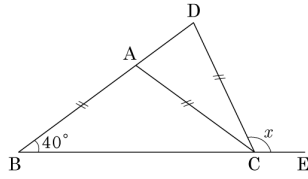


단원 종합 평가

1. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{CD}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



[배점 3, 중하]

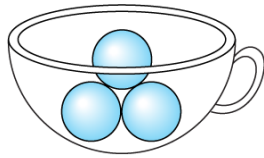
- ① 100° ② 120° ③ 150°
 ④ 160° ⑤ 165°

해설

$$2\angle ABC = \angle DAC, \angle DCE = 3\angle ABC$$

$$\angle x = 3 \times 40^\circ = 120^\circ$$

2. 반지름의 길이가 5cm 인 반구 모양의 물이 가득 든 잔에 반지름의 길이가 2cm 인 구슬 3 개를 넣었더니 물이 넘쳤다. 컵에 남아 있는 물의 부피를 구하여라.(단, 컵의 두께는 생각하지 않는다.)



[배점 3, 중하]

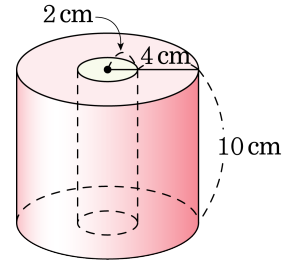
▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{218}{3}\pi \text{ cm}^3$

해설

반지름의 길이가 5cm 인 반구 모양의 컵의 부피에서 반지름의 길이가 2cm 인 구 3 개의 부피를 뺀 것이 컵에 남아 있는 물의 부피이다.
 따라서 $(\frac{4}{3}\pi \times 5^3 \times \frac{1}{2}) - (\frac{4}{3}\pi \times 2^3 \times 3) = \frac{218}{3}\pi (\text{cm}^3)$ 이다.

3. 다음 그림과 같이 속이 뚫린 입체도형의 겉넓이와 부피를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : $224\pi \text{ cm}^2$

▶ 정답 : $320\pi \text{ cm}^2$

해설

(겉넓이)

$$= (\text{밑넓이}) \times 2 + (\text{옆넓이})$$

$$= (\pi \times 6^2 - \pi \times 2^2) \times 2 + 2\pi \times 6 \times 10 + 2\pi \times 2 \times 10$$

$$= 64\pi + 120\pi + 40\pi = 244\pi (\text{cm}^2)$$

(부피)

$$= (\text{밑넓이}) \times (\text{높이})$$

$$= (\pi \times 6^2 - \pi \times 2^2) \times 10 = 320\pi (\text{cm}^3)$$

4. 다음 입체도형의 옆면의 모양으로 옳지 않은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① 사각뿔-삼각형
 ② 삼각뿔대-사다리꼴
 ③ 오각기둥-직사각형
 ④ 오각뿔-오각형
 ⑤ 사각기둥-직사각형

해설

오각뿔의 옆면의 모양은 삼각형이다.

5. 다음은 $\triangle ABC$ 의 세 내각의 합이 180° 임을 보이는 과정이다. ㉠ ~ ㉤에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$ 와 평행한 반직선 CE 를 그으면

㉠ = $\angle ECD$ (㉡)

$\angle BAC = \angle ACE$ (㉢)

따라서, $\triangle ABC$ 세 내각의 합은

$\angle ABC + \text{㉣} + \angle BAC$
 $= \angle ECD + \angle BCA + \angle ACE = \text{㉤}$

[배점 4, 중중]

① ㉠ : $\angle ABC$

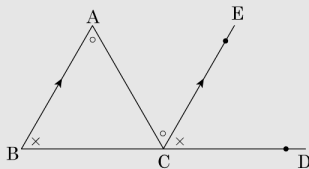
② ㉡ : 엇각

③ ㉢ : 엇각

④ ㉣ : $\angle BCA$

⑤ ㉤ : 180°

해설



$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$ 와 평행한 반직선 CE 를 그으면

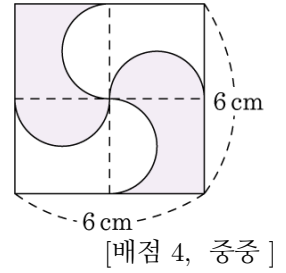
$\angle ABC = \angle ECD$ (동위각)

$\angle BAC = \angle ACE$ (엇각)

따라서, $\triangle ABC$ 의 세 내각의 합은

$\angle ABC + \angle BCA + \angle BAC$
 $= \angle ECD + \angle BCA + \angle ACE = 180^\circ$

