단원 종합 평가

1. A 주머니에는 붉은 공이 1 개, 흰 공이 2 개 들어있고, B 주머니에는 붉은 공이 3 개, 흰 공이 2 개가 들어 있다. A 주머니와 B 주머니에서 각각 공을 한 개씩 꺼낼 때, 서로 다른 색의 공이 나올 확률은?

[배점 3, 하상]

① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{2}{15}$ ③ $\frac{4}{15}$ ④ $\frac{8}{15}$ ⑤ $\frac{6}{25}$

해설

A 주머니에서 흰 공을 꺼낼 때, B 주머니에서 붉은 공을 꺼낼 확률 : $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5}$
A 주머니에서 붉은 공을 꺼낼 때, B 주머니에서 흰 공을 꺼낼 확률 : $\frac{1}{3} \times \frac{2}{5}$
$\therefore \frac{2}{3} \times \frac{3}{5} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{5} = \frac{8}{15}$

2. 1 등 제비 1 개, 2 등 제비 2 개가 들어 있는 10 개의 제비가 있다. 이 중에서 하나의 제비를 뽑을 때, 1 등 제비 또는 2 등 제비가 뽑힐 확률은?

[배점 3, 하상]

① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{2}{50}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

해설

1 등 제비가 뽑힐 확률은 $\frac{1}{10}$, 2 등 제비가 뽑힐 확률은 $\frac{2}{10}$ 이므로 구하는 확률은 $\frac{1}{10} + \frac{2}{10} = \frac{3}{10}$ 이다.

3. 보기가 5 개인 문제 2 개를 모두 맞힐 확률은? (보기 5 개에 대하여 보기 하나를 선택할 확률은 각각 같다.)

[배점 3, 하상]

① $\frac{1}{25}$ ② $\frac{2}{25}$ ③ $\frac{3}{25}$ ④ $\frac{1}{10}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

해설

5 개의 보기 중에서 하나를 고르는 문제이고, 두 문제를 모두 맞혀야 하기 때문에 구하는 확률은 $\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$

4. 숫자 0, 1, 2, 3, 4 를 각각 써 놓은 5 장의 카드 중에서 두 장을 뽑아서 두 자리의 정수를 만들 때, 짝수가 될 확률은?

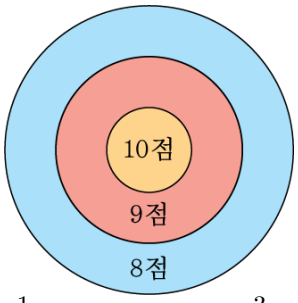
[배점 3, 중하]

① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{11}{16}$ ④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

해설

전체 경우의 수 : $4 \times 4 = 16$(가지)
□0 : 4 (가지) , □2 : 3 (가지) , □4 : 3 (가지) 총 10 가지.
$\therefore \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$

5. 상모와 진희가 두 발씩 쏜 뒤, 승부를 내는 양궁 경기를 하고 있다. 상모가 먼저 두 발을 쐈는데 19 점을 기록 하였다. 진희가 이길 확률을 구하여라.(단, 10 점을 쏠 확률은 $\frac{1}{5}$, 9 점을 쏠 확률은 $\frac{1}{3}$, 8 점을 쏠 확률은 $\frac{3}{5}$ 이다.)



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{25}$

해설

진희가 이기려면 10 점, 10 점을 쏴야한다.
10 점, 10 점이 되는 확률 : $\frac{1}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{25}$

6. 한 개의 주사위를 차례로 두 번 던질 때, 처음에는 3 의 눈, 두 번째에는 2 의 배수의 눈이 나올 확률을 구하여라. [배점 3, 중하]

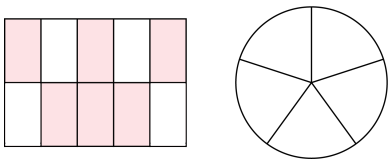
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{12}$

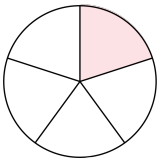
해설

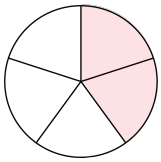
$\frac{1}{6} \times \frac{3}{6} = \frac{1}{12}$

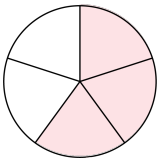
7. 화살을 다음과 같은 표적에 쏠 때, 과녁의 색칠한 부분에 맞을 확률이 같도록 오른쪽 도형에 바르게 색칠한 것을 고르면?

