문제 풀이 과제

1. 9 개의 귤을 세 개의 바구니에 나누어 담는 방법의 경우의 수를 구하여라. (단, 각 바구니에 적어도 한 개씩은 넣는다.) [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7 가지

해설

$(1,1,7)$, $(1,2,6)$, $(1,3,5)$, $(1,4,4)$, $(2,2,5)$, $(2,3,4)$, $(3,3,3)$

$\therefore 7$ 가지

2. 동건이는 친구들과 모여서 윷놀이를 하고 있다. 동건이가 윷을 한 번 던질 때, 개가 나올 확률은? (단, 윷의 등과 배가 나올 확률은 같다.) [배점 4, 중중]

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

해설

개가 나오는 경우의 수는 윷짝 중에 2 개가 앞이 나오는 경우의 수를 구하면 되므로

$4 \times \frac{3}{2} \times 1 = 6$ 가지이다.

따라서 구하고자 하는 확률은

$\frac{6}{2} \times 2 \times 2 \times 2 = \frac{3}{8}$

3. 남학생 3 명과 여학생 4 명이 한 줄로 설 때, 여학생은 어느 두 명도 이웃하지 않는 경우의 수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 144 가지

해설

여학생 4 명을 한 줄로 세우고 그 사이에 남학생 3 명을 세운다.

$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (가지), $3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지)

$\therefore 24 \times 6 = 144$ (가지)

4. A 주머니에는 노란 공이 2 개, 검은 공이 3 개 들어 있고, B 주머니에는 노란 공이 3 개, 검은 공이 1 개 들어 있다. 두 주머니에서 공을 각각 한 개씩 꺼낼 때, 노란 공 1 개, 검은 공 1 개가 나올 확률을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{11}{20}$

해설

A 주머니에서 노란 공, B 주머니에서 검은 공이 나올 확률은 $\frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$

A 주머니에서 검은 공, B 주머니에서 노란 공이 나올 확률은 $\frac{3}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{20}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{10} + \frac{9}{20} = \frac{11}{20}$

5. 민지와 종효가 홀수 번에는 민지가 주사위를, 짝수 번에는 종효가 동전을 던지는 놀이를 한다. 민지는 주사위 3 이상의 눈이 나오면 이기고, 종효는 동전의 앞면이 나오면 이기는 것으로 할 때, 6 회 이내에 종효가 이길 확률을 구하여라. [배점 4, 중중]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{7}{36}$ ③ $\frac{4}{108}$ ④ $\frac{43}{216}$ ⑤ $\frac{53}{216}$

해설

6 회 이내에 종효가 이길 경우는

(i) 2 회 때 이길 경우

(ii) 4 회 때 이길 경우

(iii) 6 회 때 이길 경우

주사위 3 이상의 눈이 나오는 경우는 3, 4, 5, 6 이므로 확률은 $\frac{2}{3}$ 이고, 동전의 앞면이 나올 확률은 $\frac{1}{2}$ 이다.

(i) 2 회 때 이길 확률은 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

(ii) 4 회 때 이길 확률은 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{36}$

(iii) 6 회 때 이길 확률은 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{216}$

$\therefore \frac{1}{6} + \frac{1}{36} + \frac{1}{216} = \frac{43}{216}$

6. 남학생 3 명, 여학생 2 명이 있다. 이 중에서 2 명의 대표를 선출하려고 할 때, 적어도 여학생 한 명이 선출될 확률은? [배점 4, 중중]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{7}{10}$ ⑤ $\frac{9}{10}$

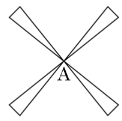
해설

(구하는 확률)

$= 1-$ (2 명 모두 남학생이 선출될 확률)

$= 1 - \left(\frac{3}{5} \times \frac{2}{4}\right) = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$

7. 다음과 같은 그림을 그릴 때, 점 A 에서 출발하여 연필을 떼지 않고 한 번에 그리는 방법의 수를 구하여라. (단, 한 번 그린 선은 중복해서 그리지 않고, 그리는 방향도 구분한다.)



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 384 가지

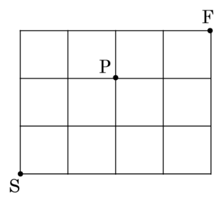
해설

4 개의 날개를 각각 ①, ②, ③, ④라 하면 ①, ②, ③, ④의 날개를 그리는 순서를 정하는 경우의 수는

$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (가지)

이때, 각 날개는 시계 방향으로 그리거나 시계 반대 방향으로 그리는 2 가지 경우가 있으므로 구하는 경우의 수는 $24 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 384$ (가지) 이다.