6. 다음 그림의 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



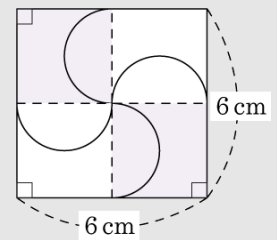
▶ 답 :

▷ 정답 : 18 cm^2

해설

그림과 같이 옮겨서 생각하면

(어두운 부분의 넓이)
 $= 36 \div 2 = 18(\text{ cm}^2)$



7. 칠각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수를 a 개, 오각형의 대각선의 총수를 b 개라 할 때, $2a - b$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

n 각형에서 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $(n - 3)$ 개이므로

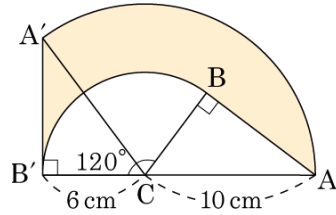
$\therefore a = 7 - 3 = 4$

n 각형의 대각선의 총수는 $\frac{1}{2}n(n - 3)$ 개이므로

$\therefore b = \frac{1}{2} \times 5 \times (5 - 3) = 5$

$\therefore 2a - b = 8 - 5 = 3$

8. 다음 그림과 같이 두 변의 길이가 각각 6cm, 10cm 인 직각삼각형 ABC 를 점 C 를 중심으로 120° 회전시켰을 때, 변 AB 가 그리는 부분의 넓이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{64}{3}\pi \text{ cm}^2$

해설

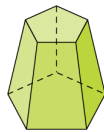
색칠한 부분의 넓이

$= (\triangle A'B'C + \text{부채꼴 } A'CA) - (\text{부채꼴 } B'CB + \triangle ABC) = (\text{부채꼴 } A'CA \text{ 넓이} - \text{부채꼴 } B'CB \text{ 넓이})$

$(\because \triangle A'B'C = \triangle ABC)$

$$\therefore \pi \times 10^2 \times \frac{120^\circ}{360^\circ} - \pi \times 6^2 \times \frac{120^\circ}{360^\circ} = \frac{64}{3}\pi (\text{cm}^2)$$

9. 다음 그림과 같은 다면체에서 두 밑면이 평행할 때, 이 다면체의 이름과 모양이 바르게 짝지어진 것은?



[배점 4, 중중]

- ① 오각뿔대 - 직사각형
- ② 칠면체 - 삼각형
- ③ 오각기둥 - 직사각형
- ④ 오각뿔 - 사다리꼴
- ⑤ 오각뿔대 - 사다리꼴

해설

다면체의 이름은 오각뿔대이고 옆면의 모양은 사다리꼴이다.

10. 어떤 다각형의 한 꼭짓점에서 각 꼭짓점에 선분을 그었을 때 생기는 삼각형의 개수가 10개 일 때, 이 다각형의 변의 개수는? [배점 5, 중상]

- ① 10 개 ② 11 개 ③ 12 개
- ④ 13 개 ⑤ 14 개

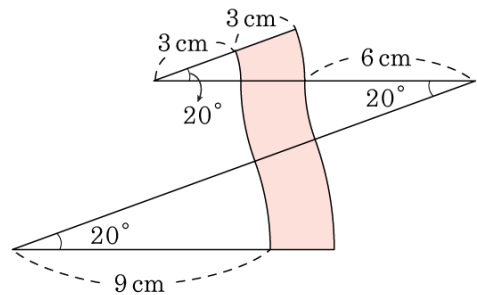
해설

구하는 다각형을 n 각형이라 하면 $n - 2 = 10$

$$n = 12$$

따라서 십이각형의 변의 개수는 12개이다.

11. 다음 그림은 중심각의 크기가 모두 20° 인 부채꼴로 만든 도형이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: $7.5\pi \text{ cm}^2$

해설

$$\begin{aligned} & (\pi \times 12^2 - \pi \times 9^2) \times \frac{20^\circ}{360^\circ} + (\pi \times 9^2 - \pi \times 6^2) \times \frac{20^\circ}{360^\circ} \\ & + (\pi \times 6^2 - \pi \times 3^2) \times \frac{20^\circ}{360^\circ} \\ & = 7.5\pi \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

12. 어떤 다각형의 내부에 한 점 P를 잡아 각 꼭짓점과 연결하여 12개의 삼각형을 만들었다. 이 다각형의 내각의 크기의 합과 외각의 크기의 합은?

