단원 종합 평가

1. 주혜는 서점에서 문제집을 사려고 한다. 7종류의 수학 문제집 중 2권과 4종류의 영어 문제집 중 1권을 사는 방법의 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 84가지

해설

$\frac{7 \times 6}{2} \times 4 = 84$ (가지)

2. A, B 두 사람이 만날 약속을 하였다. A 가 약속 장소에 나갈 확률이 $\frac{2}{3}$, B 가 약속 장소에 나가지 않을 확률이 $\frac{3}{4}$ 일 때, 두 사람이 약속 장소에서 만나지 못할 확률을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{6}$

해설

(만나지 못할 확률)

= 1− (두 사람 모두 약속 장소에 나갈 확률)

$= 1 - \frac{2}{3} \times \left(1 - \frac{3}{4}\right)$

$= 1 - \frac{2}{3} \times \frac{1}{4}$

$= 1 - \frac{1}{6}$

$= \frac{5}{6}$

3. 다음 표는 동전 1 개를 400 번 던졌을 때, 앞면이 나온 횟수를 기록한 것이다. 기록지가 손상되어 앞면이 나온 횟수가 안보일 때, 앞면이 나올 확률을 구하여라. (단, 상대도수 $= \frac{\text{그 계급의 도수}}{\text{전체 도수}}$ 이다.)

동전을 던진 횟수	400
앞면이 나온 횟수	
상대도수	0.5

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

상대도수 $= \frac{\text{그 계급의 도수}}{\text{전체 도수}}$ 이다. 따라서 앞면이 나온 횟수는 200 번이다.

사건 A 가 일어날 확률 $p = \frac{\text{(사건 A가 일어나는 경우의 수)}}{\text{(모든 경우의 수)}}$ 이므로 앞면이 나올 확률은 $\frac{200}{400} = \frac{1}{2}$ 이다.

4. 윷짝을 한 개 던질 때, 둥근 겉면이 나올 확률은 $\frac{1}{3}$ 이라고 한다. 윷을 던져서 걸 또는 도가 나올 확률을 구하여라. [배점 3, 중하]

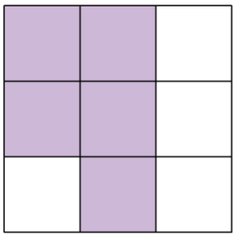
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{40}{81}$

해설

$4 \times \left(\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3}\right) + 4 \times \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3}\right) = \frac{32}{81} + \frac{8}{81} = \frac{40}{81}$

5. 다음 그림과 같이 9 개의 정사각형으로 이루어진 표적이 있다. 공을 두 번 던져 두 번 모두 색칠한 부분을 맞힐 확률을 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{25}{81}$

해설

한번 공을 던졌을 때 색칠한 부분을 맞힐 확률 : $\frac{5}{9}$ 이므로

$\frac{5}{9} \times \frac{5}{9} = \frac{25}{81}$

6. A 주머니에는 노란 공이 2 개, 검은 공이 3 개 들어 있고, B 주머니에는 노란 공이 3 개, 검은 공이 1 개 들어 있다. 두 주머니에서 공을 각각 한 개씩 꺼낼 때, 노란 공 1 개, 검은 공 1 개가 나올 확률을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{11}{20}$

해설

A 주머니에서 노란 공, B 주머니에서 검은 공이 나올 확률은 $\frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{10}$

A 주머니에서 검은 공, B 주머니에서 노란 공이 나올 확률은 $\frac{3}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{20}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{10} + \frac{9}{20} = \frac{11}{20}$

7. A, B 두 사람이 가위바위보를 할 때, 처음에는 비기고, 두 번째에는 B 가 이기고, 세 번째에는 A 가 이길 확률은? [배점 4, 중중]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{27}$

해설

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$

8. A, B, C 세 사람이 가위바위보를 할 때, 무승부가 될 확률은? [배점 4, 중중]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

해설

A, B, C 모두 다른 것을 낼 확률은

$\frac{3}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{6}{27}$

A, B, C 모두 같은 것을 낼 확률은

$\frac{3}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{3}{27}$

따라서 구하는 확률은

$\frac{6}{27} + \frac{3}{27} = \frac{2}{9} + \frac{1}{9} = \frac{1}{3}$

9. 1 에서 100 까지의 자연수를 다음과 같이 연속한 세 개의 수로 적어 놓은 카드에서 무심히 한 장을 꺼낼 때, 그 카드에 적힌 세 수의 합이 15 의 배수일 확률을 $\frac{b}{a}$ 라 하자. $a - b$ 를 구하여라.

