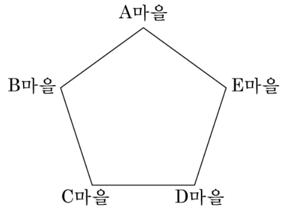
단원 형성 평가

1. 다음 그림과 같이 5 개의 마을이 있고 이웃하는 마을 사이에는 버스가 왕복 운행한다. 이때, 다른 모든 마을들 사이에도 서로 직통으로 연결하는 버스 노선을 만든다면 모두 몇 개의 노선이 더 필요한지 구하여라.



[배점 3, 중하]

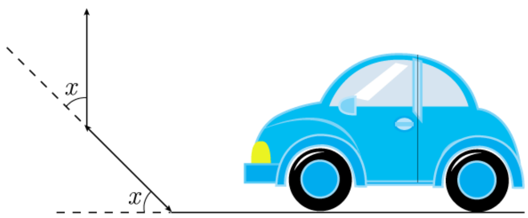
▶ 답 :

▷ 정답 : 5 개

해설

이미 이웃 마을과는 버스 노선이 운행됨으로 새로 만들어지는 노선은 그림의 오각형의 대각선과 같다. 따라서 오각형의 대각선의 총 개수를 구하면 된다. 오각형은 $n = 5$ 이므로 대각선의 총 개수는 $\frac{5(5-3)}{2} = 5$ (개) 이다.

2. 민혁이의 장난감 자동차는 앞으로 5 m를 가다가 오른쪽으로 x만큼 회전한다. 장난감 자동차가 8번을 회전하고 처음 위치로 돌아왔다면, 장난감 자동차는 한 번에 몇 도씩 회전하였는지 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 45 °

해설

같은 거리로 5m 를 가고, 8 번 회전하고, x만큼 회전했다는 것은 장난감 자동차의 동선이 외각이 $x°$ 인 정팔각형을 움직인 것이다. 정팔각형의 외각의 크기는 $\frac{360°}{8} = 45°$이다.

3. 16cm 떨어져 있는 평행한 두 직선이 모두 원 O의 접선일 때, 원 O의 반지름의 길이를 구하여라.

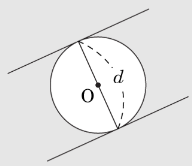
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 cm

해설

다음 그림과 같은 경우이므로 지름의 길이가 16cm 이다. 따라서 반지름은 8cm 이다.



4. 반지름의 길이가 각각 4cm, 7cm 인 두 원의 중심거리가 다음과 같을 때, 두 원의 위치관계를 말하여라.
(1) 2cm (2) 3cm (3) 5cm (4) 11cm (5) 13cm

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 한 원이 다른 원의 내부에 있다. ,: 두 원이 내접한다. ,: 두 원이 두 점에서 만난다. ,: 두 원이 외접한다. ,: 한 원이 다른 원의 외부에 있다.

해설

(1) 두 원의 반지름의 차보다 중심거리가 짧으므로 한 원이 다른 원의 내부에 있다.
(2) 두 원의 반지름의 차와 중심거리가 같으므로 내접한다.
(3) 중심거리가 두 원의 반지름의 차보다 크고 합보다 짧으므로 두 점에서 만난다.
(4) 두 원의 반지름의 합과 중심거리가 같으므로 외접한다.
(5) 두 원의 반지름의 합보다 중심거리가 길므로 한 원이 다른 원의 외부에 있다.

5. 다음 보기 중 정다각형에 대한 설명으로 옳은 것의 개수는?

보기

㉠ 세 변의 길이가 모두 같은 삼각형은 정삼각형이다.
㉡ 네 변의 길이가 모두 같은 사각형은 정사각형이다.
㉢ 네 각의 크기가 모두 같은 사각형은 정사각형이다.
㉣ 모든 내각의 크기가 같은 도형은 정다각형이다.
㉤ 정다각형은 모든 변의 길이가 같다.
㉥ 각의 개수가 6 개인 정다각형은 정오각형이다.

