

약점 보강 2

1. 다음 연립부등식을 만족하는 정수의 개수가 3개일 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 3x + 13 \leq -2 \\ 8 - 2x \leq a \end{cases} \quad [\text{배점 2, 하하}]$$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 22

▷ 정답: 23

해설

$$3x + 13 \leq -2$$

$$3x \leq -15$$

$$x \leq -5$$

$$8 - 2x \leq a$$

$$-2x \leq a - 8$$

$$x \geq \frac{8-a}{2}$$

만족하는 정수는 $-5, -6, -7$ 이다.

$$-8 < \frac{8-a}{2} \leq -7$$

$$-16 < 8 - a \leq -14$$

$$22 \leq a < 24$$

$$\therefore a = 22, 23$$

2. 연립부등식 $\begin{cases} 1.3x - 2.2 \geq 3 \\ \frac{x-3}{2} \leq 4 \end{cases}$ 를 만족하는 정수 x 는 모두 몇 개인지 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 8개

해설

$$\begin{cases} 1.3x - 2.2 \geq 3 \\ \frac{x-3}{2} \leq 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 13x - 22 \geq 30 \\ x - 3 \leq 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq 4 \\ x \leq 11 \end{cases}$$

$$\therefore 4 \leq x \leq 11$$

따라서 만족하는 정수는 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 의 8 개이다.

3. 어떤 정수에서 10 을 빼고 5 배 하면 20 보다 크고, 어떤 정수에 2 배를 하고 4 를 빼면 28 보다 작다고 한다. 어떤 정수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

어떤 정수를 x 라고 하고 문제의 조건을 이용하여 두 개의 식을 만들어 본다. ‘어떤 정수에서 10 을 빼고 5 배하면 20 보다 크고’ 를 식으로 표현하면, $5(x - 10) > 20$ 이고, ‘어떤 정수에 2 배를 하고 4 를 빼면 28 보다 작다’ 를 식으로 표현하면, $2x - 4 < 28$ 이다.

두 개의 부등식을 연립부등식으로 표현하면,

$$\begin{cases} 5(x - 10) > 20 \\ 2x - 4 < 28 \end{cases} \quad \text{이다. 이를 간단히 하면,}$$

$$\begin{cases} x > 14 \\ x < 16 \end{cases} \quad \text{따라서 } 14 < x < 16 \text{ 이다. } x \text{ 는 정수이므로 15 이다.}$$

4. 어떤 자연수의 2 배에서 6 을 뺀 수는 9 보다 작고, 27 에서 그 자연수의 3 배를 뺀 수도 9 보다 작다고 한다. 이 때, 이 어떤 자연수는? [배점 2, 하중]

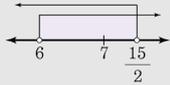
- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$$\begin{cases} 2x - 6 < 9 \\ 27 - 3x < 9 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} 2x < 9 + 6 \\ -3x < 9 - 27 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x < \frac{15}{2} \\ x > 6 \end{cases}$$



∴ $x = 7$

5. 연립부등식 $\begin{cases} 4(2-x) \leq 5 \\ \frac{1}{3}x + \frac{2}{3} > 1 \\ 2x - 3 \leq 5 \end{cases}$ 를 풀어라.

[배점 2, 하중]

- ① $\frac{3}{4} < x \leq 4$ ② $1 < x \leq 4$
 ③ $\frac{3}{4} \leq x < 1$ ④ $\frac{3}{4} \leq x < 4$
 ⑤ $1 \leq x < 4$

해설

$$\begin{cases} 4(2-x) \leq 5 \\ \frac{1}{3}x + \frac{2}{3} > 1 \\ 2x - 3 \leq 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq \frac{3}{4} \\ x > 1 \\ x \leq 4 \end{cases}$$

∴ $1 < x \leq 4$

6. 두 집합 $A = \{x | -x + 5 \geq 3\}$, $B = \{x | 2x - 3 \geq 7\}$ 에 대하여 $A \cap B$ 를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: \emptyset

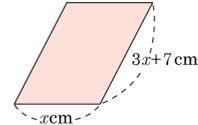
해설

$$A: -x + 5 \geq 3, x \leq 2$$

$$B: 2x - 3 \geq 7, x \geq 5$$

∴ $A \cap B = \emptyset$

7. 다음과 같은 평행사변형 모양의 상자를 만드는 데, 세로의 길이가 가로 길이의 3 배 보다 7 cm 더 길게 하고, 둘레의 길이를 120cm 초과 150cm 이하로 만들려고 할 때, 가로의 길이가 될 수 없는 것은?