[1 2 3] [2 3 4] [3 4 5] ⋯ [98 99 100]

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 79

해설

카드의 개수는 98 장, 세 수를 $x-1$, x , $x+1$ 이라 하면 세 수의 합은 $3x$ 이다.
따라서 x 는 5 의 배수여야 한다.
99 이하의 자연수 중 5 의 배수는 19 개
$\therefore \frac{b}{a} = \frac{19}{98}$
$\therefore a - b = 98 - 19 = 79$

10. A, B, C 세 사람의 명중률은 각각 $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$ 이다. 이 때, 세 사람이 동시에 1발을 쏘았을 때, 이들 중 2 명만 목표물에 명중시킬 확률은? [배점 5, 중상]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{11}{24}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{1}{12}$

해설

A, B가 명중시킬 확률은 $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{8}$
B, C가 명중시킬 확률은 $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{4}$
C, A가 명중시킬확률은 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{12}$
따라서 2 명만 목표물에 명중시킬 확률은
$\frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{11}{24}$

11. 2에서 6까지의 자연수가 각각 적힌 5 장의 카드에서 연속하여 두 장의 카드를 뽑아 두 자리 정수를 만들려고 한다. 첫 번째 나온 카드의 수를 십의 자리, 두 번째 나온 카드의 수를 일의 자리의 수로 할 때, 이 정수가 홀수일 확률은? (단, 처음 카드는 다시 넣지 않으며, 한 번에 카드를 한 장씩 뽑는다.) [배점 5, 중상]

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{17}{50}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{7}{9}$ ⑤ $\frac{6}{25}$

해설

두 자리 정수가 (짝, 홀) 일 확률은
$\frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{6}{20}$
두 자리 정수가 (홀, 홀) 일 확률은
$\frac{2}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{20}$
따라서 두 자리 정수가 홀수가 될 확률은
$\frac{6}{20} + \frac{2}{20} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$

12. 천하장사 씨름 대회의 결승전에서는 5번의 시합에서 3번을 먼저 이기면 천하장사가 된다. 지금까지 2번의 시합에서 A가 2승을 하였다고 할 때, A가 천하장사가 될 확률은 B가 천하장사가 될 확률의 몇 배 인가? (단, 두 사람이 한 게임에서 이길 확률이 서로 같다.) [배점 5, 중상]

① 2 배 ② 4 배 ③ 6 배
④ 7 배 ⑤ 8 배

해설

A가 이기는 경우는 3 회 째 이기거나, 4 회 째 이기거나, 5 회 째 이기는 방법이 있다. 5 회까지 3 경기를 지면 B가 먼저 3승이 되어 A가 지게 된다.
A가 이길 확률은 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{8}$
B가 이길 확률은 $1 - \frac{7}{8} = \frac{1}{8}$
따라서 A가 이길 확률이 B가 이길 확률의 7 배이다.

13. 상자 속에 1에서 9까지의 숫자가 각각 적힌 카드가 9 장이 들어 있다. 한 장의 카드를 꺼내 본 후 다시 넣고 한 장의 카드를 꺼내 볼 때, 두 카드에 적힌 수의 합이 짝수일 확률은? [배점 5, 중상]

① $\frac{27}{64}$ ② $\frac{16}{45}$ ③ $\frac{41}{81}$ ④ $\frac{52}{81}$ ⑤ $\frac{7}{45}$

해설

두 수의 합이 짝수가 되는 경우는 두 수가 모두 짝수이거나 홀수일 때이다.
첫 번째 꺼낸 카드의 수가 짝수일 확률은 $\frac{4}{9}$,
두 번째 꺼낸 카드의 수가 짝수일 확률도 $\frac{4}{9}$이므로
두 수가 모두 짝수일 확률은 $\frac{4}{9} \times \frac{4}{9} = \frac{16}{81}$
첫 번째 꺼낸 카드의 수가 홀수일 확률은 $\frac{5}{9}$,
두 번째 꺼낸 카드의 수가 홀수일 확률도 $\frac{5}{9}$이므로
두 수가 모두 홀수일 확률은 $\frac{5}{9} \times \frac{5}{9} = \frac{25}{81}$
따라서 구하는 확률은 $\frac{16}{81} + \frac{25}{81} = \frac{41}{81}$

14. 한 개의 주사위를 두 번 던져 처음에 나온 눈의 수를 a , 나중에 나온 눈의 수를 b 라고 할 때, 직선 $ax + by - 5 = 0$ 이 $\mathrm{P}(2,\ 1)$ 을 지나지 않을 확률을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{17}{18}$