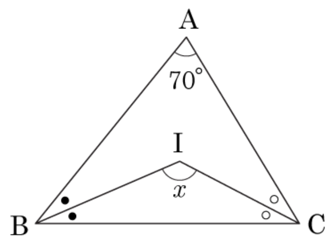
[배점 4, 중중]

① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개
④ 5 개 ⑤ 6 개

해설

㉡, ㉢ 네 변의 길이와 네 각의 크기가 모두 같은 사각형을 정사각형이라고 한다.
㉣ 모든 내각의 크기와 변의 길이가 같은 도형을 정다각형이라고 한다.
㉥ 각의 개수가 6 개인 정다각형은 정육각형이다.

6. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B$ 와 $\angle C$ 의 이등분선의 교점을 I 라고 하자. $\angle A = 70°$ 일 때, $\angle BIC$ 의 크기는?



[배점 4, 중중]

① 120° ② 125° ③ 130°
④ 135° ⑤ 140°

해설

$\triangle ABC$ 에서 $2\angle IBC + 2\angle ICB + 70° = 180°$
$\therefore\ \angle IBC + \angle ICB = 55°$
$\triangle BIC$ 에서 $\angle x = 180° - (\angle IBC + \angle ICB) = 125°$

7. 다음 보기의 정십오각형에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ 대각선의 총 개수는 90 개이다.

㉡ 한 내각의 크기는 $156°$ 이다.

㉢ 한 꼭짓점에서 대각선을 그어 만들어지는 삼각형은 13 개이다.

㉣ 한 외각의 크기는 $20°$ 이다.

[배점 4, 중중]

① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢, ㉣

④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉢, ㉣

해설

㉣ 한 외각의 크기는 $\frac{360°}{15} = 24°$ 이다.

8. 다음 보기 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 반지름의 길이에 대한 원주의 비율을 원주율이라 하며 그 값은 일정하다.

㉡ 한 원에서 가장 길이가 긴 현은 지름이다.

㉢ 한 원에서 같은 크기의 중심각에 대한 현의길이는 같다.

㉣ 한 원에서 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례한다.

㉤ 한 원에서 부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 정비례한다.

㉥ 한 원에서 부채꼴의 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례한다.

[배점 4, 중중]

① ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤, ㉥

② ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

③ ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

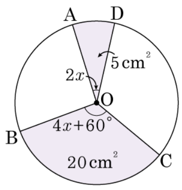
④ ㉠, ㉡, ㉣, ㉤

⑤ ㉡, ㉣, ㉤

해설

㉠ 반지름이 아니라 지름의 길이에 대한 원주의 비율을 원주율이라 한다.
㉥ 한 원에서 부채꼴의 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않는다.

9. 다음 그림의 원 O 에서 부채꼴 AOD 의 넓이가 $5\mathrm{cm}^2$ 이고 부채꼴 BOC 의 넓이가 $20\mathrm{cm}^2$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 15 °

해설

부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 정비례하므로,

$5 : 20 = 2x : (4x + 60°)$

$8x = 4x + 60°$

$\therefore\ x = 15°$

10. n 각형의 내각의 합과 외각의 합의 비가 8 : 1 일 때, n 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $n =$ 18

해설

n 각형의 내각의 크기의 합 : $180° \times (n - 2)$

n 각형의 외각의 크기의 합 : $360°$

$180° \times (n - 2) : 360° = 8 : 1$

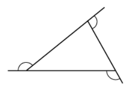
$180°(n - 2) = 360° \times 8$

따라서 $n = 18$ 이다.

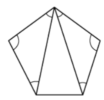
11. 다음 중 표시된 각의 합이 나머지와 다른 하나는?

[배점 5, 중상]

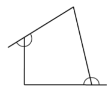
①



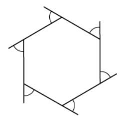
②



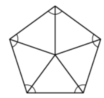
③



④



⑤

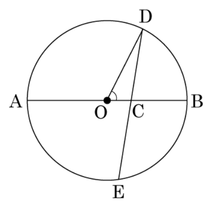


해설

①, ②, ③, ④ : 360°

⑤ : 540°

12. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름으로 $\angle DOC = 3\angle ODC$ 이다. $\overset{\frown}{AE}$ 가 원 O 의 원주의 $\frac{1}{3}$ 일 때, $\angle BOD$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 72 °