8. 점 S에서 점 F까지 최단 거리로 이동할 때, 점 P를 거쳐 갈 경우의 수는?



[배점 4, 중중]

① 6가지 ② 9가지 ③ 12가지

④ 15가지 ⑤ 18가지

해설

S $\rightarrow$ P : 6 가지

P $\rightarrow$ F : 3 가지

따라서 구하는 경우의 수는 $6 \times 3 = 18$(가지) 이다.

9. 명동의 한 백화점에서는 30만 원 이상을 구입한 고객에게 사은품으로 6가지 물품 중 2가지를 준다고 한다. 물품 중 2가지를 선택할 때, 선택할 수 있는 경우의 수는? [배점 4, 중중]

① 15가지 ② 16가지 ③ 17가지

④ 18가지 ⑤ 19가지

해설

6개 중에서 2개를 선택하는 경우의 수는 $\dfrac{6 \times 5}{2 \times 1} =$ 15(가지) 이다.

10. 빨간색, 파란색, 분홍색, 푸른색, 보라색, 노란색의 6 가지 색의 펜을 일렬로 정리할 때, 분홍색과 푸른색을 이웃하여 정리하는 방법의 수는? [배점 4, 중중]

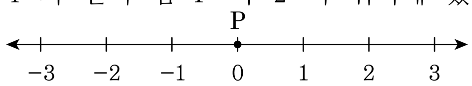
① 30 가지 ② 60 가지 ③ 120 가지

④ 240 가지 ⑤ 300 가지

해설

분홍색과 푸른색을 고정시켜 한 묶음으로 생각한 후 일렬로 세우는 방법의 수는 $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 =$ 120 (가지) 이고, 분홍색과 푸른색이 자리를 바꾸면 $120 \times 2 = 240$ (가지) 이다.

11. 다음 수직선의 원점 위에 점 P 가 있다. 동전 한 개를 던져 앞면이 나오면 +2 만큼, 뒷면이 나오면 −1 만큼 점 P 를 움직이기로 할 때, 동전을 4 회 던져 점 P 가 2 의 위치에 있을 확률은?



[배점 5, 중상]

① $\dfrac{1}{8}$ ② $\dfrac{1}{4}$ ③ $\dfrac{3}{8}$ ④ $\dfrac{1}{2}$ ⑤ $\dfrac{5}{8}$

해설

앞면 : a, 뒷면 : $4-a$라 하면

$2a-(4-a)=2,\ a=2$

앞면이 두 번, 뒷면이 두 번이 나오는 경우의 수는 6 가지이므로,

$\therefore \dfrac{6}{16} = \dfrac{3}{8}$

12. 양궁 선수인 미선이와 명수가 같은 과녁을 향해 활을 쏘았다. 미선이의 명중률은 $\dfrac{3}{5}$, 명수의 명중률은 $\dfrac{3}{4}$ 일 때, 과녁이 적어도 하나 이상 명중될 확률을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{9}{10}$

해설

1 − (두 명 모두 맞히지 못할 확률)

$= 1 - \left(1-\dfrac{3}{5}\right) \times \left(1-\dfrac{3}{4}\right)$

$= 1 - \dfrac{2}{5} \times \dfrac{1}{4}$

$= \dfrac{9}{10}$

13. 주머니 속에 검은 공 3 개, 파란 공 2 개, 흰 공 2 개가 들어 있다. 이 주머니에서 차례로 한 개씩 두 번 꺼낼 때, 두 개의 공이 같은 색일 확률이 높은 순서대로 나열한 것은? [배점 5, 중상]

