

단원 종합 평가

1. $(3x - y)(x + y + 1)$ 을 전개하였을 때, xy 항의 계수를 a , x 항의 계수를 b 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= 3x^2 + 3xy + 3x - xy - y^2 - y \\ &= 3x^2 + 2xy + 3x - y - y^2 \\ xy \text{ 항의 계수} &: a = 2 \\ x \text{ 항의 계수} &: b = 3 \\ \therefore a - b &= 2 - 3 \\ &= -1 \end{aligned}$$

2. $(x - 5 + a)(x - 4 + 3a)$ 를 완전제곱식으로 하는 상수 a 의 값은? [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned} -5 + a &= -4 + 3a \\ \therefore a &= -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

3. $6(x - y)^2 - (x - y) - 2$ 를 인수분해하면? [배점 3, 중하]

① $(3x - 3y - 2)(2x - 2y + 1)$

② $(3x - 3y + 2)(2x - 2y - 1)$

③ $(3x - y - 2)(2x - y + 1)$

④ $(3x - y + 2)(2x - y - 1)$

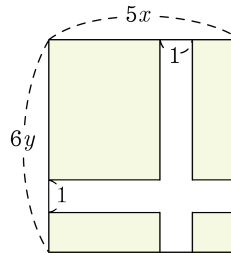
⑤ $(3x - 2y)(2x + y)$

해설

$x - y = A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned} 6A^2 - A - 2 &= (3A - 2)(2A + 1) \\ &= \{3(x - y) - 2\} \{2(x - y) + 1\} \\ &= (3x - 3y - 2)(2x - 2y + 1) \end{aligned}$$

4. 다음 그림과 같이 가로 $5x$, 세로 $6y$ 인 직사각형 모양의 화단 안에 폭이 1 인 길을 만들려고 한다. 길을 제외한 화단의 넓이를 바르게 나타낸 것은?



[배점 4, 중중]

① $30xy + x - y + 1$

② $30xy - x + y + 1$

③ $30xy - x - y + 1$

④ $30xy + 5x - 6y + 1$

⑤ $30xy - 5x - 6y + 1$

해설

$$(5x \times 6y) - (5x \times 1 + 6y \times 1) + 1 = 30xy - 5x - 6y + 1$$

5. $x = \frac{2}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}, y = \frac{2}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$ 일 때, $x + y, xy$ 의 값과 곱셈 공식을 이용하여 $x^2 + 3xy + y^2$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 22

해설

$$x + y = \frac{2(\sqrt{5} - \sqrt{3}) + 2(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})} = \frac{4\sqrt{5}}{5 - 3} = 2\sqrt{5}$$

$$xy = \frac{2 \times 2}{(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})} = 2$$

$$x^2 + 3xy + y^2 = (x + y)^2 + xy = (2\sqrt{5})^2 + 2 = 20 + 2 = 22$$

해설

x, y 를 유리화하면, $x = \sqrt{5} - \sqrt{3}, y = \sqrt{5} + \sqrt{3}$
 이므로 $x + y = 2\sqrt{5}, xy = 2$
 $x^2 + 3xy + y^2 = (x + y)^2 + xy = (2\sqrt{5})^2 + 2 = 22$

6. $75x^2 - 12y^2 = a(bx + cy)(bx - cy)$ 일 때, 자연수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

① 10 ② 15 ③ 20 ④ 26 ⑤ 28

해설

$$75x^2 - 12y^2 = 3(25x^2 - 4y^2) = 3(5x + 2y)(5x - 2y)$$

$\therefore a = 3, b = 5, c = 2$
 $\therefore a + b + c = 10$

7. $f(x) = \sqrt{x+1} + \sqrt{x}$ 일 때, $\frac{1}{f(1)} + \frac{1}{f(2)} + \frac{1}{f(3)} + \dots + \frac{1}{f(50)}$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $5\sqrt{2}$

해설

$$\frac{1}{f(x)} = \frac{1}{\sqrt{x} + \sqrt{x-1}} = \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x-1}}{(\sqrt{x} + \sqrt{x-1})(\sqrt{x} - \sqrt{x-1})} = \frac{\sqrt{x} - \sqrt{x-1}}{x - (x-1)} = \sqrt{x} - \sqrt{x-1}$$

$\therefore \frac{1}{f(x)} = \sqrt{x} - \sqrt{x-1}$
 (주어진 식) $= 1 - 0 + \sqrt{2} - 1 + \sqrt{3} - \sqrt{2} \dots + \sqrt{50} - \sqrt{49} = -0 + \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

8. $x + \frac{1}{x} = 4$ 일 때, $x - \frac{1}{x}$ 의 값이 될 수 있는 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ $-2\sqrt{3}$
 ④ $-3\sqrt{3}$ ⑤ 2

해설

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 4^2$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 16 - 2 = 14$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 14 - 2 = 12$$

$$x - \frac{1}{x} = \pm\sqrt{12} = \pm 2\sqrt{3}$$

9. 넓이가 각각 $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$, $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ 인 두 정사각형이 있다. 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x , 작은 정사각형의 한 변의 길이를 y 라 할 때, $x^3y + xy^3$ 의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 4 ② 8 ③ 14
④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

해설

$$x^2 = \frac{1}{2-\sqrt{3}} = 2+\sqrt{3}, y^2 = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2-\sqrt{3}$$

$$(xy)^2 = x^2y^2 = 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 1$$

$$xy = 1 (\because x > 0, y > 0)$$

따라서, $x^3y + xy^3 = xy(x^2 + y^2) = 1 \times 4 = 4$ 이다.