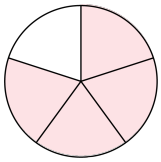


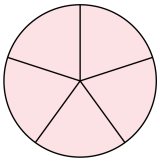
[배점 3, 중하]

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

주어진 그림은 총 10 개 중 6 개에 색칠이 되어있으므로 화살을 쏘았을 때, 색칠한 부분에 맞을 확률은 $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ 이다.

8. a, b, c, d 의 문자를 사전식으로 $abcd$ 부터 $dcba$ 까지 배열할 때, $cbad$ 는 몇 번째인지 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 15 번째

해설

a 또는 b 가 맨 앞에 오는 경우 : $2\times3\times2\times1=12$
ca 로 시작하는 경우 : 2 가지
$cbad$ 가 바로 다음이다.
$\therefore 12+2+1=15$(번째)

9. 세 개의 숫자 1, 2, 3, 4를 한 번씩 사용하여 만든 네 자리 정수 중 3000 보다 큰 정수는 몇 가지인가? [배점 4, 중중]

① 3 가지 ② 6 가지 ③ 12 가지
④ 18 가지 ⑤ 24 가지

해설

3000 보다 큰 정수를 만들기 위해서는 $3\times\times\times$ 또는 $4\times\times\times$ 형태이어야 한다.
$3\times\times\times$ 인 경우는 $3\times2\times1=6$ (가지), $4\times\times\times$ 인 경우는 $3\times2\times1=6$ (가지) 이다.
따라서 구하는 경우의 수는 $6+6=12$ (가지) 이다.

10. 집합 $A=\{a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ f\}$ 의 부분집합 중 a를 반드시 포함하면서 원소의 개수가 3개인 것은 모두 몇 가지인가? [배점 4, 중중]

① 3가지 ② 9가지 ③ 10 가지
④ 21 가지 ⑤ 30 가지

해설

a를 반드시 포함하므로 $b,\ c,\ d,\ e,\ f$ 중 2개를 포함한 부분집합을 구하면 된다. 5개의 원소 $b,\ c,\ d,\ e,\ f$ 중 순서에 관계없이 2개를 택하는 방법은 $\dfrac{5\times4}{2\times1}=10$(가지) 이다.

11. 남학생 4 명과 여학생 3 명을 일렬로 세울 때, 적어도 한 명의 여학생은 다른 여학생들과 떨어져 있게 세우는 방법의 가짓수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4320 가지

해설

여학생 3명이 항상 이웃하려면
(여, 여, 여) 남, 남, 남, 남
을 일렬로 세우면 되므로
$5!\times3!=720$ (가지)
따라서 적어도 한 명의 여학생이 다른 여학생들과 떨어져 세우는 방법의 가짓수는
$7!-720=5040-720=4320$ (가지) 이다.

12. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 처음에 나온 눈의 수를 x , 다음에 나온 눈의 수를 y 라 할 때, $2x-y=4$ 일 확률을 구하면? [배점 4, 중중]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{5}{36}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

해설

주사위를 두 번 던져서 나온 경우의 수는 $6\times6=36$ (가지)이다. $2x-y=4$ 를 만족시키는 $(x,\ y)$ 의 순서쌍은 $(3,\ 2),\ (4,\ 4),\ (5,\ 6)$ 의 3 가지이므로 구하는 확률은 $\frac{3}{36}=\frac{1}{12}$ 이다.

13. 두 사람 A, B 가 1 회에는 A, 2 회에는 B, 3 회에는 A, 4 회에는 B 의 순으로 주사위를 던지는 놀이를 한다. A 가 던졌을 때 2 이하의 눈이 나오면 A 가 이기고, B 가 던졌을 때 3 이상의 눈이 나오면 B 가 이기는 것으로 할 때, 4 회 이내에 B 가 이길 확률은?

[배점 4, 중중]

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{8}{27}$ ④ $\frac{44}{81}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

4 회 이내에 B 가 이길 경우는

(i) 2 회 때 이길 경우, (ii) 4 회에 이길 경우

2 이하의 눈이 나오는 경우는 1, 2 이므로 $\frac{1}{3}$

3 이상의 눈이 나오는 경우는 3, 4, 5, 6 이므로 $\frac{2}{3}$

(i) 2 회 때 이길 확률은 $\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{9}$

(ii) 4 회 때 이길 확률은 $\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{8}{81}$

$\therefore\ \frac{4}{9}+\frac{8}{81}=\frac{44}{81}$

14. 정이십면체의 각 면에 1 부터 20 까지의 수가 적혀 있다. 정이십면체를 두 번 던져서 바닥에 닿은 면의 수를 각각 $a,\ b$ 라 할 때, 원점과 $(a,\ b)$ 를 지나는 직선의 기울기가 2 보다 클 확률을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{40}$

