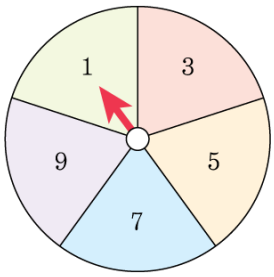
단원 종합 평가

1. 다음 그림과 같은 회전판이 있다. 화살표를 돌리다가 멈추게 할 때, 화살표가 가리키는 경우의 수를 구하여라. (단, 바늘이 경계 부분을 가리키는 경우는 생각하지 않는다.)



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5 가지

해설

1, 3, 5, 7, 9 의 5 가지

2. 승아가 수학 문제를 풀 확률은 $\frac{2}{3}$ 이다. 승아가 세 문제를 풀 때, 두 문제를 풀 확률을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{9}$

해설

$3 \times \left(\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3}\right) = \frac{4}{9}$

3. 어느 날 눈이 왔다면 그 다음 날 눈이 올 확률은 $\frac{1}{5}$ 이고, 눈이 오지 않았다면 그 다음 날 눈이 올 확률은 $\frac{1}{6}$ 이다. 어느 달의 5 일에 눈이 왔다면, 7 일에도 눈이 올 확률을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{13}{75}$

해설

(7 일에 눈이 올 확률)
= (6 일에 눈이 오고 7 일에도 눈이 올 확률)+ (6 일에는 눈이 오지 않고 7 일에 눈이 올 확률)
$= \frac{1}{5} \times \frac{1}{5} + \left(1 - \frac{1}{5}\right) \times \frac{1}{6}$
$= \frac{1}{25} + \frac{4}{5} \times \frac{1}{6}$
$= \frac{1}{25} + \frac{2}{15} = \frac{13}{75}$

4. 0, 1, 2, 3, 4 의 숫자들 중에서 2 개를 뽑아 두 자리 정수를 만들 때, 아래의 설명 중 '나' 에 해당하는 숫자는 몇인지 말하여라.

> · 나는 6 번째로 작은 수 입니다.
> · 나는 홀수입니다.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

십의 자리가 1 인 수를 세어보면 1□ ⇒ 4 가지 이므로 6 번째로 작은 수는 21 이다.
21 은 홀수이다.

5. 주머니 속에 크기와 모양이 같은 붉은 구슬 5 개, 노란 구슬 a 개, 파란 구슬 b 개가 들어 있다. 이 중에서 임의로 한 개를 꺼낼 때, 붉은 구슬일 확률은 $\frac{1}{4}$, 노란 구슬일 확률은 $\frac{2}{5}$ 이다. 이때, $a - b$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

붉은 구슬이 나올 확률 : $\frac{5}{5+a+b}=\frac{1}{4}$ 이고,
노란 구슬이 나올 확률 : $\frac{a}{5+a+b}=\frac{2}{5}$
$a+b=15,\ 3a-2b=10$
$a=8, b=7$
$\therefore a-b=1$

6. 주머니에 6 개의 흰 공과 4 개의 검은 공이 있다. 갑, 을, 병 세 사람이 차례로 주머니에서 공을 하나씩 꺼낼 때, 먼저 검은 공을 꺼내는 사람이 이기는 내기를 하였다. 병이 이길 확률을 $\frac{b}{a}$ 라 할 때, $a-b$ 를 구하여라. (단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않는다.)

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

갑이 흰 공을 꺼내는 경우는 10 개의 공 중에서 6 개를 고르는 것이므로 $\frac{6}{10}$
을이 흰 공을 꺼내는 경우는 9 개의 공 중에서 5 개를 고르는 것이므로 $\frac{5}{9}$
병이 검은 공을 꺼내는 경우는 8 개의 공 중에서 4 개를 고르는 것이므로 $\frac{4}{8}$
따라서 병이 이길 확률은 $\frac{6}{10}\times\frac{5}{9}\times\frac{4}{8}=\frac{1}{6}$
$\therefore\ a=6,\ b=1$ $\therefore\ a-b=5$

