

단원 형성 평가

1. 대각선의 총 개수가 35 개인 다각형은 무엇인가?

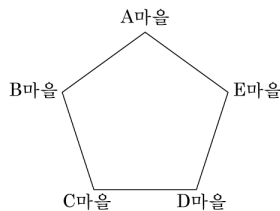
[배점 3, 중하]

- ① 육각형 ② 팔각형 ③ 십각형
④ 십이각형 ⑤ 십사각형

해설

대각선의 총 개수는 $\frac{n(n-3)}{2}$ 이므로 $\frac{n(n-3)}{2} = 35$. n 의 값이 10 이면 $\frac{10(10-3)}{2} = 35$ 이므로 대각선의 총 개수가 35 개인 다각형은 십각형이다.

2. 다음 그림과 같이 5 개의 마을이 있고 이웃하는 마을 사이에는 버스가 왕복 운행한다. 이때, 다른 모든 마을들 사이에도 서로 직통으로 연결하는 버스 노선을 만든다면 모두 몇 개의 노선이 더 필요한지 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5개

해설

이미 이웃 마을과는 버스 노선이 운행됨으로 새로 만들어지는 노선은 그림의 오각형의 대각선과 같다. 따라서 오각형의 대각선의 총 개수를 구하면 된다. 오각형은 $n = 5$ 이므로 대각선의 총 개수는 $\frac{5(5-3)}{2} = 5$ (개)이다.

3. 삼각형의 세 변의 길이가 $a, a+3, a+6$ 일 때, a 의 값의 범위를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $a > 3$

▶ 정답 : $3 < a$

해설

$$a+6 < a+a+3, a-3 > 0 \\ \therefore a > 3$$

4. $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 65^\circ, \angle C = 30^\circ$ 일 때, $\angle B$ 의 외각의 크기를 구하여라. [배점 3, 중하]

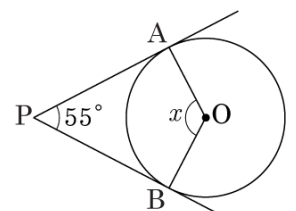
▶ 답 :

▶ 정답 : 95°

해설

$$(\angle B \text{ 의 외각의 크기}) = \angle A + \angle C = 65^\circ + 30^\circ = 95^\circ$$

5. 다음 그림에서 반직선 PA, PB 는 원 O 의 접선이다. 이 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 125°

해설

$$\angle OAP = \angle OBP = 90^\circ$$

$$\angle x = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 55^\circ) = 125^\circ$$

6. 대각선의 총수가 14개인 다각형과 35개인 다각형을 순서대로 나열하면? [배점 4, 중중]

- ① 육각형, 구각형 ② 육각형, 십각형
③ 칠각형, 구각형 ④ 칠각형, 십각형
⑤ 팔각형, 팔각형

해설

대각선의 총수가 14개인 다각형은

$$\frac{n(n-3)}{2} = 14, n(n-3) = 28$$

$$n(n-3) = 7 \times 4 \quad \therefore n = 7$$

따라서 $n = 7$ 이므로 칠각형이다

대각선의 총수가 35개인 다각형은

$$\frac{n(n-3)}{2} = 35, n(n-3) = 70$$

$$n(n-3) = 10 \times 7 \quad \therefore n = 10$$

따라서 $n = 10$ 이므로 십각형이다

7. 5개의 변의 길이가 모두 같고, 5개의 내각의 크기가 모두 같은 꼭짓점이 5개인 다각형을 말하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

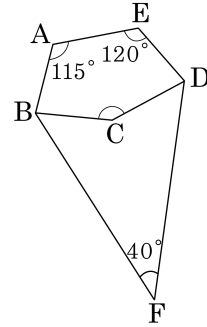
▶ 정답: 정오각형

해설

변의 길이가 모두 같고, 내각의 크기가 모두 같은 다각형을 정다각형이라고한다.

변과 내각이 모두 5개이므로 정오각형이다.

8. 다음 그림에서 $\angle EDC : \angle CDF = 3 : 2$, $\angle ABC : \angle CBF = 3 : 2$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기는?