① 흰 공 > 검은 공 > 파란 공

② 파란 공 > 흰 공 = 검은 공

③ 검은 공 > 파란 공 > 흰 공

④ 파란 공 = 흰 공 > 검은 공

⑤ 검은 공 > 파란 공 = 흰 공

해설

검은 공 2 번 : $\frac{3}{7} \times \frac{2}{6} = \frac{6}{42}$

파란 공 2 번 : $\frac{2}{7} \times \frac{1}{6} = \frac{2}{42}$

흰 공 2 번 : $\frac{2}{7} \times \frac{1}{6} = \frac{2}{42}$

14. 두 개의 주머니 A, B가 있다. A에는 6 개의 제비가 들어 있고 이 중 4 개가 당첨 제비이다. B에는 5 개의 제비가 들어 있다. A에서 두 번 연속하여 제비를 꺼낼 때(첫 번째 뽑은 제비를 넣지 않음), 두 개 모두 당첨 제비일 확률과 B에서 임의로 한 개를 꺼낼 때, 당첨 제비가 나올 확률은 같다고 한다. B에서 제비를 한 개 꺼내 확인한 후 B주머니에 넣은 다음 다시 제비 한 개를 꺼낼 때, 두 번 모두 당첨 제비가 나올 확률을 구하면? [배점 5, 중상]

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{5}{9}$ ③ $\frac{2}{27}$ ④ $\frac{2}{25}$ ⑤ $\frac{4}{25}$

해설

A에서 두 번 연속 당첨 제비를 뽑을 확률은 $\frac{4}{6} \times \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$ 이므로 B의 당첨 제비의 수는 2 개이다.

따라서 B에서 2 회 연속 당첨 제비 꺼낼 확률은 $\frac{2}{5} \times \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$

15. 1, 2, 3, 4 의 숫자가 각각 적힌 네 장의 카드가 들어있는 주머니에서 3 장의 카드를 뽑아 세 자리 정수를 만들 때, 작은 것부터 크기순으로 20 번째 수는? [배점 5, 중상]

① 413 ② 421 ③ 423 ④ 431 ⑤ 432

해설

네 장의 카드에서 세 장을 뽑아 만들 수 있는 세 자리 정수는 $4 \times 3 \times 2 = 24$ (가지)이다. 이 때, 20 번째 수는 뒤에서 다섯 번째 수이므로 413 이다.

16. 남학생 4 명, 여학생 3 명 중에서 2 명의 대표를 뽑을 때, 적어도 남학생이 한 명 이상 뽑힐 확률은? [배점 5, 중상]

① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{5}{7}$ ③ $\frac{6}{7}$ ④ $\frac{2}{21}$ ⑤ $\frac{5}{21}$

해설

7 명 중에서 대표 2 명을 뽑는 경우의 수는 $\frac{7 \times 6}{2} = 21$ (가지), 모두 여학생만 뽑히는 경우의 수는 여학생 3 명 중에서 2 명을 뽑는 경우이므로 $\frac{3 \times 2}{2} = 3$ (가지)이다. 그러므로 구하는 확률은 $1 -$(모두 여학생이 뽑히는 확률) $= 1 - \frac{3}{21} = \frac{6}{7}$ 이다.

17. 1에서 10까지의 수가 각각 적혀 있는 10장의 카드가 있다. 이 중에서 한 장의 카드를 뽑을 때, 다음 중 경우의 수가 가장 적은 것은? [배점 5, 중상]

① 4의 배수의 눈이 나오는 경우의 수

② 10의 약수인 눈이 나오는 경우의 수

③ 홀수인 눈이 나오는 경우의 수

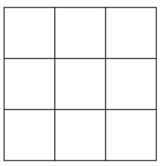
④ 소수인 눈이 나오는 경우의 수

⑤ 5보다 큰 수의 눈이 나오는 경우의 수

해설

① (4, 8) 2가지
② (1, 2, 5, 10) 4가지
③ (1, 3, 5, 7, 9) 5가지
④ (2, 3, 5, 7) 4가지
⑤ (6, 7, 8, 9, 10) 5 가지

18. 다음 그림은 정사각형의 각 변을 3등분하여 얻은 도형이다. 이 도형의 선분으로 이루어질 수 있는 직사각형의 수는?



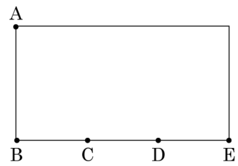
[배점 5, 중상]

① 12개 ② 24개 ③ 36개
④ 48개 ⑤ 60개

해설

가로 4개의 선에서 2개의 선을 택하고 세로 4개의 선에서 2개의 선을 택하면 하나의 직사각형이 만들어진다. 그러므로 가로 2 개의 선과 세로 2 개의 선을 선택하는 경우를 생각한다. 구하는 사각형의 개수는 $\frac{4\times3}{2}\times\frac{4\times3}{2}=6\times6=36$(개)이다.