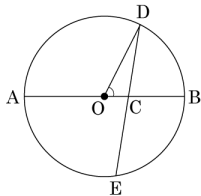
[배점 5, 중상]

- ① 2160° ② 2520° ③ 2360°
④ 1880° ⑤ 2880°

해설

12개의 삼각형이 만들어지므로 십이각형이다.
십이각형의 내각의 크기의 합은
 $180^\circ \times (12 - 2) = 1800^\circ$ 이고
외각의 크기의 합은 360° 이므로
 $1800^\circ + 360^\circ = 2160^\circ$ 이다.

13. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O의 지름으로 $\angle DOC = 3\angle ODC$ 이다. $\widehat{AE}$ 가 원 O의 원주의 $\frac{1}{3}$ 일 때, $\angle BOD$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 중상]

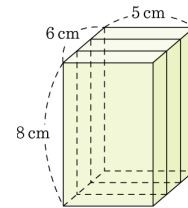
▶ 답 :

▶ 정답 : 72°

해설

$$\begin{aligned} \angle AOE &= 360^\circ \times \frac{1}{3} = 120^\circ \text{ 이므로} \\ \angle COE &= 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \\ \angle ODC &= a \text{ 라 하면 } \angle DOC = 3a, \angle DEO = a \\ \triangle ODE \text{ 에서} \\ 3a + 60^\circ + a + a &= 180^\circ \\ 5a &= 120^\circ \\ a &= 24^\circ \\ \therefore \angle BOD &= 3a = 72^\circ \end{aligned}$$

14. 다음 그림과 같은 직육면체를 3등분 했을 때, 늘어나는 겉넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 160 cm^2

해설

직육면체를 3등분하면 가로, 세로의 길이가 각각 5cm, 8cm인 직사각형이 잘린 면 양쪽으로 4개 늘어난다.
 $\therefore (\text{늘어나는 겉넓이}) = 4 \times (5 \times 8) = 160(\text{cm}^2)$

15. 다음 중 각뿔대에 대해 잘못 설명한 사람을 모두 고르면?

성희 : 옆면은 사다리꼴이다.
 연주 : 두 밑면은 닮은 도형이다.
 민수 : 두 밑면은 서로 평행하다.
 성철 : 옆면은 정다각형이다.
 경미 : n 각뿔은 n 각뿔대보다 면의 개수가 1 개 많다.

[배점 5, 중상]

- ① 연주, 민수 ② 연주, 성철
 ③ 민수, 경미 ④ 성희, 성철
 ⑤ 성철, 경미

해설

각뿔대의 옆면은 사다리꼴이므로 성철이가 잘못 설명하였고, n 각뿔은 면이 $(n+1)$ 개이고 n 각뿔대는 $(n+2)$ 개이므로 n 각뿔은 n 각뿔대보다 면의 개수가 1 개 적으므로 경미도 잘못 설명하였다.

16. 한 외각의 크기를 한 내각의 크기로 나누었을 때, 자연수가 되는 정다각형을 구하여라. [배점 5, 상하]

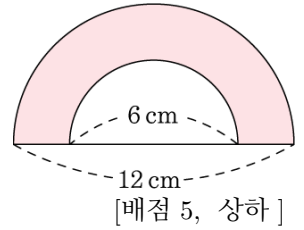
▶ 답 :

▷ 정답 : 정삼각형, 정사각형

해설

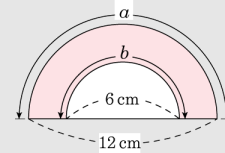
$\frac{360^\circ}{n} \div \frac{180^\circ \times (n-2)}{n} = \frac{2}{n-2}$
 $\frac{2}{n-2}$ 가 자연수가 되는 경우는 $n=3$ 또는 $n=4$ 인 경우이다.

17. 다음 색칠한 도형의 둘레의 길이는?



- ① $(16\pi + 4)$ cm ② $(12\pi + 6)$ cm
 ③ $(9\pi + 6)$ cm ④ $(5\pi + 4)$ cm
 ⑤ $(3\pi + 4)$ cm

해설



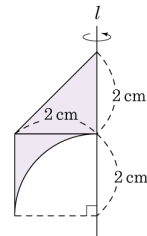
바깥 반원의 둘레 : a , 안쪽 반원의 둘레 : b 라 하면

$$a = 2\pi \times 6 \times \frac{1}{2} = 6\pi (\text{cm})$$

$$b = 2\pi \times 3 \times \frac{1}{2} = 3\pi (\text{cm})$$

$$(\text{둘레}) = a + b + 4 = 6\pi + 3\pi + 4 = 9\pi + 6 (\text{cm})$$

18. 다음 그림의 색칠한 부분을 직선 l 을 중심으로 하여 1회전 하였을 때 생기는 입체도형의 부피를 구하여라.