해설

두 개의 주사위를 동시에 던질 때 나오는 경우의 수는 $6 \times 6 = 36$ (가지)이다.
$ax + by - 5 = 0$ 에 $(2,\ 1)$ 을 대입하면 $2a + b = 5$ 가 된다. 이를 만족하는 $(a,\ b)$ 는 $(1,\ 3)$, $(2,\ 1)$ 이므로 직선 $ax + by - 5 = 0$ 이 $\mathrm{P}(2,\ 1)$ 을 지나지 않을 확률은 $1 - \frac{2}{36} = \frac{17}{18}$ 이다.

15. 갑, 을, 병, 정 네 명의 학생 중에서 2 명의 대표를 뽑는 경우의 수를 a , 반장 1 명, 부반장 1 명을 뽑는 경우의 수를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$a = \frac{4 \times 3}{2} = 6$
$b = 4 \times 3 = 12$

$\therefore a + b = 6 + 12 = 18$

16. 한 모서리의 길이가 1 인 정육면체 216 개를 가로 6 개, 세로 6 개, 높이 6 개씩 들어가도록 쌓아서 큰 정육면체를 만들었다. 이 정육면체의 겉면에 색칠을 하고 다시 작은 정육면체로 분해한 다음 한 개를 집었을 때, 그것이 적어도 한 면이 색칠되어 있는 작은 정육면체일 확률을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{8}$

해설

한 모서리에 작은 정육면체가 6 개씩 들어간 큰 정육면체의 겉면에 색칠을 했을 때, 한 면도 색칠되지 않은 정육면체의 개수는 $4 \times 4 \times 4 = 64$ (개)이다.
색이 칠해지지 않은 정육면체일 확률은 $\frac{64}{512}$ 이다.
따라서 적어도 한 면이 색칠된 작은 정육면체일 확률은 $1 - \frac{64}{512} = \frac{448}{512} = \frac{7}{8}$ 이다.

17. 1 부터 12 까지의 숫자가 적힌 공 12 개가 주머니 속에 들어있다. 이 중 4 개를 골라내었을 때, 공에 적힌 4 개의 수 중 가장 큰 수가 두 자리 수이고, 가장 작은 수는 소수인 경우의 수를 모두 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 190 가지

해설

한꺼번에 4 개의 공을 모두 꺼내므로 순서는 생각하지 않고 (가장 작은 수 ◯◯ 가장 큰 수)를 살펴보면

(1) (2 ◯ ◯10) 인 경우, 나머지 두 수는 3 에서 9 까지이므로 $\frac{7\times6}{2}=21$ (가지)

(2) (2◯◯11) 인 경우, 나머지 두 수는 3 에서 10 까지이므로 $\frac{8\times7}{2}=28$ (가지)

(3) (2◯◯12) 인 경우, 나머지 두 수는 3 에서 11 까지이므로 $\frac{9\times8}{2}=36$ (가지)

(4) (3 ◯ ◯10) 인 경우, 나머지 두 수는 4 에서 9 까지이므로 $\frac{6\times5}{2}=15$ (가지)

(5) (3◯◯11) 인 경우, 나머지 두 수는 4 에서 10 까지이므로 $\frac{7\times6}{2}=21$ (가지)

(6) (3◯◯12) 인 경우, 나머지 두 수는 4 에서 11 까지이므로 $\frac{8\times7}{2}=28$ (가지)

(7) (5 ◯ ◯10) 인 경우, 나머지 두 수는 6 에서 9 까지이므로 $\frac{4\times3}{2}=6$ (가지)

(8) (5◯◯11) 인 경우, 나머지 두 수는 6 에서 10 까지이므로 $\frac{5\times4}{2}=10$ (가지)

(9) (5◯◯12) 인 경우, 나머지 두 수는 6 에서 11 까지이므로 $\frac{6\times5}{2}=15$ (가지)

(10) (7 ◯ ◯10) 인 경우, 나머지 두 수는 8, 9 이므로 1 (가지)

(11) (7 ◯ ◯11) 인 경우, 나머지 두 수는 8 에서 10 까지이므로 $\frac{3\times2}{2}=3$ (가지)

(12) (7 ◯ ◯12) 인 경우, 나머지 두 수는 8 에서 11 까지이므로 $\frac{4\times3}{2}=6$ (가지)

따라서 구하는 경우의 수는 $21+28+36+15+21+28+6+10+15+1+3+6=190$ (가지) 이다.