[배점 4, 중중]

- ① 146° ② 150° ③ 162°
④ 180° ⑤ 209°

해설

$$\angle EDC : \angle CDF = 3 : 2, \angle ABC : \angle CBF = 3 : 2$$

이므로 $\angle EDC = 3x$, $\angle CDF = 2x$, $\angle ABC = 3y$, $\angle CBF = 2y$ 라 하면

오각형 ABFDE 에서

$$115^\circ + 5x + 40^\circ + 5y + 120^\circ = 540^\circ$$

$$5x + 5y = 265^\circ$$

$$x + y = 53^\circ \dots \textcircled{1}$$

오각형 ABCDE 에서

$$115^\circ + 3x + \angle BCD + 3y + 120^\circ = 540^\circ$$

$$115^\circ + 3(x + y) + \angle BCD + 120^\circ = 540^\circ \dots \textcircled{2}$$

①을 ②에 대입하면

$$235^\circ + 159^\circ + \angle BCD = 540^\circ$$

따라서 $\angle BCD = 146^\circ$ 이다.

9. 다음 중 내각의 크기의 합과 외각의 크기의 합의 총합이 1800° 인 정다각형의 한 내각의 크기는?

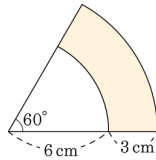
[배점 4, 중중]

- ① 36° ② 135° ③ 140°
④ 144° ⑤ 180°

해설

외각의 크기의 합은 360° 이므로
 내각의 크기의 합은 $1800^\circ - 360^\circ = 1440^\circ$ 이다.
 따라서 이 정다각형을 정 n 각형이라고 하면
 $180^\circ(n - 2) = 1440^\circ$
 $n - 2 = 8$
 $n = 10$ 이므로
 정십각형의 한 내각의 크기는
 $1440^\circ \div 10 = 144^\circ$ 이다.

10. 다음 그림에서 색칠한 부분의 둘레의 길이는?



[배점 4, 중중]

- ① $(5\pi + 6)\text{cm}$ ② $(5\pi - 6)\text{cm}$
 ③ $(\pi + 3)\text{cm}$ ④ $(\pi - 3)\text{cm}$
 ⑤ $(15\pi - 6)\text{cm}$

해설

색칠한 부분의 둘레의 길이는
 $3 + 3 + 2\pi \times 9 \times \frac{1}{6} + 2\pi \times 6 \times \frac{1}{6}$
 $= 6 + (18\pi + 12\pi) \times \frac{1}{6} = 5\pi + 6(\text{cm})$

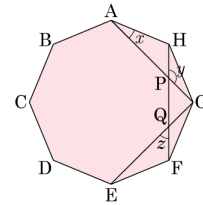
11. 어떤 다각형의 한 꼭짓점에서 각 꼭짓점에 선분을 그었을 때 생기는 삼각형의 개수가 10개 일 때, 이 다각형의 변의 개수는? [배점 5, 중상]

- ① 10 개 ② 11 개 ③ 12 개
 ④ 13 개 ⑤ 14 개

해설

구하는 다각형을 n 각형이라 하면 $n - 2 = 10$
 $n = 12$
 따라서 십이각형의 변의 개수는 12개이다.

12. 다음 그림과 같은 정팔각형에서 대각선 AG, HF의 교점을 P, 대각선 HF, GE의 교점을 Q라고 할 때, $2\angle x + \angle y + \angle z$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 중상]

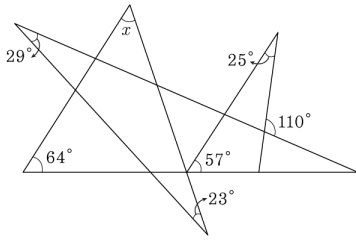
▶ 답 :

▶ 정답 : 225°

해설

정팔각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ \times 8}{8} = 135^\circ$
 이고, 삼각형 AHG는 이등변삼각형이므로
 $\angle x = \angle HGA = \frac{1}{2}(180^\circ - 135^\circ) = 22.5^\circ$ 이다.
 위와 같은 방법으로
 삼각형 HGF에서 $\angle GHF = 22.5^\circ$ 이므로
 $\angle y = 180^\circ - (22.5^\circ + 22.5^\circ) = 135^\circ$ 이다.
 삼각형 GFE에서 $\angle GQF = 135^\circ$ 이므로
 $\angle z = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$ 이다.
 따라서 $2\angle x + \angle y + \angle z = 45^\circ + 135^\circ + 45^\circ = 225^\circ$ 이다.

13. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

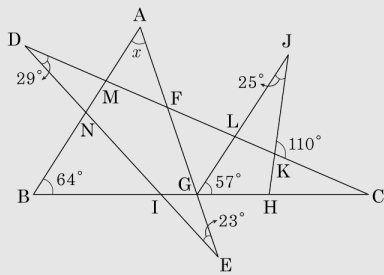


[배점 5, 중상]

▶ 답:

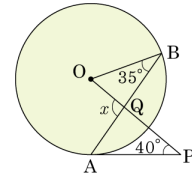
▷ 정답: 36°

해설



$$\begin{aligned}\angle KHC &= 25^\circ + 57^\circ = 82^\circ \\ \angle FCG &= 110^\circ - \angle KHC = 110^\circ - 82^\circ = 28^\circ \\ \angle AFD &= 29^\circ + 23^\circ = 52^\circ \\ \angle AMF &= 64^\circ + 28^\circ = 92^\circ \\ \angle x &= 180^\circ - (\angle AFD + \angle AMF) = 180^\circ - (52^\circ + 92^\circ) \\ \therefore \angle x &= 36^\circ\end{aligned}$$

14. 다음 그림에서 $\overline{AP}$ 는 원 O 의 접선이다. $\angle OBA = 35^\circ$, $\angle OPA = 40^\circ$ 일 때, $\angle OQA$ 의 크기는?

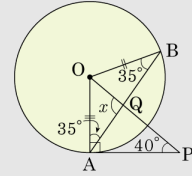


[배점 5, 중상]

- ① 90° ② 95° ③ 100°
④ 105° ⑤ 110°

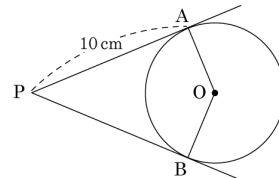
해설

그림에서 원의 중심 O 와 접점 A 를 이으면,



$$\begin{aligned}\angle OAP &= 90^\circ, \angle AOP = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ \\ \triangle OAB \text{ 는 } \overline{OA} &= \overline{OB} \text{ 이므로, 이등변삼각형} \\ \angle OAB &= \angle OBA = 35^\circ \\ \therefore \angle OQA &= 180^\circ - (35^\circ + 50^\circ) = 95^\circ\end{aligned}$$

15. 다음 그림에서 점 A, B 는 원 O 의 접점이다. $\overline{PA} = 10\text{cm}$, $\square APBO$ 의 넓이가 50cm^2 일 때, 원 O 의 반지름을 구하여라.



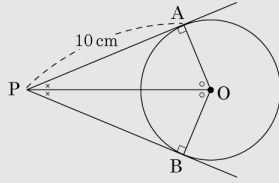
[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 5cm

해설

점 P와 원의 원점 O를 이으면,



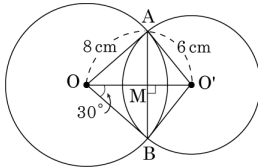
$\triangle APO \equiv \triangle BPO$ 이므로, $\triangle APO$ 와 $\triangle BPO$ 의 넓이는 같다.

