

약점 보강 1

1. 두 집합 $A = \{3, 5, a\}$, $B = \{2, 3, 5\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 2, 하하]

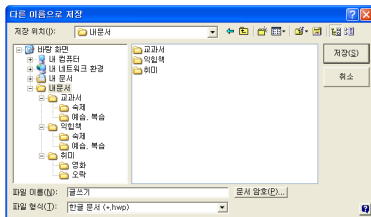
▶ 답:

▶ 정답: 2

해설

$A = B$ 이면 집합 A , B 의 모든 원소가 같아야 한다. 따라서 $a = 2$ 이다.

2. 컴퓨터에 여러 가지 파일을 종류별로 나누어 저장하기 위하여 몇 개의 폴더를 만들고, 한 폴더 안에도 다시 몇 개의 폴더를 만들어 파일을 세부적으로 분류한다. 다음 그림에서 속제 집합은 내문서 집합에 포함되고, 서로 같지는 않다. 이런 두 집합 사이의 포함 관계를 무엇이라고 하는가?



[배점 2, 하하]

- ① 부분집합 ② 진부분집합
③ 서로 같은 집합 ④ 속하는 집합
⑤ 답 없음

해설

진부분집합의 또 다른 정의는 $X \subset A$, $X \neq A$ 이므로 $X = (\text{속제})$, $A = (\text{내문서})$ 라 하면 $X \subset A$, $X \neq A$ 가 성립한다. 따라서 진부분집합이다.

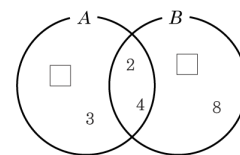
3. $A = \{x|x \text{는 } 20 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$ 일 때, 집합 A 를 원소나열법으로 나열한 것으로 옳은 것은? [배점 2, 하하]

- ① $A = \{3, 6, 9\}$
② $A = \{3, 6, 9, 12, 18\}$
③ $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$
④ $A = \{3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$
⑤ $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\}$

해설

20 보다 작은 3의 배수는 3, 6, 9, 12, 15, 18이다. 이것이 집합 A 의 원소가 된다. 원소나열법은 집합에 속한 모든 원소를 $\{ \}$ 안에 나열하는 방법이므로, 이 원소들을 그대로 나열하면 된다.

4. 두 집합 A , B 에 대하여 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $A \cap B = \{2, 4\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$ 일 때, 아래 벤 다이어그램의 빈 칸에 들어갈 알맞은 숫자들의 합을 써라.

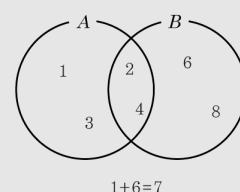


[배점 2, 하하]

▶ 답:

▶ 정답: 7

해설



5. 다음 집합 중에서 집합 $\{a, b, c\}$ 의 부분집합을 모두 골라라.

- ㉠ $\{a\}$ ㉡ $\{b, d\}$
 ㉢ $\{a, b, c\}$ ㉣ $\emptyset$

[배점 2, 하하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

집합 $\{a, b, c\}$ 의 부분집합을 모두 구하면 $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}$ 이다.

6. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3\}$, $B = \{3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 친구들의 대화 중 옳지 않게 말한 사람은 누구인지 말하여라.

성실 : 집합 A 에 속하지 않는 원소는 2, 4, 5야.
 모범 : 집합 A 에 속하거나 속하지 않는 원소들의 집합은 전체집합 U 와 같아.
 다정 : 집합 B 에만 속하는 원소는 5 밖에 없어.

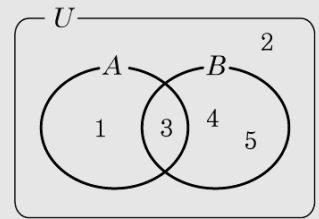
[배점 2, 하하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 다정

해설

벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같다. $\therefore$ 다정 : 집합 B 에만 속하는 원소는 4, 5이다.