10. $(x+y+4)(x-y+4) - 16x$ 를 바르게 인수분해한 것은? [배점 5, 중상]

- ① $(x-y+4)$
② $(x+y-4)^2$
③ $(x-y-2)(x+y+8)$
④ $(x+y-4)(x-y-4)$
⑤ $(-x-y+4)(x-y+4)$

해설

$$x+4 = t \text{ 라 하면}$$

$$(t+y)(t-y) - 16x$$

$$= t^2 - y^2 - 16x$$

$$= (x+4)^2 - 16x - y^2$$

$$= (x^2 + 8x + 16 - 16x) - y^2$$

$$= (x^2 - 8x + 16) - y^2$$

$$= (x-4)^2 - y^2$$

$$= (x+y-4)(x-y-4)$$

11. $xy = 4$, $x^2 + y^2 = 8$ 일 때, $x^3 + y^3$ 의 값을 구하여라. (단, $x+y > 0$) [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$$(x+y)^2 = 8 + 2 \times 4 = 16$$

$$x+y > 0 \text{ 이므로 } x+y = 4$$

$$(x^2+y^2)(x+y) = x^3+y^3+xy(x+y)$$

$$8 \times 4 = x^3+y^3+4 \times 4$$

$$x^3+y^3 = 32 - 16 = 16$$

12. $\sqrt{5}$ 의 소수부분을 x 라 할 때, $x^3 + 4x^2 + 8x + 7$ 의 값을 구하면? [배점 5, 상하]

- ① $-11 + 9\sqrt{5}$ ② $-7 + 9\sqrt{5}$
③ $7 + 9\sqrt{5}$ ④ $11 + 9\sqrt{5}$
⑤ $11 - 9\sqrt{5}$

해설

$$2 < \sqrt{5} < 3 \text{ 이므로 } \sqrt{5} \text{ 의 소수부분 } x = \sqrt{5} - 2$$

$$(x+2)^2 = (\sqrt{5})^2$$

$$x^2 + 4x + 4 = 5$$

$$(x^2 + 4x + 4) + 4 = 5 + 4$$

$$\therefore x^2 + 4x + 8 = 9$$

$$\therefore (\text{준식}) = x(x^2 + 4x + 8) + 7 = 9(\sqrt{5} - 2) + 7$$

$$= 9\sqrt{5} - 11$$

13. $x^4 + Ax^3 + x^2 + Bx + 1$ 이 $x^2 - 3x + 2$ 로 나누어떨어질 때, $A - B$ 의 값을 구하여라.
[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$f(x) = x^4 + Ax^3 + x^2 + Bx + 1$ 이라 하면

$f(x) = (x^2 - 3x + 2)Q(x)$ 라 쓸 수 있다.

$$f(1) = 1 + A + 1 + B + 1 = 0$$

$$f(2) = 16 + 8A + 4 + 2B + 1 = 0$$

$$A = -\frac{5}{2}, B = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore A - B = -\frac{5}{2} + \frac{1}{2} = -2$$

14. $\frac{10^2}{26^2 + 40^2 + 49^2 - 16^2 - 30^2 - 39^2}$ 을 계산하여라.
[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{20}$

해설

$$\text{분모} = (26^2 - 16^2) + (40^2 - 30^2) + (49^2 - 39^2)$$

$$= (26 - 16)(26 + 16) + (40 - 30)(40 + 30)$$

$$+ (49 - 39)(49 + 39)$$

$$= 10 \times 42 + 10 \times 70 + 10 \times 88$$

$$= 2000$$

$$\therefore \frac{10^2}{26^2 + 40^2 + 49^2 - 16^2 - 30^2 - 39^2} = \frac{100}{2000} = \frac{1}{20}$$

15. $a = \frac{1}{3 - 2\sqrt{2}}, b = \frac{1}{3 + 2\sqrt{2}}$ 일 때, $a^2 + 3ab + b^2$ 의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

$$a^2 + 3ab + b^2$$

$$= (a + b)^2 + ab$$

$$= \left(\frac{1}{3 - 2\sqrt{2}} + \frac{1}{3 + 2\sqrt{2}} \right)^2 + \frac{1}{3 - 2\sqrt{2}} \times \frac{1}{3 + 2\sqrt{2}}$$

$$= \left(\frac{3 + 2\sqrt{2} + 3 - 2\sqrt{2}}{(3 - 2\sqrt{2})(3 + 2\sqrt{2})} \right)^2$$

$$+ \frac{1}{(3 - 2\sqrt{2})(3 + 2\sqrt{2})}$$

$$= \left(\frac{6}{9 - 8} \right)^2 + \frac{1}{9 - 8} = 36 + 1 = 37$$