해설

$\angle AOE = 360° \times \frac{1}{3} = 120°$ 이므로

$\angle COE = 180° - 120° = 60°$

$\angle ODC = a$ 라 하면 $\angle DOC = 3a$, $\angle DEO = a$

$\triangle ODE$ 에서

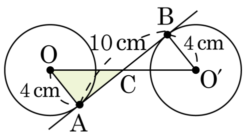
$3a + 60° + a + a = 180°$

$5a = 120°$

$a = 24°$

$\therefore\ \angle BOD = 3a = 72°$

13. 직선 AB 는 반지름의 길이가 4cm 인 두 원 O, O′ 의 공통접선이고, 점 A, B 는 접점이다. 선분 AB 의 길이가 10cm 일 때, 삼각형 OAC 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

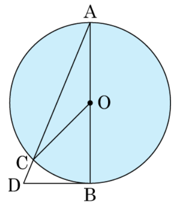
▶ 답 :

▷ 정답 : $10\,\mathrm{cm}^2$

해설

A 는 접점이므로 $\angle A$ 는 $90°$ 이고 선분 AC 와 CB 의 길이는 같으므로 각각 5cm 이다. 따라서 삼각형의 넓이는 $5 \times 4 \times \frac{1}{2} = 10\ (\mathrm{cm}^2)$ 이다.

14. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이고 $\overline{BD}$ 는 원 O 의 접선이다. $\overset{\frown}{AB} = 4\overset{\frown}{BC}$ 일 때 $\angle ADB$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $67.5\,°$

해설

$\angle AOB = 180°$ 이므로 $\angle BOC = 180° \times \frac{1}{4} = 45°$

$\angle AOC = 180° - 45° = 135°$ 이므로

$\angle CAO = \frac{180° - 135°}{2} = 22.5°$

$\triangle ADB$ 에서 $\angle DAO = 22.5°$, $\angle DBO = 90°$ 이므로

$\angle ADB = 180° - (22.5° + 90°) = 67.5°$

15. 반지름의 길이가 14cm 인 원의 중심 O 에서 한 직선 l 까지의 거리가 15cm 일 때, 원 O 와 직선 l 의 위치 관계로 옳은 것은? [배점 5, 중상]

① 두 점에서 만난다. ② 만나지 않는다.

③ 할선이다. ④ 한 점에서 만난다.

⑤ 접선이다.

해설

② 원 O 와 직선 l 은 만나지 않는다.

16. 어떤 정다각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선을 모두 그었더니 정다각형이 15 개의 삼각형으로 나누어졌다. 이 정다각형의 내부에 그을 수 있는 대각선 중 길이가 가장 긴 것의 개수를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 17 개

해설

구하는 다각형을 n 각형이라 하면 n 각형의 한 꼭짓점에서 대각선을 모두 그었을 때 만들어지는 삼각형의 개수는 $(n-2)$ 개이므로

$n-2=15 \ \therefore n=17$

정십칠각형의 한 꼭짓점에서 내부에 그을 수 있는 대각선 중 가장 길이가 긴 것은 두 개이다.

그런데 대각선은 두 개씩 겹쳐지므로 $\dfrac{17\times 2}{2}=$ 17(개)

17. 한 외각의 크기를 한 내각의 크기로 나누었을 때, 자연수가 되는 정다각형을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

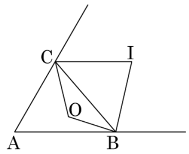
▷ 정답 : 정삼각형, 정사각형

해설

$\dfrac{360°}{n} \div \dfrac{180°\times(n-2)}{n}=\dfrac{2}{n-2}$

$\dfrac{2}{n-2}$ 가 자연수가 되는 경우는 $n=3$ 또는 $n=4$ 인 경우이다.