19. 다음 그림과 같이 직사각형 위에 5개의 점이 있다. 이들 중 세 점을 이어 만들 수 있는 삼각형의 개수를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6 개

해설

점 A와 점 B, C, D, E 중 2개를 뽑아 삼각형을 만들 수 있으므로 삼각형의 개수는 $\frac{4\times3}{2\times1}=6$(개)이다.

20. A, B, C 중학교에서 4명씩 선발하여 달리기 시합을 한다. 각 학교별로 시합을 하여 2명씩 다시 선발한다고 할 때, 최종 시합에 나가게 되는 학생들이 뽑는 경우의 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 216 가지

해설

각 학교별로 2명씩 선발하는 경우의 수는 $\frac{4\times3}{2\times1}$ 이고, 세 학교가 동시에 2명을 선발하므로 총 경우의 수는 $\left(\frac{4\times3}{2}\right)^3=216$(가지)이다.

21. 모스 부호는, $-$, $\cdot$, $-$, $\cdots$ 과 같이, $-$의 몇 개를 중복으로 사용하여 단어를 만든다. 이 부호를 세 개까지 사용하여 만들 수 있는 단어의 총 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 14가지

해설

부호 1 개를 이용하는 경우 : 2 가지
부호 2 개를 이용하는 경우 : 4 가지
부호 3 개를 이용하는 경우 : 8 가지
$\therefore 2+4+8=14$ (가지)

22. 한 손의 5 개의 손가락에서 엄지 이외의 손가락 끝을 엄지손가락 끝에 붙여 여러 가지 경우를 만들어 신호로 쓰려고 한다. 신호를 만들 수 있는 방법의 수를 구하여라. (단, 엄지에 다른 손가락이 하나로 붙지 않은 것은 신호가 아니다.) [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 15가지

해설

엄지손가락을 제외한 각 손가락마다 경우의 수가 2 가지(엄지손가락과 붙느냐 붙지 않느냐)이므로 $2^4-1=15$(가지)

23. 어떤 야구 선수가 이번 시즌에 120 타석 중 안타는 32 타를 쳤다. 한 시즌에 보통 150 타석을 가질 때, 타율이 3 할 이상이려면 앞으로 안타를 몇 개 이상 쳐야 하겠는지 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 13개이상

해설

$\frac{32+x}{150}\ge\frac{3}{10}$
$\therefore x\ge13$

24. 6명의 친구가 서로 2명씩 짝을 지어 3개조로 나누어 게임을 한다면 나누는 방법은 모두 몇 가지가 있는가? [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 15가지

해설

(6명 중 2명을 뽑는 경우의 수)×(4명 중 2명을 뽑는 경우의 수)×(2명 중 2명을 뽑는 경우의 수)$\times\frac{1}{3\times2\times1}=\frac{6\times5}{2\times1}\times\frac{4\times3}{2\times1}\times\frac{2\times1}{2\times1}\times\frac{1}{3\times2\times1}=15$ (가지)

25. 키가 모두 다른 20 명 중에서 3 명을 뽑아 키가 큰 순서대로 세우는 경우의 수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 1140가지

해설

20 명 중에서 순서를 생각하지 않고 세 명을 뽑는 경우의 수이므로 $\dfrac{20 \times 19 \times 18}{3!} = 1140$ (가지) 이다.

26. 평면 위에 10 개의 직선 중 한 쌍의 직선만 평행하고 어떤 세 직선도 한 점에서 만나지 않는다고 한다. 이 직선에 의해 만들어지는 사다리꼴의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 28 개

해설

평행한 1 쌍의 직선과 평행하지 않은 두 직선을 택하는 경우이므로
평행한 1 쌍을 골라놓고, 8 개 직선 중에서 2 개의 평행하지 않은 직선을 고르는 수와 같다.
따라서 구하는 사다리꼴의 개수는 $\dfrac{8 \times 7}{2!} = 28$(개) 이다.