7. 두 개의 주머니 A, B 가 있다. A 주머니에는 파란 공 1 개, 붉은 공 4 개가 들어 있고, B 주머니에는 파란 공 1 개, 붉은 공 2 개가 들어 있다. 무심코 한 주머니를 택하여 한 개의 공을 꺼낼 때, 그것이 파란 공일 확률은? [배점 4, 중중]

① $\frac{1}{15}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{4}{15}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{10}$

해설

우선 A 혹은 B 를 선택할 확률은 $\frac{1}{2}$
A 에서 파란 공을 꺼낼 확률은 $\frac{1}{5}$
B 에서 파란 공을 꺼낼 확률은 $\frac{1}{3}$
따라서 한 주머니를 택하여 파란 공을 뽑을 확률은
$\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{4}{15}$

8. 마린과 메딕이 A, B 두 개의 주사위를 동시에 던져서 두 눈의 수의 차이만큼 계단을 오르는 게임을 하고 있다. 메딕이 주사위 두 개를 동시에 던질 차례에서 두 눈의 수의 차가 4 이상이면 이긴다고 한다. 마린이 이길 확률을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{6}$

해설

눈의 차가 4이상인 경우의 수는
$(1,5),(1,6),(2,6),(5,1),(1,6),(6,2)$ 의 6가지이므로
메딕이 이길 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$
$\therefore$ (마린이 이길 확률)$=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

9. 집합 $X=\{1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ 10\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 세 개인 것들을 $A_1,\ A_2,\ A_3,\ \cdots,\ A_n$ 이라 하고, 집합 A_k 의 원소의 총합을 a_k 라고 할 때, $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1980

해설

원소가 3 개인 부분집합의 총 개수는
$\frac{10\times 9\times 8}{3\times 2\times 1}=120$ (가지)
원소의 총 개수는 $3\times 120=360$ (가지)
$1, 2, 3, \cdots, 10$ 이 나오는 확률은 같으므로 36 번씩 나온다.
$\therefore a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n$
$=(1+2+3+\cdots+10)\times 36$
$=1980$

10. 항아리 속에 1에서 50까지의 숫자가 각각 적힌 구슬 50개가 들어있다. 항아리 속에서 구슬 한 개를 꺼낼 때 2의 배수 또는 3의 배수 또는 4의 배수인 구슬이 나올 경우의 수는 얼마인가? [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 33가지

해설

1에서 50까지의 수 중에서 2의 배수의 집합을 A, 3의 배수의 집합을 B, 4의 배수의 집합을 C라고 할 때,
$n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(B\cap C)-n(C\cap A)+n(A\cap B\cap C)$이다.
$n(A)=25$, $n(B)=16$, $n(C)=12$, $n(A\cap B)=8$, $n(B\cap C)=4$, $n(C\cap A)=12$, $n(A\cap B\cap C)=4$이다.
따라서 2의 배수 또는 3의 배수 또는 4의 배수인 구슬이 나오는 경우의 수는
$25+16+12-8-4-12+4=33$(가지)이다.

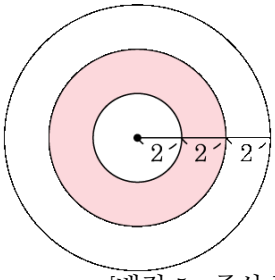
11. 어떤 학생이 A 문제를 풀 확률은 $\frac{1}{4}$, 두 문제를 모두 풀 확률이 $\frac{1}{6}$일 때, A 문제는 풀고 B 문제는 틀릴 확률은? [배점 5, 중상]

① $\frac{1}{24}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{6}{25}$ ⑤ $\frac{19}{25}$

해설

B 문제를 풀 확률을 x라 하면 $\frac{1}{4}\times x=\frac{1}{6}$, $x=\frac{2}{3}$
A 문제는 풀고 B 문제는 틀릴 확률은 $\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{12}$

12. 다음 그림과 같은 세 원으로 이루어진 과녁에 화살을 쏘았을 때, 색칠한 부분에 화살이 맞을 확률을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{3}$