7. 수영이네 반 학생 중 자장면을 좋아하는 학생은 20명, 짬뽕을 좋아하는 학생은 15명, 자장면만을 좋아하는 학생은 10명이다. 이때, 자장면과 짬뽕을 모두 좋아하는 학생은 몇 명인가? [배점 2, 하하]

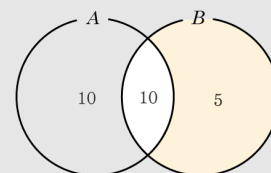
- ㉠ 6명 ㉡ 8명 ㉢ 10명
 ㉣ 12명 ㉤ 14명

해설

자장면을 좋아하는 학생의 집합을 A , 짬뽕을 좋아하는 학생의 집합을 B 라 하면,

$$n(A) = 20, n(B) = 15, n(A - B) = 10$$

따라서 자장면과 짬뽕을 모두 좋아하는 학생의 수는 $n(A \cap B) = n(A) - n(A - B) = 20 - 10 = 10$ (명)이다. 주어진 문제를 벤 다이어그램을 활용하여 해결할 수 있다. 벤 다이어그램의 각 영역에 해당하는 학생의 수를 기입하면 다음과 같다.



8. 두 집합 $A = \{a, b, \square\}, B = \{b, c, \triangle\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, $\square, \triangle$ 안에 각각 들어갈 알파벳을 차례로 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : c

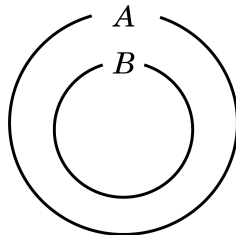
▷ 정답 : a

해설

$A = B$ 이면 집합 A, B 의 모든 원소가 같아야 한다.

집합 A 의 $\square = c$ 이고, 집합 B 의 $\triangle = a$ 이다.

9. 집합 B 가 $\{1, 3, 7\}$ 일 때, 다음 중 아래 벤 다이어그램을 만족하는 집합 A 가 될 수 있는 것은?



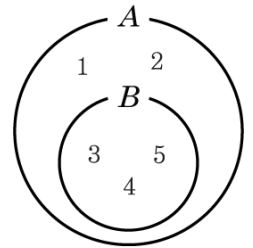
[배점 2, 하중]

- ① $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$
 ② $\{x \mid x \text{는 } 7 \text{보다 작은 자연수}\}$
 ③ $\{x \mid x \text{는 } 7 \text{의 약수}\}$
 ④ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{이하의 소수}\}$
 ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{이하의 홀수}\}$

해설

- ① $\{3, 6, 9, 12, \dots\}$
 ② $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
 ③ $\{1, 7\}$
 ④ $\{2, 3, 5, 7\}$
 ⑤ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

10. 두 집합 A, B 가 다음 벤 다이어그램과 같을 때, 옳지 않은 것은?



[배점 2, 하중]

- ① $5 \in A$
 ② $4 \in A$
 ③ $\{3, 4\} \in A$
 ④ $\{3\} \subset B$
 ⑤ $\{1, 2, 3, 4, 5\} \subset A$

해설

- ③ $\{3, 4\} \subset A$

11. 두 집합 $A = \{2, 5, a\}, B = \{b, 9, 10\}$ 가 $A \cap B = \{5, 9\}$ 를 만족할 때, $A \cup B$ 를 원소나열법으로 나타낸 것은? [배점 2, 하중]

- ① $\{2, 5, 10\}$ ② $\{2, 5, 9\}$
 ③ $\{2, 5, 9, 10\}$ ④ $\{5, 9, 10, 11\}$
 ⑤ $\{5, 8, 9, 12\}$

해설

$A \cap B = \{5, 9\}$ 이므로 $\{5, 9\} \subset \{2, 5, a\}, \{5, 9\} \subset \{b, 9, 10\}$ 이다.

따라서 $a = 9, b = 5$ 이므로 $A \cup B = \{2, 5, 9, 10\}$ 이다.