18. 윷놀이에서 둥근 부분이 위로 나올 확률이 $\frac{3}{5}$, 평평한 부분이 위로 나올 확률이 $\frac{2}{5}$ 일 때, 윷을 한 번 던졌을 때, 말이 이동하는 칸 수의 기댓값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{667}{625}$

해설

윷의 둥근 부분이 위로 나올 때 A , 평평한 부분이 위로 나올 때 B 라 하고, 말이 이동하는 칸 수를 n 이라 하면

$n=1$ 일 때, AAAB 이므로 확률은 $\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{54}{625}$

$n=2$ 일 때, AABB 이므로 확률은 $\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{36}{625}$

$n=3$ 일 때, ABBB 이므로 확률은 $\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{24}{625}$

$n=4$ 일 때, BBBB 이므로 확률은 $\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{16}{625}$

$n=5$ 일 때, AAAA 이므로 확률은 $\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{81}{625}$

따라서 구하는 기댓값은 $1\times\frac{54}{625}+2\times\frac{36}{625}+3\times\frac{24}{625}+4\times\frac{16}{625}+5\times\frac{81}{625}=\frac{667}{625}$ 이다.

19. 2학년 1반과 3반 대표가 농구 시합을 하였다. 다음 상황을 읽고 3반이 1반을 이길 확률을 구하면?

> ㉠ 현재 1반이 3반을 65 : 64 로 앞서 있다.
>
> ㉡ 경기 종료와 동시에 3반 회장이 3점슛을 넣다가 파울을 얻어 자유투 3 개를 얻게 되었다.
>
> ㉢ 회장의 자유투 성공률은 60% 이다.
>
> ㉣ 자유투 1 개를 성공시키면 1 점 씩 올라간다.
>
> ㉤ 연장전은 없으며, 회장이 자유투 3 개를 모두 던지고 나면 경기가 종료된다.

[배점 6, 상중]

① $\frac{18}{125}$ (14.4%) ② $\frac{9}{25}$ (36%)

③ $\frac{54}{125}$ (43.2%) ④ $\frac{3}{5}$ (60%)

⑤ $\frac{81}{125}$ (64.8%)

해설

3반이 1반을 이기기 위해서는 회장이 자유투 3 개 중에 2 개를 성공시키거나 3 개 모두 성공시키면 된다.

(1) 3 개 중 2 개를 성공시킬 확률

$\frac{6}{10} \times \frac{6}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{18}{125}$

이럴 경우가 (성공, 성공, 실패), (성공, 실패, 성공), (실패, 성공, 성공) 의 3 가지가 있으므로, $\frac{18}{125} \times 3 = \frac{54}{125}$

(2) 3 개 모두 성공시킬 확률은

$\frac{6}{10} \times \frac{6}{10} \times \frac{6}{10} = \frac{27}{125}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{54}{125} + \frac{27}{125} = \frac{81}{125}$

20. 숫자 1, 2, 3, 4 가 적힌 정사면체 주사위 2 개를 4 번 던졌을 때, 밑면에 적힌 숫자의 합이 짝수인 경우가 3 회 연속으로 나오거나, 홀수인 경우가 3 회 연속으로 나오면 상품을 얻는 게임이 있을 때, 상품을 탈 수 있는 확률을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{8}$

해설

(1) 세 번 만에 상품을 타는 경우

① 밑면의 합이 (짝, 짝, 짝) 인 경우

밑면의 합이 짝수가 나오려면 (1, 1), (1, 3), (2, 2), (2, 4), (3, 1), (3, 3), (4, 2), (4, 4) 의 8 가지의 경우가 있으므로 밑면의 합이 짝수가 나올 확률은 $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$

$\therefore \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

② 밑면의 합이 (홀, 홀, 홀) 인 경우

밑면의 합이 홀수가 나오는 경우는 (1, 2), (1, 4), (2, 1), (2, 3), (3, 2), (3, 4), (4, 1), (4, 3) 의 8 가지이므로 밑면의 합이 홀수가 나올 확률은 $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$

$\therefore \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

→ 3 번 만에 상품을 타는 경우는 $\frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$ 이다.

(2) 네 번 만에 상품을 타는 경우

① 밑면의 합이 (홀, 짝, 짝, 짝) 인 경우 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$

② 밑면의 합이 (짝, 홀, 홀, 홀) 인 경우 $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$

→ 4 번 만에 상품을 타는 경우는 $\frac{1}{16} + \frac{1}{16} = \frac{1}{8}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$ 이다.