[배점 2, 하중]

- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

해설

둘레의 길이는 $2x + 2(3x + 7)$ 임으로, $120 < 8x + 14 \leq 150$ 이다.
 $120 < 8x + 14 \leq 150$ 를 연립부등식으로 나타내면 $\begin{cases} 120 < 8x + 14 \\ 8x + 14 \leq 150 \end{cases}$ 이다. 간단히 하면 $\begin{cases} x > \frac{106}{8} \\ x \leq \frac{136}{8} \end{cases}$ 이다. 따라서 x 의 범위는 $\frac{53}{4} < x \leq 17$ 이다. 그럼으로 가로의 길이는 $\frac{53}{4} < x \leq 17$ 이다. $\frac{53}{4} = 13.25$ 이므로 13 은 x 가 될 수 없다.

8. 연립부등식

$$\begin{cases} x + 7 > 2a \\ 2x - 3 < 1 \end{cases} \text{의 해가 } -1 < x < 2 \text{일 때, 상수 } a \text{의 값을 구하여라.} \quad [\text{배점 3, 하상}]$$

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$\begin{aligned} x + 7 > 2a \text{에서 } x &> 2a - 7 \\ 2x - 3 < 1 \text{에서 } x &< 2 \\ 2a - 7 < x < 2 \\ \therefore 2a - 7 = -1 \\ \therefore a &= 3 \end{aligned}$$

9. 다음 연립부등식의 해가 $a < x < b$ 일 때, $b - a$ 값은?

$$\begin{cases} 3(4x - 3) > 2(x + 3) \\ 5(x + 9) - 5 < 15(x - 4) \end{cases} \quad [\text{배점 3, 하상}]$$

- ① 2 ② 7 ③ 13 ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ $\frac{23}{2}$

해설

$$\begin{aligned} \text{i) } 3(4x - 3) &> 2(x + 3) \\ \Rightarrow 12x - 9 &> 2x + 6 \\ \Rightarrow x &> \frac{3}{2} \\ \text{ii) } 5(x + 9) - 5 &< 15(x - 4) \\ \Rightarrow x + 9 - 1 &> 3x - 12 \\ \Rightarrow x &< 10 \\ \therefore \frac{3}{2} &< x < 10 \\ a = \frac{3}{2}, b = 10 \text{ 이므로 } b - a &= 10 - \frac{3}{2} = \frac{17}{2} \end{aligned}$$

10. 어느 학교 학생들이 운동장에서 야영을 하기 위해 텐트를 설치하였다. 한 텐트에 3 명씩 자면 12 명이 남고, 5 명씩 자면 텐트가 10 개가 남는다고 할 때, 텐트의 수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 31 개

▷ 정답: 32 개

▷ 정답: 33 개

해설

$$\begin{aligned} \text{텐트 수를 } x \text{ 개, 학생 수를 } (3x + 12) \text{ 명이라 하면} \\ 5(x - 11) + 1 &\leq 3x + 12 \leq 5(x - 11) + 5 \\ 5(x - 11) + 1 &\leq 3x + 12 \text{에서} \\ 5x - 55 + 1 &\leq 3x + 12, \\ 2x &\leq 66 \\ \therefore x &\leq 33 \\ 3x + 12 &\leq 5(x - 11) + 5 \text{에서} \\ 3x + 12 &\leq 5x - 55 + 5, \\ 2x &\geq 62 \\ \therefore x &\geq 31 \\ \therefore 31 &\leq x \leq 33 \end{aligned}$$

11. 연립부등식 $-4(x + 3) \leq \frac{x - 6}{2} \leq -3x + 1$ 을 만족하는 정수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: -2

▷ 정답: -1

▷ 정답: 0

▷ 정답: 1

해설

$$-4(x+3) \leq \frac{x-6}{2} \leq -3x+1$$

$$\begin{cases} -4(x+3) \leq \frac{x-6}{2} \\ \frac{x-6}{2} \leq -3x+1 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} -8x-24 \leq x-6 \\ x-6 \leq -6x+2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -9x \leq 18 \\ 7x \leq 8 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x \geq -2 \\ x \leq \frac{8}{7} \end{cases}$$

$$\therefore -2 \leq x \leq \frac{8}{7}$$

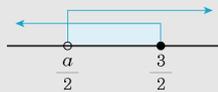
따라서 정수 x 는 $-2, -1, 0, 1$ 이다.

12. 연립부등식 $\begin{cases} x \leq \frac{3}{2} \\ 2x > a \end{cases}$ 을 만족하는 정수의 개수가 5개일 때, a 의 값의 범위는? [배점 3, 하상]

- ① $a > -6$ ② $-8 < a \leq -6$
- ③ $a < -8$ ④ $-8 \leq a < -6$
- ⑤ $-8 \leq a \leq -6$

해설

x 의 범위가 그림과 같을 때 5 개의 정수해를 갖는다.



$$-4 \leq \frac{a}{2} < -3 \text{ 양변에 } 2 \text{ 을 곱하면}$$

$$\therefore -8 \leq a < -6$$

13. 연립부등식 $\begin{cases} 4x-2 > 3x-5 \\ 1+2x \geq 3x+2 \end{cases}$ 를 동시에 만족시키는 x 의 값 중 정수의 개수는? [배점 3, 하상]

- ① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개
- ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$$\begin{cases} 4x-2 > 3x-5 \dots \text{①} \\ 1+2x \geq 3x+2 \dots \text{②} \end{cases}$$

①에서 $x > -3$ 이고 ②에서 $x \leq -1$ 이므로
 공통범위는 $-3 < x \leq -1$ 이고
 정수는 $-2, -1$ 의 2개이다.