12. 다음 수에서 밑줄 친 1 이 실제로 나타내는 값은 얼마인가?

$\underline{1}0001_{(2)}$

[배점 2, 하중]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

해설

$\begin{array}{r} 10001_{(2)} \\ \underline{1} \quad 2^4 \text{의 자리} \\ \therefore 1 \times 2^4 = 16 \end{array}$

13. 다음 중에서 집합인 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

[배점 2, 하중]

- ① 맛있는 과일의 모임
 ② 월드컵에서 우승한 적이 있는 국가의 모임
 ③ 우리학교에서 달리기를 잘하는 학생의 모임
 ④ 고속도로 중에서 최고 제한 속도가 110 km 인 고속도로의 모임
 ⑤ 멋있는 사람의 모임

해설

- ① ‘맛있는’이라는 단어가 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
 ② ‘우승’이라는 명확한 기준이 있으므로 집합이다.
 ③ ‘잘하는’이라는 단어가 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
 ④ ‘최고 제한 속도가 110 km’라고 명확한 기준을 제시하였으므로 집합이다.
 ⑤ ‘멋있는’이라는 단어는 기준이 명확하지 않으므로 집합이 아니다.

14. 다음은 수경, 모범, 미소가 오늘 수학 시간에 배운 집합의 성질을 공책에 적은 것이다. 옳지 않게 적은 사람은 누구인지 구하여라.

<수경>

전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cup A^c = U$ 이다.

<모범>

전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap A^c = \emptyset$ 이다.

<미소>

전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A^c)^c = \emptyset$ 이다.

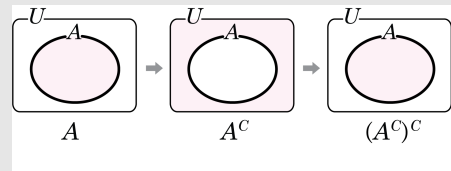
[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 미소

해설

$A, A^c, (A^c)^c$ 을 벤 다이어그램으로 그려 보면 다음과 같다.



∴ 미소 : 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A^c)^c = A$ 이다.

15. 다음과 같은 방법으로 집합 $\{1, 2, 3\}$ 의 부분집합의 갯수를 구하여라.

집합 A 가 유한집합이면 A 의 부분집합의 갯수는 다음과 같이 구할 수 있다. 예를 들어 $A = \{a, b, c\}$ 이고, $B \subset A$ 이면 부분집합 B 에는 집합 A 의 원소 a 가 들어 있거나 들어 있지 않은 두 가지 경우가 있다. 같은 방법으로 집합 A 의 원소 b 가 들어 있거나 들어 있지 않은 두 가지 경우와 c 가 들어 있거나 들어 있지 않은 두 가지 경우가 있다.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8개

해설

- ① $\{1, 2, 3\}$ 의 부분집합을 원소의 갯수에 따라 구한다.

원소가 0개 : $\emptyset$

원소가 1개 : $\{1\}, \{2\}, \{3\}$

원소가 2개 : $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$

원소가 3개 : $\{1, 2, 3\}$

따라서 부분집합의 갯수는 8개이다.

- ② 원소의 갯수만큼 2를 곱한다.

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ (개)}$$

해설

‘가까운’은 그 대상이 분명하지 않으므로 집합이 아니다.

17. 학생 40명 중에서 한라산에 가 본 학생은 25명, 지리산에 가 본 학생이 20명, 한라산과 지리산 두 곳 모두 가 본 적이 없는 학생이 10명이다. 다음 물음에 답하여라.

- (1) 지리산과 한라산에 모두 가본 학생 수를 구하여라.
(2) 지리산에만 가본 학생 수를 구하여라.

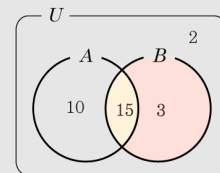
[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 15명 , 5명

해설

주어진 문제를 벤 다이어그램을 활용하여 해결할 수 있다. 벤 다이어그램의 각 영역에 해당하는 학생의 수를 기입하면 다음과 같다.