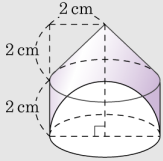
[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{16}{3}\pi$

해설

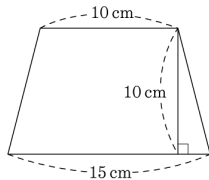
1 회전 하여 생기는 입체도형은 그림과 같다.



(입체도형의 부피)

$$\begin{aligned}
 &= (\text{원뿔의 부피}) + (\text{원기둥의 부피}) \\
 &\quad - (\text{반구의 부피}) \\
 &= \left(\frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times 2 \right) + (\pi \times 2^2 \times 2) \\
 &\quad - \left(\frac{1}{2} \times \frac{4}{3} \pi \times 2^3 \right) \\
 &= \frac{16}{3} \pi
 \end{aligned}$$

19. 다음 그림은 어떤 수도관의 단면이다. 단면의 모양은 윗변의 길이가 10cm, 아랫변의 길이가 15cm, 높이가 10cm 인 사다리꼴이고, 이 수도관에 물이 1m/s 의 속도로 흐른다고 할 때, 1 분 동안 흐르는 물의 부피는 몇 m^3 인지 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 0.75 m^3

해설

물의 속도가 1m/s 이므로 물이 1 분 동안 흘러간 거리는 $1 \times 60 = 60(\text{m}) = 6000(\text{cm})$

따라서 1 분 동안 흐르는 물의 부피는 수로의 단면을 밑면으로 하고 높이가 60m 인 사각기둥의 부피와 같다.

$$(\text{수로의 단면의 넓이}) = (10 + 15) \times 10 \div 2 = 125(\text{cm}^2)$$

따라서 1 분 동안 흐르는 물의 부피는

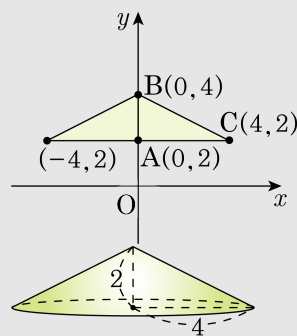
$$6000 \times 125 = 750000(\text{cm}^3) = 0.75(\text{m}^3)$$

20. 좌표평면 위에서 점 A(0, 2), B(0, 4), C(4, 2) 로 이루어진 삼각형을 y 축을 중심으로 회전시켰을 때의 부피를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{32}{3} \pi$

해설



위의 그림과 같은 입체도형이 만들어지므로

$$V = \frac{1}{3} \times 4 \times 4 \times \pi \times 2 = \frac{32}{3} \pi$$

21. 겉넓이가 $64\pi \text{ cm}^2$ 인 구의 부피는? [배점 5, 상하]

- ① $36\pi \text{ cm}^3$ ② $\frac{256}{3} \pi \text{ cm}^3$ ③ $\frac{32}{3} \pi \text{ cm}^3$
 ④ $72\pi \text{ cm}^3$ ⑤ $\frac{64}{3} \pi \text{ cm}^3$

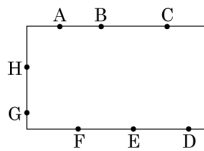
해설

$$4\pi r^2 = 64\pi$$

$$r = 4(\text{cm})$$

따라서 구의 부피는 $\frac{4}{3}\pi \times 4^3 = \frac{256}{3}\pi(\text{cm}^3)$ 이다.

22. 다음 그림과 같이 직사각형 위에 점 8 개가 있다. 이 점들을 연결하여 만들 수 있는 서로 다른 다각형의 개수를 구하여라. (단, 같은 N 각형이라도 모양이 다르면 다른 것으로 본다.)



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 159 개

해설

한 변에서 최대 두 개의 꼭짓점이 존재할 수 있다.