해설

전체 넓이 : $6\times 6\times\pi=36\pi$
색칠한 부분 : $4\times 4\times\pi-2\times 2\times\pi=12\pi$
$\therefore \frac{12\pi}{36\pi}=\frac{1}{3}$

13. 집합 $\{2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 원소 중에서 하나를 뽑아 a라 하고 분수 $\frac{1}{a}$를 소수로 나타낼 때 순환소수로 나타내어질 확률은? [배점 5, 상하]

① 0 ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

$\frac{1}{2}=0.5$,$\frac{1}{3}=0.\dot{3}$,$\frac{1}{4}=0.25$,$\frac{1}{5}=0.2$,$\frac{1}{6}=0.1\dot{6}$
이므로 $a=3$ 또는 6 일 때 순환소수가 된다.
따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{5}$ 가 된다.

14. 한 개의 주사위를 던져 합성수의 눈이 나오면 수직선 위의 점이 왼쪽으로 한 칸 움직이고, 그 외의 눈이 나오면 수직선 위의 점이 오른쪽으로 한 칸 움직인다. 주사위를 두 번 던질 때, 수직선 위의 점이 처음의 위치인 원점에 있을 확률을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{9}$

해설

점이 원점에 있기 위해서는 합성수의 눈이 1번, 합성수가 아닌 눈이 한번 나와야 한다. 합성수는 $4, 6$ 의 2가지이므로, 합성수의 눈이 나올 확률은 $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ 이다.
i) 합성수, 합성수가 아닌 수가 나올 확률은 $\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{9}$
ii) 합성수가 아닌 수, 합성수가 나올 확률은 $\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$
따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{9}+\frac{2}{9}=\frac{4}{9}$

15. 세 개의 주사위를 동시에 던져서 나오는 눈의 수를 각각 p, q, r 이라 할 때, $pq+qr+rp$ 의 값이 홀수가 되는 경우의 수를 구하여라. [배점 5, 상하]

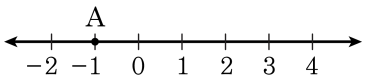
▶ 답 :

▷ 정답 : 108 가지

해설

$pq+qr+rp$ 가 홀수가 되는 경우의 수는
(1) pq, qr, rp 모두 홀수인 경우 :
$(p,\ q,\ r)=$ (홀, 홀, 홀)
$3\times3\times3=27$ (가지)
(2) pq 만 홀수인 경우 :
$(p,\ q,\ r)=$ (홀, 홀, 짝)
$3\times3\times3=27$ (가지)
(3) qr 만 홀수인 경우 :
$(p,\ q,\ r)=$ (짝, 홀, 홀)
$3\times3\times3=27$ (가지)
(4) rp 만 홀수인 경우 :
$(p,\ q,\ r)=$ (홀, 짝, 홀)
$3\times3\times3=27$ (가지)
따라서 구하는 경우의 수는 $27+27+27+27=108$ (가지) 이다.

16. 한 개의 동전을 던져서 앞면이 나오면 수직선을 따라 양의 방향으로 2 만큼, 뒷면이 나오면 수직선을 따라 음의 방향으로 1 만큼 이동하였다. 동전을 4 번 던져서 이동하였을 때, A 지점에 위치할 확률을 구하여라. (단, 동전을 던지기 전의 위치는 0 이다.)



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{4}$

해설

동전을 4 번 던졌을 때, 앞면이 1 번, 뒷면이 3 번 나오는 확률 :
$\left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\right)\times4=\frac{1}{4}$

17. 바구니 안에 노란 공이 4 개, 검은 공이 3 개, 빨간 공이 6 개 들어 있다. 이 중에서 무심코 공을 3 개 꺼낼 때, 빨간 공이 적어도 2 개 이상일 확률을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{26}$

해설

(1) (빨간 공이 2 개일 확률)$= \frac{6}{13} \times \frac{5}{12} \times \frac{7}{11} = \frac{35}{286}$

(2) (빨간 공이 3 개일 확률)$= \frac{6}{13} \times \frac{5}{12} \times \frac{4}{11} = \frac{10}{143}$

$\therefore$ 구하는 확률 : $\frac{35}{286} + \frac{10}{143} = \frac{5}{26}$

18. 정십칠각형의 17 개의 꼭짓점 중 4 개를 이어서 사각형을 만들려고 한다. 이러한 사각형 중 사다리꼴의 개수를 모두 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 816 개

해설

정십칠각형의 외접원을 그리고 정십칠각형의 꼭짓점을 차례로 $A_1, A_2, \cdots, A_{17}$ 이라 하자.