해설

기울기가 2 일 경우는 $(a,\ b)$ 로 나타내면

$(1,2),(2,4),(3,6),\cdots,(9,18),(10,20)$ 일 때이므로 2 보다 크려면

$(1,3),(1,4),(1,5),\cdots,(1,20)$: 18개

$(2,5),(2,6),(2,7),\cdots,(2,20)$: 16개

$(3,7),(3,8),(3,9),\cdots,(3,20)$: 14개

$\vdots$ $\vdots$

$(9,19),(9,20)$: 2개

(경우의 수) $=18+16+14+\cdots+2=90$(가지)

$\therefore$ (확률) $=\frac{90}{20\times20}=\frac{9}{40}$

15. A, B 두 개의 주사위를 던져 나온 눈의 수를 각각 $a,\ b$ 라고 할 때, 직선 $ax+by=8$ 과 x 축, y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 4 가 될 확률은?

[배점 5, 중상]

① $\frac{1}{36}$ ② $\frac{1}{18}$ ③ $\frac{1}{12}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

해설

$ax+by=8$ 에서 x 절편은 $y=0$ 일 때 x 의 값인 $\frac{8}{a}$ 이고 y 절편은 $x=0$ 일 때 y의 값인 $\frac{8}{b}$ 이다.

그러므로 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times\frac{8}{a}\times\frac{8}{b}=4$, 즉 $ab=8$ 이다.

따라서 $(a,b)=(2,\ 4),\ (4,\ 2)$ 의 2 가지이다. 두 개의 주사위를 던지면 나오는 경우의 수는 $6\times6=36$ (가지)이므로 구하는 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$ 이다.

16. A, B가 문제를 푸는데 A가 문제를 풀 확률은 $\frac{2}{3}$, B가 문제를 풀 확률은 x라고 한다. A, B가 둘 다 문제를 풀지 못할 확률이 $\frac{1}{5}$일 때, x의 값은? [배점 5, 중상]

① $\frac{3}{10}$ ② $\frac{7}{10}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{2}{5}$

해설

B가 이 문제를 풀 확률을 x라 하면
$\frac{1}{3} \times (1-x) = \frac{1}{5}$ $\therefore x = \frac{2}{5}$
따라서 B가 이 문제를 풀 확률은 $\frac{2}{5}$이다.

17. A, B, C 세 사람의 명중률은 각각 $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$이다. 이 때, 세 사람이 동시에 1발을 쏘았을 때, 이들 중 2명만 목표물에 명중시킬 확률은? [배점 5, 중상]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{11}{24}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{1}{12}$

해설

A, B가 명중시킬 확률은 $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{8}$
B, C가 명중시킬 확률은 $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{4}$
C, A가 명중시킬확률은 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{12}$
따라서 2명만 목표물에 명중시킬 확률은
$\frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{11}{24}$

18. 8단으로 된 계단을 1단 또는 2단씩 오를 때, 이 계단을 오르는 방법의 수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 34가지

해설

1단씩 오르는 횟수를 x 회, 2단씩 오르는 횟수를 y 라 하면 $x + 2y = 8$
$x = 8$ 일 때 $y = 0$: 1 가지
$x = 6$ 일 때 $y = 1$: 7 가지
$x = 4$ 일 때 $y = 2$:
$\frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{(4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (2 \times 1)} = 15$ (가지)
$x = 2$ 일 때 $y = 3$:
$\frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{(2 \times 1) \times (3 \times 2 \times 1)} = 10$ (가지)
$x = 0$ 일 때 $y = 4$: 1 가지
$\therefore 1 + 7 + 15 + 10 + 1 = 34$ (가지)

19. 3명의 학생에게 수험표를 임의로 나누어 줄 때, 모두 자기 것이 아닌 다른 학생의 수험표를 받게 되는 경우의 수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 2가지

해설

3명의 학생을 A, B, C, 수험표를 a, b, c 라 하면 학생 A B C에게 수험표 b c a, c a b를 주는 2가지뿐이다.

20. 네 개의 연속하는 자연수를 일렬로 나열할 때, 크기순으로 나열될 확률을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{12}$

해설

$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

가장 작은 자연수를 a 라고 하면

크기순으로 나열되는 경우는

$(a, a+1, a+2, a+3), (a+3, a+2, a+1, a)$ 의 두 경우이므로 구하는 확률은 $\frac{2}{24} = \frac{1}{12}$ 이다.