서 대각선을 그었을 때 생기는 삼각형의 개수를 a 개, 이때 생기는 대각선의 개수를 b 개라고 할 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

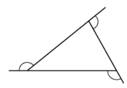
해설

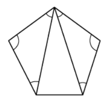
$a = n-2,\ b = n-3$ 이므로

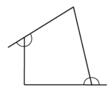
$\therefore\ a-b = (n-2)-(n-3) = n-2-n+3 = 1$

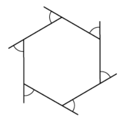
18. 다음 중 표시된 각의 합이 나머지와 다른 하나는?

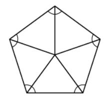
[배점 5, 중상]

①


②


③


④


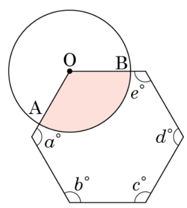
⑤


해설

①, ②, ③, ④ : $360°$

⑤ : $540°$

19. 다음 그림에서 부채꼴 AOB 의 넓이가 $12\pi cm^2$ 이고 원 O 의 넓이가 $36\pi cm^2$ 일 때, $a+b+c+d+e$ 의 값을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $600°$

해설

(부채꼴 AOB의 넓이) : (원 O의 넓이) $= 12\pi : 36\pi = 1:3$ 이므로

$\angle AOB = 360° \times \frac{1}{3} = 120°$ 이다.

육각형의 내각의 크기의 총합은 $720°$ 이므로

$\therefore\ a° + b° + c° + d° + e° = 720° - 120° = 600°$

20. 반지름의 길이가 r 인 원 O 의 중심에서 직선 l 에 이르는 거리를 d 라 할 때, 다음 중 직선 l 이 이 원의 접선이 되는 경우는? [배점 5, 중상]

① $r = 3\text{cm}$, $d = 4\text{cm}$

② $r = 3\text{cm}$, $d = 5\text{cm}$

③ $r = 4\text{cm}$, $d = 6\text{cm}$

④ $r = 8\text{cm}$, $d = 5\text{cm}$

⑤ $r = 5\text{cm}$, $d = 5\text{cm}$

해설

직선 l 이 이 원의 접선이 되려면 원의 중심에서 이르는 거리와 같아야 한다.

21. 직선 l 이 지름의 길이가 10 인 원 O 의 할선이고, 원 O 의 중심과 직선 l 사이의 거리를 d 라고 할 때, 다음 중 d 의 값의 범위로 옳은 것은? [배점 5, 중상]

① $0 \le d < 10$

② $0 \le d < 5$

③ $d = 10$

④ $d = 5$

⑤ $d > 5$

해설

할선인 경우는 원과 직선이 두 점에서 만나는 경우이다.
따라서 d 의 값의 범위는 $0 \le d < r$
$r = 5$ 이므로
$\therefore 0 \le d < 5$

22. 어떤 정다각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선을 모두 그었더니 정다각형이 15 개의 삼각형으로 나누어졌다. 이 정다각형의 내부에 그을 수 있는 대각선 중 길이가 가장 긴 것의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 17 개

해설

구하는 다각형을 n 각형이라 하면 n 각형의 한 꼭짓점에서 대각선을 모두 그었을 때 만들어지는 삼각형의 개수는 $(n-2)$ 개이므로
$n - 2 = 15 \ \therefore n = 17$
정십칠각형의 한 꼭짓점에서 내부에 그을 수 있는 대각선 중 가장 길이가 긴 것은 두 개이다.
그런데 대각선은 두 개씩 겹쳐지므로 $\frac{17 \times 2}{2} = 17$(개)

23. 정십이각형의 꼭짓점 3 개를 연결하여 만들 수 있는 이등변삼각형의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

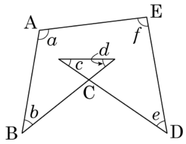
▶ 답 :

▷ 정답 : 60 개

해설

정십이각형의 한 꼭짓점에서 만들 수 있는 이등변삼각형은 5 개이다.
12 개의 꼭짓점에서 각각 5 개씩 만들어지므로
$12 \times 5 = 60$ 개

24. 다음 그림에서 $\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f$ 의 값을 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

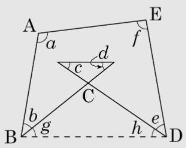
▷ 정답 : 360 °

해설

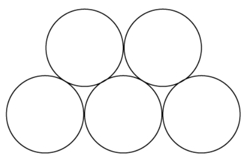
$\angle g+\angle h=\angle c+\angle d$ 이므로

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f$

$=\angle a+\angle b+\angle g+\angle h+\angle e+\angle f=360^{\circ}$



25. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 원기둥 5 개를 끈으로 묶을 때, 필요한 끈의 최소 길이를 구하여라.

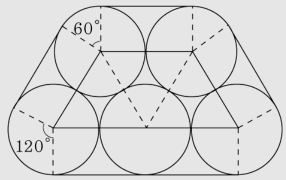


[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\pi+10$

해설



원 세 개의 중심을 연결한 삼각형은 정삼각형이므로 곡선 부분의 각이 위의 그림과 같다.

(필요한 끈의 길이)

= (곡선 부분) + (직선 부분)

$=\left\{\left(2\pi\times1\times\frac{60^{\circ}}{360^{\circ}}\right)\times2+\left(2\pi\times1\times\frac{120^{\circ}}{360^{\circ}}\right)\right.$

$\left.\times2\right\}+(2+2+2+4)$

$=2\pi+10$