A_1 을 지나는 외접원의 지름에 대하여 대칭인 사다리꼴의 개수는 $A_2, A_3, \cdots, A_9$ 중에서 2 개의 꼭짓점을 뽑는 경우의 수와 같으므로 $\frac{8 \times 7}{2} = 28$(가지) 이다.

이때, 각각의 꼭짓점에 대하여 같은 방법으로 생각하면 사다리꼴의 개수는 $17 \times 28 = 476$(개) 이다.

19. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $B = \{12, x\}$ 에 대하여 $A \cup B = A$가 될 확률은? (단, x는 주사위를 한 번 던졌을 때 나온 눈의 수이다.)

[배점 6, 상중]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

해설

$A \cup B = A$에서 $B \subset A$이다. B가 A의 부분집합이므로 x는 A의 원소 $1, 2, 3, 4, 6$중의 하나이어야 한다. 주사위를 한 번 던지면 나오는 경우의 수는 6가지이고, x가 될 수 있는 경우의 수는 5가지이므로 구하는 확률은 $\frac{5}{6}$이다.

20. A, B 두 사람이 주사위를 굴려서 나온 눈이 큰 사람이 이기는 게임을 한다. 이길 때 얻는 점수는 주사위 눈의 차와 같고, 비기거나 졌을 때는 점수를 얻지 못한다. 주사위를 2 회 굴렸을 때, A 가 B 보다 2 점 더 많은 점수를 얻게 되는 경우의 수를 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 125 가지

해설

게임을 1 회 시행하였을 때, 얻을 수 있는 점수는
1 점 : $(1,\ 2)$, $(2,\ 3)$, $(3,\ 4)$, $(4,\ 5)$, $(5,\ 6)$ 의 5 가지
2 점 : $(1,\ 3)$, $(2,\ 4)$, $(3,\ 5)$, $(4,\ 6)$ 의 4 가지
3 점 : $(1,\ 4)$, $(2,\ 5)$, $(3,\ 6)$ 의 3 가지
4 점 : $(1,\ 5)$, $(2,\ 6)$ 의 2 가지
5 점 : $(1,\ 6)$ 의 1 가지
즉 A 또는 B 가 이기는 경우는 15 가지이고, 비기는 경우는 두 주사위의 눈의 수가 같은 6 가지이다.
2 회의 게임에서 A 또는 B 가 이기는 횟수에 따라 구하는 경우의 수는 다음과 같다.
(1) A, B 가 한 번씩 이기는 경우
A 가 5 점, B 가 3 점을 얻은 경우
$1 \times 3 \times 2 = 6$ (가지)
또 A 가 4 점, B 가 2 점을 얻은 경우
$2 \times 4 \times 2 = 16$ (가지)
또 A 가 3 점, B 가 1 점을 얻은 경우
$3 \times 5 \times 2 = 30$ (가지)
따라서 $6 + 16 + 30 = 52$ (가지)
(2) A 가 한 번 이기고, 한 번 비기는 경우
A 가 2 점을 얻어야 하고, 몇 회 게임에서 이기는가에 따라 2 가지 경우가 있으므로 경우의 수는 $4 \times 6 \times 2 = 48$ (가지)
(3) A 가 두 번 모두 이기는 경우
2 회에 걸쳐 A 가 총 2 점을 얻어야 하므로 1 회에 1 점, 2 회에 1 점을 얻는 경우이다.
$5 \times 5 = 25$ (가지)
따라서 (1), (2), (3)에 의하여 구하는 경우의 수는 $52 + 48 + 25 = 125$ (가지)이다.