27. 비가 온 다음 날 비가 올 확률은 $\dfrac{1}{5}$ 이고, 비가 오지 않을 확률은 $\dfrac{4}{5}$ 이다. 또, 비가 오지 않은 다음 날 비가 올 확률은 $\dfrac{1}{3}$ 이고, 비가 오지 않을 확률은 $\dfrac{2}{3}$ 이다. 월요일에 비가 오지 않았을 때, 목요일에 비가 올 확률을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{199}{675}$

해설

비가 온 날을 R, 비가 오지 않은 날을 C 라 하면
(1) CCCR 인 경우 $\dfrac{2}{3} \times \dfrac{2}{3} \times \dfrac{1}{3} = \dfrac{4}{27}$
(2) CCRR 인 경우 $\dfrac{2}{3} \times \dfrac{1}{3} \times \dfrac{1}{5} = \dfrac{2}{45}$
(3) CRCR 인 경우 $\dfrac{1}{3} \times \dfrac{4}{5} \times \dfrac{1}{3} = \dfrac{4}{45}$
(4) CRRR 인 경우 $\dfrac{1}{3} \times \dfrac{1}{5} \times \dfrac{1}{5} = \dfrac{1}{75}$
따라서 (1) ∼ (4)에서 구하는 확률은 $\dfrac{4}{27} + \dfrac{2}{45} + \dfrac{4}{45} + \dfrac{1}{75} = \dfrac{199}{675}$ 이다.

28. 한 개의 주사위를 3 회 던져서 나온 눈의 합이 짝수가 되거나, 나온 눈의 곱이 짝수가 되는 확률을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{7}{8}$

해설

주사위를 3 회 던져서 나온 눈의 합이 짝수가 되는 경우는 (짝, 짝, 짝), (짝, 홀, 홀) 의 2 가지 경우이다.
또, 나온 눈의 곱이 짝수가 되는 경우는 (짝, 짝, 짝) (짝, 짝, 홀) (짝, 홀, 홀) 의 3 가지 경우이다.
따라서 주사위를 3 회 던져서 나온 눈의 합이 짝수가 되거나 곱이 짝수가 되는 경우는 (홀, 홀, 홀) 의 경우를 제외한 모든 경우의 수와 같다.
전체 경우의 수 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (가지) 중 (홀, 홀, 홀) 1 가지를 제외한 7 가지 이므로 구하는 확률은 $\dfrac{7}{8}$ 이다.

29. 남학생 4 명과 여학생 4 명이 둥근 탁자 둘레에 같은 간격으로 앉을 때, 두 명의 남학생 A, B 가 반드시 마주 보고 앉게 되는 경우의 수를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 720 가지

해설

남학생 A 의 자리를 고정하면 남학생 B 의 자리가 정해진다. 나머지 6 자리에 6 명이 앉는 경우의 수는 $6! = 720$ (가지) 이다.

30. 어떤 회의에 참석한 사람들이 다른 모든 사람들과 악수를 한 번씩 하였다. 악수를 한 횟수가 모두 5050 번일 때, 회의에 참석한 사람의 수를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 101 명

해설

사람 수를 n 명이라 하면 한 사람이 악수를 할 수 있는 사람 수는 자신을 제외한 $(n-1)$ 명이다.
그런데 사람 A 와 B 가 악수하는 것과 사람 B 가 A 와 악수하는 것은 마찬가지이므로 사람들끼리 악수하는 총 횟수는 $\dfrac{n(n-1)}{2}$ 회이다.

$\dfrac{n(n-1)}{2} = 5050$

$n(n-1) = 10100 = 101 \times 100$

$\therefore\ n = 101$

따라서 회의에 참석한 사람은 모두 101 명이다.

31. 어느 축구 대회에서 N 팀의 A 팀에 대한 역대 경기 결과는 15 전 10 승 5 패였다. N 팀과 A 팀이 경기를 3 번 가져 N 팀이 2 번 이길 확률은? [배점 6, 상중]

① $\frac{3}{9}$ ② $\frac{4}{9}$ ③ $\frac{5}{9}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

해설

$3 \times \left(\dfrac{10}{15} \times \dfrac{10}{15} \times \dfrac{5}{15}\right) = \dfrac{4}{9}$

32. $a > b$ 일 때, $f(a) < f(b)$ 인 함수 $f(x)$ 가 있다. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 를 정의역으로 하고, 집합 $Y = \{-7, -5, -3, -1, 0, 1, 3, 5, 7\}$ 을 공역으로 하는 함수 $f(x)$ 중 $f(5) = -5$ 를 만족하는 함수의 개수를 구하여라. [배점 6, 상중]

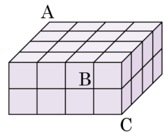
▶ 답 :

▷ 정답 : 35 가지

해설

$a > b$ 일 때, $f(a) < f(b)$ 를 만족하려면, $f(1) > f(2) > f(3) > f(4) > f(5)$ 가 되어야 하므로
$f(1)$, $f(2)$, $f(3)$, $f(4)$ 는 각각 -5 보다 큰 -3, -1, 0, 1, 3, 5, 7 중에서 크기가 작아지는 순서대로 하나의 값을 가져야 하므로
$\dfrac{7 \times 6 \times 5 \times 4}{4!} = 35$(가지) 이다.
따라서 조건을 만족하는 함수의 개수는 35 가지이다.