i) 삼각형

① (한 변 위의 점 두 개와 다른 변 위의 점 한 개로 만들 수 있는 삼각형) = $15 + 15 + 6 = 36$

(A, B, C) 중 두 점과 다른 변 위의 한 점으로 만든 삼각형 : 15

(D, E, F) 중 두 점과 다른 변 위의 한 점으로 만든 삼각형 : 15

(H, G) 두 점과 다른 변 위의 한 점으로 만든 삼각형 : 6

② (세 변 위의 점 한 개씩을 뽑아 만들 수 있는 삼각형) = $3 \times 2 \times 3 = 18$ 개

$$\therefore 36 + 18 = 54 \text{ 개}$$

ii) 사각형

① (한 변 위의 두 점과 다른 변 위의 두 점으로 만들 수 있는 사각형) = $9 + 3 + 3 = 15$

(A, B, C) 중 두 점과 (D, E, F) 중 두 점으로 만든 사각형 : 9

(A, B, C) 중 두 점과 (H, G) 두 점으로 만든 사각형 : 3

(D, E, F) 중 두 점과 (H, G) 두 점으로 만든 사각형 : 3

② (한 변 위의 두 점과 각각 다른 두 변 위의 한 점으로 만들 수 있는 사각형) = $18 + 18 + 9 = 45$

(A, B, C) 중 두 점과 각각 다른 두 변 위의 한 점으로 만든 사각형 : $6 \times 3 = 18$

(D, E, F) 중 두 점과 각각 다른 두 변 위의 한 점으로 만든 사각형 : $6 \times 3 = 18$

(H, G) 두 점과 각각 다른 두 변 위의 한 점으로 만든 사각형 : 9

$$\therefore 15 + 45 = 60 \text{ 개}$$

iii) 오각형

① (A, B, C) 중 한 점만 사용하여 만들 수 있는 오각형 : $3 \times 3 = 9$

② (D, E, F) 중 한 점만 사용하여 만들 수 있는 오각형 : $3 \times 3 = 9$

③ (H, G) 중 한 점만 사용하여 만들 수 있는 오각형 : $9 + 9 = 18$

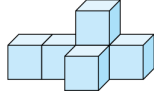
$$\therefore 9 + 9 + 18 = 36 \text{ 개}$$

iv) 육각형

세 변에서 각각 두 점씩 사용하여 만들 수 있는 육각형 : $3 \times 3 = 9$

따라서 만들 수 있는 다각형의 개수는 $54 + 60 + 36 + 9 = 159(\text{개})$ 이다.

23. 마주보는 면에 있는 눈의 합이 7 인 정육면체 주사위 6 개를 다음과 같이 이어붙였을 때, 겉면에 나타나는 눈의 총합의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라고 하자. $M - m$ 의 값을 구하여라.



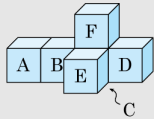
[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

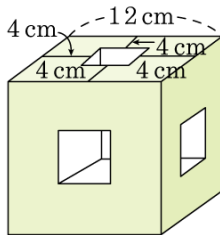
해설

주사위 6 개를 다음 그림과 같이 A, B, C, D, E, F 라 할 때,



보이는 면의 눈의 합이 최댓값을 갖기 위해서는 A, D, E, F 의 보이지 않는 면의 눈이 1, C 의 보이지 않는 면의 눈의 합이 $1 + 2 + 7 = 10$ 따라서 $M = (7 \times 3) \times 6 - 7 - (1 \times 4 + 10) = 112$ 보이는 면의 눈의 합이 최솟값을 갖기 위해서는 A, D, E, F 의 보이지 않는 면의 눈이 6, C 의 보이지 않는 면의 눈의 합이 $6 + 5 + 7 = 18$ 따라서 $m = (7 \times 3) \times 6 - (6 \times 4 + 18) = 77$ $\therefore M - m = 105 - 77 = 28$

24. 다음 그림처럼 한 변의 길이가 12 cm 인 정육면체에서 한 변의 길이가 4 cm 인 정사각형의 구멍이 각 면의 중앙을 관통할 때, 이 입체도형의 겉넓이를 구하여라.



[배점 6, 상중]

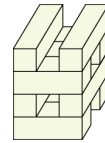
▶ 답 :

▷ 정답 : 1152 cm^2

해설

$$(\text{겉넓이}) = \{(12 \times 12) - (4 \times 4)\} \times 6 + (4^2 \times 4 \times 6) = 1152 (\text{cm}^2)$$

25. 다음은 모서리의 길이가 각각 3, 1, 1 인 직육면체 모양 블록 8 개를 쌓아 만든 모양이다. 각 층에서 가운데 블록을 하나씩 빼서 만든 도형의 겉넓이를 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 88

해설

블록 1 개의 겉넓이는 $2 \times (1 + 3 + 3) = 14$
두 블록이 닿아있는 부분 1 곳의 넓이는 $1 \times 1 = 1$
두 층 사이에서 맞닿아 있는 부분은 4 부분, 두 층이 맞닿은 곳은 3 군데이므로
맞닿은 부분의 넓이는 $1 \times 3 \times 4 = 12$
 $\therefore (\text{겉넓이}) = 14 \times 8 - 12 \times 2 = 112 - 24 = 88$