16. 다음 중 집합이 아닌 것은? [배점 2, 하중]

- ① 5보다 크고 6보다 작은 자연수의 모임
② 몸무게가 60kg 이상인 사람들의 모임
③ 40에 가까운 수의 모임
④ 우리 반에서 키가 가장 작은 학생의 모임
⑤ 일의 자리에서 반올림하여 50이 되는 자연수들의 모임

18. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?

[배점 3, 하상]

① $1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 = 1110$

② $1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 1 = 10101_{(2)}$

③ $1 \times 2^6 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2 = 1001010_{(2)}$

④ $1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 = 1111_{(2)}$

⑤ $1 \times 2^5 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 101011_{(2)}$

해설

- ① $1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 = 1110_{(2)}$
- ② $1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 1 = 10101_{(2)}$
- ③ $1 \times 2^6 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2 = 1001010_{(2)}$
- ④ $1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 = 11110_{(2)}$
- ⑤ $1 \times 2^5 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 101011_{(2)}$

19. 집합 $A = \{1, 2, 3, 5, 8\}$, $B = \{2, 5, 9, 10\}$,
 $C = \{2, 3, 5\}$ 일 때, $A \cap (B \cap C)$ 는?

[배점 3, 하상]

- ① $\{2, 3\}$ ② $\{2, 5\}$ ③ $\{2, 3, 5\}$
- ④ $\{3, 5\}$ ⑤ $\{3, 5, 8\}$

해설

$B \cap C = \{2, 5\}$ 이고 A와의 교집합은 $\{2, 5\}$ 이다.

20. 두 집합 A, B 에 대하여

$A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 자연수}\},$

$B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 이하의 홀수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은

것은? [배점 3, 하상]

- ① $10 \in A$ ② $9 \notin A$ ③ $A \subset B$
- ④ $\{3\} \subset B$ ⑤ $A = B$

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\},$

$B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

- ① $10 \notin A$
- ② $9 \in A$
- ③ $A \not\subset B$
- ⑤ $A \neq B$

21. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면? [배점 3, 하상]

- ① $A = \emptyset$ 이면 $n(A) = 0$
- ② $B = \{a, b\}$ 이면 $n(B) = 2$
- ③ $C = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ 이면 $n(C) = 4$
- ④ $D = \{0\}$ 이면 $n(D) = 0$
- ⑤ $E = \{y \mid y \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$ 이면 $n(E) = 5$

해설

④ $D = \{0\}$ 이면 $n(D) = 1$

22. $2^4 = a, 3^b = 27$ 을 만족하는 a, b 의 값을 각각
 구하면? [배점 3, 하상]

- ① $a = 8, b = 2$ ② $a = 8, b = 3$
- ③ $a = 16, b = 2$ ④ $a = 16, b = 3$
- ⑤ $a = 32, b = 4$

해설

$2^4 = 16, 3^3 = 27$ 이므로 $a = 16, b = 3$ 이다.

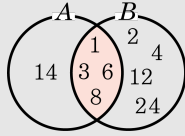
23. $A = \{1, 3, 6, 8, 14\}, B = \{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$ 일
 때, $A \cup B$ 를 구하면? [배점 3, 하상]

- ① $\{1, 3, 6, 8\}$
- ② $\{1, 3, 6, 8, 12, 24\}$
- ③ $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 14, 24\}$
- ④ $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 14, 24\}$
- ⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$

해설

$A \cup B$ 는 A 에 속하거나 B 에 속하는 원소로 이루어진 집합이다.

다음 벤다이어그램과 같은 원소를 가지게 된다.



그러므로 $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 14, 24\}$ 가 된다.

24. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, $n(A) + n(B)$ 의 값을 구하여라.

$$A = \{x | x \text{는 } 20 \text{의 약수}\}, \quad B = \{x | x \text{는 } 0 < x < 110 \text{인 } 5 \text{의 배수}\}$$

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 27

해설

$$A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}, \quad B = \{5, 10, 15, 20, \dots, 105\} \text{ 이므로}$$

$$n(A) = 6, \quad n(B) = 21$$

$$\therefore n(A) + n(B) = 27$$

25. 서울에서 세 개의 도시로 버스가 각각 10 분, 15 분, 12 분마다 출발한다고 한다. 오전 8 시 20 분에 이 세 방향으로 버스가 동시에 출발했다면 그 후 세 버스가 동시에 출발하는 시간은? [배점 3, 하상]

① 오전 9 시 ② 오전 10 시 40 분

③ 오후 1 시 10 분 ④ 오후 2 시

⑤ 오후 2 시 20 분

해설

버스가 동시에 출발하는 간격은 10, 12, 15 의 최소공배수 60 (분)

즉, 1 시간 간격이므로 매시 20 분에 동시에 출발한다.

26. 어느 학급의 학생 중 농구를 좋아하는 학생이 32 명, 야구를 좋아하는 학생이 26 명, 농구와 야구를 모두 좋아하는 학생이 9 명이다. 이 때, 농구 또는 야구를 좋아하는 학생은 몇 명인지 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 49 명

해설

농구를 좋아하는 학생을 집합 A 라 하고, 야구를 좋아하는 학생을 집합 B 라고 하자.

농구와 야구를 동시에 좋아하는 학생, 즉 $n(A \cap B) = 9$ 이다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$x = 32 + 26 - 9$$

$$x = 49$$

27. 가로 8cm, 세로 6cm 인 직사각형을 겹치지 않게 빈틈없이 붙여서 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이 때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 24cm

해설

8과 6의 최소공배수가 구하는 정사각형의 한 변이므로 24cm가 된다.

28. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 3, 하상]

① $8000 = 8 + 10^3$

② $5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7 = 5^2 \times 7^3$

③ $2^4 = 2 + 2 + 2 + 2$

④ $4 \times 4 \times 4 = 2^6$

⑤ $\frac{1}{11} \times \frac{1}{11} \times \frac{1}{11} = \frac{3}{11}$

해설

① $8000 = 8 \times 10^3$

③ $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$

④ $4 \times 4 \times 4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$

⑤ $\frac{1}{11} \times \frac{1}{11} \times \frac{1}{11} = \left(\frac{1}{11}\right)^3$

29. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합 중 6의 약수를 모두 포함하는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 16개

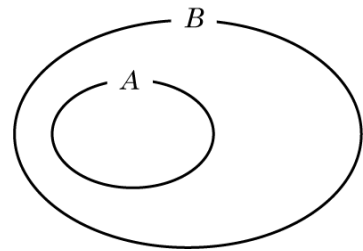
해설

$A = \{x | x \text{는 } 24 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$ 이고,

이 중 6의 약수는 1, 2, 3, 6이다.

따라서 6의 약수를 모두 포함하는 부분집합의 개수는 $2^{8-4} = 16$ (개)

30. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 8 \text{의 배수}\}$,
 $B = \{x | x \text{는 } \square \text{의 배수}\}$ 에 대하여 집합 A와 B의 포함 관계가 다음 벤 다이어그램과 같을 때, $\square$ 안에 알맞은 자연수의 개수는?



[배점 3, 중하]

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

$A \subset B$ 이므로 $\square$ 의 수는 8의 약수이면 된다. 따라서 1, 2, 4, 8이므로 4개이다.

31. 100 이하의 자연수 중에서 4의 배수이거나 5의 배수인 수의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 40개

해설

4의 배수인 집합을 A 라 하고, 5의 배수인 집합을 B 라 하자.

4의 배수이면서 5의 배수인 집합은 $A \cap B$ 이다.

4의 배수이거나 5의 배수인 수, 즉 $A \cup B$ 를 구하는 것이다.

$n(A) = 25, n(B) = 20, n(A \cap B) = 5$ 이므로

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$x = 25 + 20 - 5$$

$$x = 40$$