18. 다음 그림에서 삼각형 ABC 의 ∠B 와 ∠C 의 이등분선의 교점을 O, ∠B 의 외각과 ∠C 의 외각의 이등분선의 교점을 I 라고 정한다. $\angle A=\angle x$, $\angle BIC=\angle y$, $\angle BOC=\angle z$ 라 할 때, $\angle y+\angle z$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 180 °

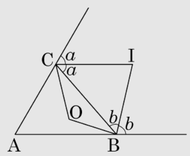
해설

그림과 같이 ∠B 와 ∠C 의 외각의 이등분선에 의해 나누어진 각을 각각 $\angle a$, $\angle b$ 라 하면

$\angle y+\angle a+\angle b=180°$, $\angle a+\angle b=180°-\angle y$

삼각형의 세 외각의 크기의 합은 360 ° 이므로

$2\angle a+2\angle b+(180°-\angle x)=360°$, $\angle y=\dfrac{180°-\angle x}{2}\cdots$ ㉠

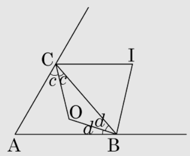


그림과 같이 ∠B 와 ∠C 의 내각의 이등분선에 의해 나누어진 각을 각각 $\angle c$, $\angle d$ 라 하면

$\angle z+\angle c+\angle d=180°$, $\angle c+\angle d=180°-\angle z$

△ABC 의 세 내각의 크기의 합은 180 ° 이므로

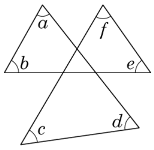
$\angle x+2\angle c+2\angle d=180°$, $\angle z=\dfrac{180°+\angle x}{2}\cdots$ ㉡



㉠, ㉡에 의하면

$\angle y+\angle z=\dfrac{180°-\angle x}{2}+\dfrac{180°+\angle x}{2}=180°$

19. 다음 그림에서 $\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f$ 의 값을 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

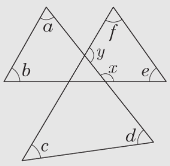
▷ 정답 : $360°$

해설

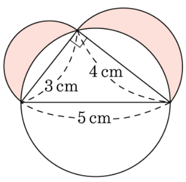
다음 그림에서

$\angle a+\angle b=\angle x$, $\angle c+\angle d=\angle y$

$\therefore\ \angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f=\angle x+\angle y\angle+$
$\angle e+\angle f=360°$



20. 다음 그림은 세 변의 길이가 각각 3cm, 4cm, 5cm 인 직각삼각형의 각 변을 지름으로 하여 반원을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

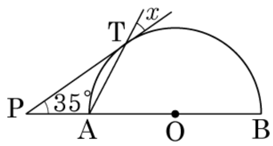
▶ 답 :

▷ 정답 : $6\,\mathrm{cm}^2$

해설

$3\times4\times\dfrac{1}{2}+\pi\times\left(\dfrac{3}{2}\right)^2\times\dfrac{1}{2}+\pi\times2^2\times\dfrac{1}{2}-\pi\times$
$\left(\dfrac{5}{2}\right)^2\times\dfrac{1}{2}=6(\mathrm{cm}^2)$

21. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $27.5\,°$

해설

$\overline{\mathrm{OT}}$ 를 그으면

$\angle\mathrm{PTO}=90\,°$ 이므로

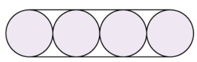
$\angle\mathrm{POT}=180\,°-(90\,°+35\,°)=55\,°$

$\overline{\mathrm{OT}}=\overline{\mathrm{OA}}$ 이므로

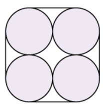
$\angle\mathrm{OTA}=\angle\mathrm{OAT}=\dfrac{1}{2}\times(180\,°-55\,°)=62.5\,°$

$\therefore\ \angle x=\angle\mathrm{PTA}=90\,°-62.5\,°=27.5\,°$

22. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 8cm 인 원기둥 4 개를 A, B 두 가지 방법으로 묶으려고 한다. 끈의 길이를 최소로 하려고 할 때, 길이가 긴 끈과 짧은 끈의 차를 구하여라.



A



B

[배점 6, 상중]

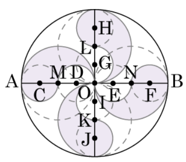
▶ 답 :

▷ 정답 : $32\,\mathrm{cm}$

해설

A 의 경우, 곡선의 길이는 반지름이 8cm 인 원의 둘레이므로, $2\pi \times 8 = 16\pi$
직선의 길이는 $8 \times 6 \times 2 = 96$ (cm)
따라서 필요한 끈의 길이는 $16\pi + 96$(cm) 이다.
B 의 경우, 곡선의 길이는 반지름이 8cm 인 원의 둘레이므로, $2\pi \times 8 = 16\pi$
직선의 길이는 $8 \times 2 \times 4 = 64$(cm)
따라서 필요한 끈의 길이는 $16\pi + 64$(cm) 이다.
따라서 긴 끈은 A 의 경우이고 짧은 끈은 B 의 경우이므로 차이는
$(16\pi + 96) - (16\pi + 64) = 32$(cm) 이다.