33. 다음과 같이 크기가 같은 정육면체 32 개를 쌓아 만든 도형의 A 지점에서 B 지점을 거쳐 C 지점까지 작은 정육면체의 모서리를 따라 갈 수 있는 최단 경로의 개수를 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 560 가지

해설

오른쪽으로 한 칸 가는 것을 a , 앞으로 한 칸 가는 것을 b , 아래로 한 칸 가는 것을 c 라 하면,
A 지점에서 B 지점까지의 최단 경로의 수는 $a,\ a,\ a,\ b,\ b,\ b,\ b,\ c$ 를 일렬로 배열하는 경우의 수와 같으므로 $\dfrac{8!}{3!4!1!} = 280$ (가지) 이다.
B 지점에서 C 지점까지의 최단 경로의 수는 2 가지이다.
따라서 A 지점에서 B 지점을 거쳐 C 지점까지 가는 최단 경로의 수는 $280 \times 2 = 560$ (가지) 이다.

34. 다음 표와 같이 제비 100 개에 대한 상금이 정해져 있다.

등수	개수	상금(원)
1	2	5000
2	x	2000
3	30	800

이 때, 제비 한 개에 대한 기댓값이 500 원 이상이 되려면 2 등의 제비 수는 최소한 몇 개이어야 하는지 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 개

해설

제비 한 개에 대한 상금의 기댓값은
$\dfrac{2}{100} \times 5000 + \dfrac{x}{100} \times 2000 + \dfrac{30}{100} \times 800$
$= 100 + 20x + 240$
$= 340 + 20x$(원)
$340 + 20x \geq 500$
$20x \geq 160$
$\therefore\ x \geq 8$
따라서 2 등의 제비 수는 최소한 8 개이어야 한다.

35. 집합 $A = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 3 개인 것들을 $P_1, P_2, P_3, \ldots, P_n$ 이라 하고, 집합 P_k 의 원소의 총합을 p_k 라고 할 때, $p_1 + p_2 + \ldots. + p_n$ 의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 210

해설

$P_k (k = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ n)$ 에서
1 을 포함하고 있는 집합의 개수는 순서를 생각하지 않고
2 에서 6 까지의 5 개의 수 중에서 2 개의 수를 뽑는 경우의 수이므로 $\dfrac{5 \times 4}{2!} = 10$ (가지)
마찬가지로 2, 3, 4, 5, 6 을 포함하는 집합의 개수도 각각 10 개씩이므로
$p_1 + p_2 + \ldots + p_n = (1+2+3+4+5+6) \times 10 = 210$
이다.

36. 집합 $A = \{x | x \leq 10,\ x$는 자연수$\}$ 의 공집합을 제외한 진부분집합 중, 원소의 총합이 10 이 되는 것의 개수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10 가지

해설

부분집합의 원소의 개수를 n 개라 하면

(1) $n=1$ 인 경우 : $\{10\}$ 의 1 가지

(2) $n=2$ 인 경우 : $\{1,\ 9\},\{2,\ 8\},\{3,\ 7\},\{4,\ 6\}$ 의 4 가지

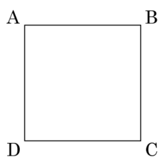
(3) $n=3$ 인 경우 : $\{1,\ 2,\ 7\},\{1,\ 3,\ 6\},\{1,\ 4,\ 5\},\{2,\ 3,\ 5\}$ 의 4 가지

(4) $n=4$ 인 경우 : $\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$ 의 1 가지

(5) $n=5,\ 6,\ \cdots,\ 10$ 인 경우는 존재하지 않는다.