$\therefore \triangle APO$ 의 넓이는 25cm^2

원의 반지름은 r 이라 할 때, $r = \overline{AO} = \overline{BO}$
 $\triangle APO$ 의 넓이는 $10 \times r \times \frac{1}{2} = 25$

$\therefore r = 5(\text{cm})$

16. 다음 그림과 같이 반지름이 각각 8cm, 6cm인 두 원 O' , O'' 이 두 점 A, B에서 만날 때, 중심선 OO' 과 선분 AB의 교점을 M이라고 하자. $\angle BOM = 30^\circ$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 값을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 8 cm

해설

$\triangle BOM$ 에서 $\angle MBO = 180^\circ - (30^\circ + 90^\circ) = 60^\circ$ 이다.

$\triangle AOB$ 는 $\overline{AO} = \overline{BO}$ 인 이등변삼각형이므로 $\angle OAB = \angle OBA = 60^\circ$ 이다.

이때 $\angle AOB = 60^\circ$ 이므로 $\triangle AOB$ 는 한 변이 8cm인 정삼각형이다.

따라서 $\overline{AB} = 8(\text{cm})$ 이다.

17. 직선 l 이 지름의 길이가 10인 원 O의 할선이고, 원 O의 중심과 직선 l 사이의 거리를 d 라고 할 때, 다음 중 d 의 값의 범위로 옳은 것은? [배점 5, 중상]

① $0 \leq d < 10$

② $0 \leq d < 5$

③ $d = 10$

④ $d = 5$

⑤ $d > 5$

해설

할선인 경우는 원과 직선이 두 점에서 만나는 경우이다.

따라서 d 의 값의 범위는 $0 \leq d < r$

$r = 5$ 이므로

$\therefore 0 \leq d < 5$

18. 한 외각의 크기가 40° 인 정다각형은?

[배점 5, 상하]

① 정육각형

② 정팔각형

③ 정구각형

④ 정십각형

⑤ 정십이각형

해설

$$\frac{360^\circ}{n} = 40^\circ$$

$$n = 9$$

$\therefore$ 정구각형

19. 한 외각의 크기를 한 내각의 크기로 나누었을 때, 자연수가 되는 정다각형을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

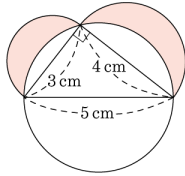
▶ 정답: 정삼각형, 정사각형

해설

$$\frac{360^\circ}{\frac{n}{2}} \div \frac{180^\circ \times (n-2)}{n} = \frac{2}{n-2}$$

$\frac{n}{n-2}$ 가 자연수가 되는 경우는 $n = 3$ 또는 $n = 4$ 인 경우이다.

20. 다음 그림은 세 변의 길이가 각각 3cm, 4cm, 5cm 인 직각삼각형의 각 변을 지름으로 하여 반원을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

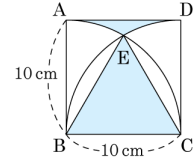
▶ 답 :

▷ 정답 : 6 cm^2

해설

$$3 \times 4 \times \frac{1}{2} + \pi \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2} + \pi \times 2^2 \times \frac{1}{2} - \pi \times \left(\frac{5}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2} = 6(\text{cm}^2)$$

21. 다음 정사각형 ABCD 에서 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\left(100 - \frac{50}{3}\pi\right) \text{ cm}^2$

해설

$\overline{EB} = \overline{BC} = \overline{EC}$ 이므로

$\triangle EBC$ 는 정삼각형이다.

$$\angle ABE = \angle DCE = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 $10 \times 10 - \pi \times 10^2 \times \frac{30^\circ}{360^\circ} \times 2 = 100 - \frac{50}{3}\pi(\text{cm}^2)$ 이다.

22. 수직선 위에 점 A(-1) 을 중심으로 하고 지름의 한 쪽 끝점을 B(2) 로 하는 원 A 와 점 C(-2) 를 중심으로 하는 원 C 의 교점의 수가 1 개일 때, 원 C 의 반지름이 될 수 있는 수를 모두 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

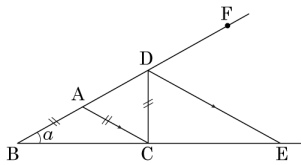
▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 4

해설

원 A의 반지름은 $2 - (-1) = 3$ 이므로 원 A의 지름의 다른 한 쪽 끝점은 $-1 - 3 = -4$ 이다.
 원 A와 원 C의 교점의 개수가 1 개이므로
 원 C가 원 A에 내접할 때, 원 C의 반지름은 $-2 - (-4) = 2$ 이다.
 원 C가 원 A에 외접할 때, 원 C의 반지름은 $2 - (-2) = 4$ 이다.
 $\therefore 2, 4$

23. 다음 그림에서 $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ 이고, $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{CD}$ 이다. $\angle ABC = a$ 라 할 때, $\angle CED$ 를 a 로 바르게 나타낸 것은?