23. 다음 도형에서 원 O 의 지름 AB 의 길이가 8cm , 원 M, N, L, K 가 합동이고, 원 C, D, E, F, G, H, I, J 가 합동이다. 이 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하면? (단, 점 O, M, N, L, K, C, D, E, F, G, H, I, J 는 원의 중심이다.)



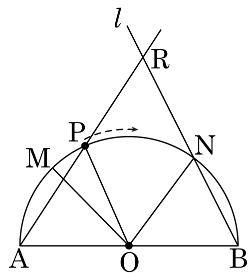
[배점 6, 상중]

① $2\pi\text{cm}^2$ ② $4\pi\text{cm}^2$ ③ $6\pi\text{cm}^2$
④ $8\pi\text{cm}^2$ ⑤ $16\pi\text{cm}^2$

해설

색칠한 부분의 넓이는 반지름 2cm 인 원 2 개의 넓이와 같다.
$\pi \times 2^2 \times 2 = 8\pi(\text{cm}^2)$

24. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 반원 O 의 호 위를 호의 길이의 삼등분점 M 에서 N 까지 시계 방향으로 움직이는 점 P 가 있다. 반지름 OP 와 평행하면서 점 B 를 지나는 직선 l 과 선분 AP 의 연장선의 교점을 R 이라 할 때, 점 R 이 움직이는 거리를 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{3}\pi$

해설

$\angle OAP = a$, $\angle OBP = b$ 라 하면

$\angle OPA = a$, $\angle OPB = b$ 이므로 $\angle APB = a + b$

$\triangle APB$ 에서 $a + b + a + b = 180°$, $a + b = 90°$

$\angle APB = 90°$

$\angle OPQ = 90°$ 이므로 $\angle BPQ = a$

$\triangle PBQ$ 에서 $\angle PQB = 90°$,

$\angle BPQ = a$ 이므로 $\angle PBQ = b$

$\triangle ABR$ 에서 $\angle PAB = a$, $\angle ABR = 2b$ 이므로

$\angle ARB = a$

$\therefore\ \angle PAB = \angle ARB$, $\overline{AB} = \overline{BR} = 2$

점 M, N 이 반원의 삼등분선이므로

$\angle PAB$ 는 $60°$ 에서 $30°$ 까지 된다.

$\angle PAB = 30°$ 일 때,

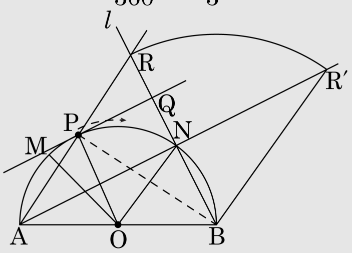
$\angle ABR' = 180° - 2 \times 30° = 120°$

$\angle PAB = 60°$ 일 때,

$\angle ABR = 180° - 2 \times 60° = 60°$

따라서 점 R 이 움직이는 거리는

$2\pi \times 2 \times \dfrac{60°}{360°} = \dfrac{2}{3}\pi$ 이다.



25. 중심거리가 6 인 두 원 O, O' 에 대하여 두 원이 만나는 점의 좌표를 P 라고 정한다. 원 O' 의 반지름의 길이가 1 일 때, 선분 OP 의 길이가 자연수가 되는 점 P 의 개수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4 개

해설

$\overline{OP}$ 는 두 원이 내접할 때 최댓값 7 을 갖고, 두 원이 외접할 때 최솟값 5 를 갖는다.

따라서 자연수가 되는 $\overline{OP} = 5,\ 6,\ 7$

$\overline{OP} = 5,\ 7$ 일 때, 점 P 의 개수는 1 개

$\overline{OP} = 6$ 일 때, 점 P 의 개수는 2 개

$\therefore$ 선분 OP 의 길이가 자연수가 되는 점 P 의 개수는 4 개이다.