따라서 구하는 경우의 수는 $1+4+4+1=10$(개)

37. 정사각형 ABCD 에서 점 P 는 점 A 에서 출발하여 주사위를 던져 나온 눈의 수만큼 A – B – C – D – A 방향으로 움직이고, 점 Q 는 점 B에서 출발하여 주사위를 던져 나온 눈의 수만큼 B – A – D – C – B 의 방향으로 움직인다. 주사위를 한 번 던졌을 때, 점 P 와 Q 가 같은 위치에 올 확률을 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{9}$

해설

점 P 의 주사위의 눈이 x, 점 Q 의 주사위의 눈이 y 라 하면 점 P 와 Q 가 같은 위치에 올 경우 $(x,\ y)$ 의 순서쌍은

$(1,\ 4), (2,\ 3), (3,\ 2), (3,\ 6), (4,\ 1), (4,\ 5), (5,\ 4), (6,\ 3)$ 의 8 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$ 이다.

38. 다음은 4 개의 팀이 있을 때 세로축에 있는 팀이 가로축에 있는 팀을 이길 확률을 나타낸 표이다. 예를 들어 A 가 B 를 이길 확률은 $\frac{3}{5}$ 이다. 각 팀이 다른 팀과 한 번씩 경기를 할 때, A 가 2 승 이상을 할 확률을 구하여라.

	A	B	C	D
A		$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$
B			$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$
C				$\frac{4}{7}$
D				

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

(1) A 가 3 승을 할 확률 $\frac{3}{5}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{20}$

(2) A 가 2 승 1 패를 할 확률

1) B, C 에게 이기고 D 에게 질 확률

$\frac{3}{5}\times\frac{1}{3}\times\frac{3}{4}=\frac{3}{20}$

2) B, D 에게 이기고 C 에게 질 확률

$\frac{3}{5}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{10}$

3) C, D 에게 이기고 B 에게 질 확률

$\frac{2}{5}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{30}$

따라서 (1), (2) 에 의하여 구하는 확률은

$\frac{1}{20}+\frac{3}{20}+\frac{1}{10}+\frac{1}{30}=\frac{1}{3}$ 이다.

39. 좌표평면 위의 점 P 는 원점에서 출발하여, 한 번에 오른쪽으로 1 또는 왼쪽으로 1 씩 움직여 $(5,\ 5)$ 까지 최단 경로로 이동한다. 이때, 점 P 가 점 $\mathrm{A}(2,\ 1)$, $\mathrm{B}(3,\ 4)$ 를 거치지 않고 이동할 확률을 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{13}{42}$

해설

원점에서 $(5,\ 5)$ 까지 최단 거리로 가는 모든 방법의 수 $\frac{10!}{5!5!}=252$ (가지) 이다.
A 와 B 를 거치지 않고 갈 확률은 전체 확률에서 A 또는 B 를 거치고 갈 확률을 빼면 된다.
(1) 원점에서 A 를 거쳐 $(5,\ 5)$ 로 가는 방법의 수는 $\frac{3!}{1!2!}\times\frac{7!}{3!4!}=105$ (가지)
(2) 원점에서 B 를 거쳐 $(5,\ 5)$ 로 가는 방법의 수는 $\frac{7!}{3!4!}\times\frac{3!}{1!2!}=105$ (가지)
(3) 원점에서 A 와 B 를 거쳐 $(5,\ 5)$ 로 가는 방법의 수는 $\frac{3!}{1!2!}\times\frac{4!}{1!3!}\times\frac{3!}{1!2!}=36$ (가지)
(1), (2), (3)에서 경우의 수는 $105+105-36=174$ (가지) 이다.
따라서 구하는 확률은 $1-\frac{174}{252}=\frac{13}{42}$ 이다.

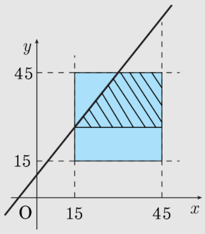
40. 10 시 x 분에 터미널에 도착한 버스는 10 분 간 정차하였다가 출발한다. 10 시 y 분에 도착한 어떤 사람이 이 버스를 탈 수 있는 확률을 구하여라. (단, $15\le x\le 45,\ 15\le y\le 45$) [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{9}$

해설

사람이 버스에 타려면 $y-x\le 10$ 이어야 한다.
$y\le x+10$ 을 그래프로 그리면 다음과 같다.



$x=15,\ x=45,\ y=15,\ y=45$ 로 둘러싸인 부분은 정사각형이고, 정사각형이 $y=x+10$ 에 의해 나누어졌을 때, 아래쪽의 사다리꼴이 버스에 탈 수 있는 경우다.
따라서 구하는 확률은 $\frac{(30\times 30)-(20\times 20\times\frac{1}{2})}{30\times 30}=\frac{7}{9}$ 이다.