14. 만식이네 학교에서 식권을 한번에 150장을 사면 할인하여 판매한다고 하여 친구들과 똑같이 돈을 모아 식권 150장을 샀다. 식권을 나누어 가지기 위해 6장씩 나누어 주었더니 식권이 남고, 10장씩 나누어 주었더니 식권이 부족했다. 같이 식권을 산 학생 수는 몇 명인가? [배점 3, 중하]

- ① 15명 ② 18명 ③ 30명
- ④ 43명 ⑤ 54명

해설

문제에서 전체 사람의 수를 x 명이라고 놓자.
모든 사람이 식권을 6장씩 가지고 있을 때 전체 식권 수는 $6x$ 장이고, 모든 사람이 10장씩 가지고 있을 때 전체 식권의 수는 $10x$ 장이다. 그러나 실제 식권의 수 150장은 모두 6장씩 가질 때보다 많고, 모두 10장씩 가질 때보다는 적으므로, 이를 식으로 나타내면 $6x < 150 < 10x$ 이다.

이를 연립부등식으로 나타내면
$$\begin{cases} 6x < 150 \\ 10x > 150 \end{cases} \text{ 이}$$

고, 간단히 하면,
$$\begin{cases} x < 25 \\ x > 15 \end{cases} \text{ 이다. 이를 다시 나타내면 } 15 < x < 25 \text{ 이다.}$$

따라서 식권을 산 학생의 수는 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24 명이 모두 가능하다.

15. 연립부등식 $3x - 2 \leq 5x + 8 \leq 4x + a$ 의 해가 $b \leq x \leq 9$ 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수)
[배점 4, 중중]

- ① 1 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 15

해설

(i) $3x - 2 \leq 5x + 8, x \geq -5$
(ii) $5x + 8 \leq 4x + a, x \leq a - 8$
 $-5 \leq x \leq a - 8$ 과 $b \leq x \leq 9$ 가 같으므로 $b = -5$
 $a - 8 = 9, a = 17$
 $\therefore a + b = 17 + (-5) = 12$

16. 두 집합 $A = \{x \mid 3(2x - 1) > 2(x + 6)\}$,
 $B = \{x \mid 2(x + 6) \leq 5(x + 1)\}$ 에 대하여 $A^C \cap B$ 는?
[배점 4, 중중]

- ① $A^C \cap B = \left\{x \mid \frac{7}{3} \leq x < \frac{15}{4}\right\}$
② $A^C \cap B = \left\{x \mid \frac{7}{3} \leq x < \frac{15}{4}\right\}$
③ $A^C \cap B = \{x \mid 2 \leq x < 5\}$
④ $A^C \cap B = \left\{x \mid \frac{7}{3} \leq x \leq \frac{15}{4}\right\}$
⑤ $A^C \cap B = \left\{x \mid \frac{7}{3} < x < 5\right\}$

해설

$A : 3(2x - 1) > 2(x + 6) \Rightarrow 6x - 3 > 2x + 12$
 $\Rightarrow 4x > 15 \Rightarrow x > \frac{15}{4}$
 $B : 2(x + 6) \leq 5(x + 1) \Rightarrow 2x + 12 \leq 5x + 5$
 $\Rightarrow x \geq \frac{7}{3}$
 $\therefore A^C \cap B = \left\{x \mid \frac{7}{3} \leq x \leq \frac{15}{4}\right\}$

17. 연립부등식 $3x - 2 \leq 5x + 8 \leq 4x + a$ 의 해가 $b \leq x \leq 9$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?
[배점 4, 중중]

- ① -6 ② -4 ③ 12 ④ 14 ⑤ 22

해설

$3x - 2 \leq 5x + 8, 3x - 5x \leq 8 + 2, -2x \leq 10$
 $\therefore x \geq -5 \dots \textcircled{\ominus}$
 $5x + 8 \leq 4x + a$
 $5x - 4x \leq a - 8 \therefore x \leq a - 8 \dots \textcircled{\ominus}$
그런데 해가 $b \leq x \leq 9$ 이므로 $\textcircled{\ominus}, \textcircled{\ominus}$ 에서
 $-5 \leq x \leq a - 8, b = -5, a - 8 = 9 \therefore a = 17$
 $\therefore a + b = 17 + (-5) = 12$