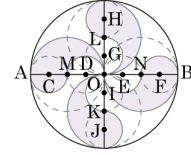
[배점 6, 상중]

- ① $\frac{1}{3}a$ ② $\frac{1}{2}a$ ③ a ④ $2a$ ⑤ $3a$

해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로
 $\angle ABC = \angle ACB = a$
 한 외각의 크기는 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로 $\angle CAD = 2a$
 또, $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로
 $\angle CAD = \angle CDA = 2a$
 $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ 이므로
 $\angle FDE = \angle DAC = 2a$ (동위각)
 한 외각의 크기는 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로
 $\triangle BDE$ 에서
 $a + \angle CED = \angle FDE$
 $a + \angle CED = 2a$
 $\therefore \angle CED = a$

24. 다음 도형에서 원 O의 지름 AB의 길이가 8cm, 원 M, N, L, K가 합동이고, 원 C, D, E, F, G, H, I, J가 합동이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면? (단, 점 O, M, N, L, K, C, D, E, F, G, H, I, J는 원의 중심이다.)



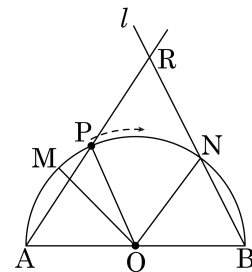
[배점 6, 상중]

- ① $2\pi\text{cm}^2$ ② $4\pi\text{cm}^2$ ③ $6\pi\text{cm}^2$
 ④ $8\pi\text{cm}^2$ ⑤ $16\pi\text{cm}^2$

해설

색칠한 부분의 넓이는 반지름 2cm인 원 2개의 넓이와 같다.
 $\pi \times 2^2 \times 2 = 8\pi(\text{cm}^2)$

25. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1인 반원 O의 호위를 호의 길이의 삼등분점 M에서 N까지 시계 방향으로 움직이는 점 P가 있다. 반지름 OP와 평행하면서 점 B를 지나는 직선 l과 선분 AP의 연장선의 교점을 R이라 할 때, 점 R이 움직이는 거리를 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{2}{3}\pi$

해설

$\angle OAP = a, \angle OBP = b$ 라 하면
 $\angle OPA = a, \angle OPB = b$ 이므로 $\angle APB = a + b$
 $\triangle APB$ 에서 $a + b + a + b = 180^\circ, a + b = 90^\circ$
 $\angle APB = 90^\circ$
 $\angle OPQ = 90^\circ$ 이므로 $\angle BPQ = a$
 $\triangle PBQ$ 에서 $\angle PQB = 90^\circ,$
 $\angle BPQ = a$ 이므로 $\angle PBQ = b$
 $\triangle ABR$ 에서 $\angle PAB = a, \angle ABR = 2b$ 이므로
 $\angle ARB = a$
 $\therefore \angle PAB = \angle ARB, \overline{AB} = \overline{BR} = 2$
 점 M, N 이 반원의 삼등분선이므로
 $\angle PAB$ 는 60° 에서 30° 까지 된다.
 $\angle PAB = 30^\circ$ 일 때,
 $\angle ABR' = 180^\circ - 2 \times 30^\circ = 120^\circ$
 $\angle PAB = 60^\circ$ 일 때,
 $\angle ABR = 180^\circ - 2 \times 60^\circ = 60^\circ$
 따라서 점 R 이 움직이는 거리는
 $2\pi \times 2 \times \frac{60^\circ}{360^\circ} = \frac{2}{3}\pi$ 이다.

