단원 종합 평가

1. 다음 중 다면체가 아닌 것을 모두 고르면?(정답 2개)
[배점 3, 중하]

① 사각뿔대 ② 원기둥 ③ 육각기둥
④ 정사면체 ⑤ 구

해설

다면체는 다각형인 면으로 둘러싸인 입체도형이다.
사각뿔대-다면체
원기둥-회전체
육각기둥-다면체
정사면체-다면체
구-회전체
따라서 다면체가 아닌 것은 ②, ⑤이다.

2. 다음 다면체 중 육면체인 것을 모두 골라라.

㉠ 사각뿔	㉡ 오각뿔
㉢ 삼각기둥	㉣ 사각기둥
㉤ 사각뿔대	㉥ 오각뿔대

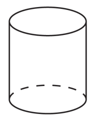
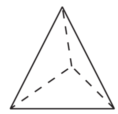
[배점 3, 중하]

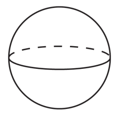
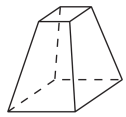
▶ 답:
▶ 답:
▶ 답:
▷ 정답: ㉡
▷ 정답: ㉣
▷ 정답: ㉤

해설

㉠, ㉢ 오면체
㉥ 칠면체

3. 다음 중 회전체가 아닌 것을 모두 고르면?
[배점 3, 중하]

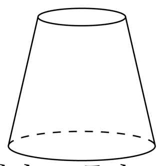
①

②

③

④

⑤


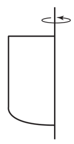
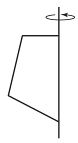
해설

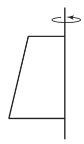
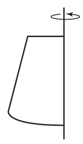
②, ⑤는 다면체이다.

4. 다음 회전체는 다음 중 어떤 도형을 회전시킬 때, 생기는 입체도형인가?

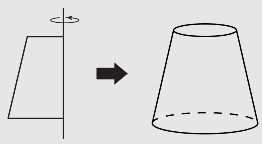


[배점 3, 중하]

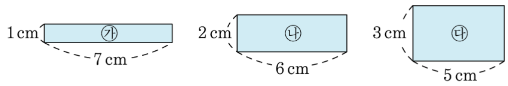
①

②

③

④

⑤


해설



5. 둘레의 길이가 16cm 로 같은 직사각형 ㉮, ㉯, ㉰ 가 있다. 이 직사각형의 짧은 변을 회전축으로 하여 회전시켜 원기둥을 만들려고 한다. 이 때 각 각의 부피를 구했을 때, 가장 부피가 크게 되는 경우를 말하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉰

해설

㉮ : $\pi \times 7^2 \times 1 = 49\pi(\text{cm}^3)$
㉯ : $\pi \times 6^2 \times 2 = 72\pi(\text{cm}^3)$
㉰ : $\pi \times 5^2 \times 3 = 75\pi(\text{cm}^3)$

6. 다음 중 다면체와 그 모서리의 개수가 잘못 짝지어진 것은? [배점 4, 중중]

① 오각뿔대 : 15 개
② 사각기둥 : 12 개
③ 삼각뿔 : 6 개
④ 육각기둥 : 18 개
⑤ 팔각뿔 : 20 개

해설

⑤ $2 \times 8 = 16$(개) 이다.

7. 다음 중 면의 모양이 같은 정다면체를 바르게 짝지은 것은? [배점 4, 중중]

① 정사면체, 직육면체
② 정육면체, 정팔면체
③ 정팔면체, 정십이면체
④ 정사면체, 정이십면체
⑤ 정십이면체, 정이십면체

해설

정사면체, 정팔면체, 정이십면체의 면의 모양은 정삼각형으로 같다.

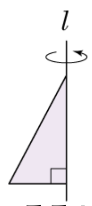
8. 구에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 4, 중중]

① 구의 전개도는 부채꼴과 원으로 이루어져 있다.
② 회전축에 평행한 평면으로 자른 단면은 타원이다.
③ 구의 회전축은 1 개이다.
④ 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면은 원이다.
⑤ 구면 위의 모든 점은 중심에서 같은 거리에 있다.

해설

① 구의 전개도는 그릴 수 없다.
② 회전축에 평행한 평면으로 자른 단면은 항상 타원이 되는 것은 아니다.
③ 구의 회전축은 무수히 많다.

9. 다음 그림과 같이 직각삼각형을 직선 l 을 축으로 회전시켜 생기는 회전체를 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면은 어떤 도형인가?



[배점 4, 중중]

① 원　② 직각삼각형
③ 사다리꼴　④ 이등변삼각형
⑤ 정이십면체

해설

직선 l 을 축으로 회전시켜 생기는 회전체는 원뿔이다.

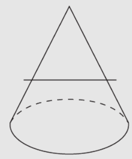
10. 다음 그림과 같이 평면도형을 직선 l 을 축으로 하여 1 회전시킬 때, 생기는 회전체를 회전축에 수직인 평면과 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때생기는 단면의 모양을 차례로 나열한 것은?

[배점 4, 중중]

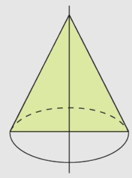
① 원, 직각삼각형　② 원, 등변사다리꼴
③ 원, 이등변삼각형　④ 원, 직사각형
⑤ 원, 사다리꼴

해설

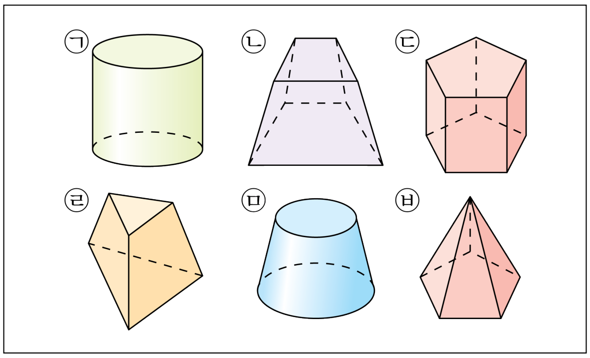
- 회전축에 수직인 평면으로 잘랐을 때 : 원



- 회전축을 포함하는 평면으로 잘랐을 때 : 이등변삼각형



11. 다음 입체도형 중 다면체로만 바르게 짝지어진 것은?



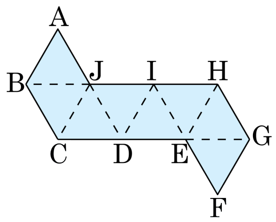
[배점 5, 중상]

① ㉠, ㉡, ㉢　② ㉡, ㉢, ㉣
③ ㉡, ㉢, ㉣, ㉤　④ ㉡, ㉢, ㉣, ㉥
⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

다면체는 다각형인 면으로만 둘러싸인 입체도형
㉠ 원기둥-회전체
㉡ 사각뿔대-다면체
㉢ 오각기둥-다면체
㉣ 삼각뿔대-다면체
㉤ 원뿔대-회전체
㉥ 오각뿔-다면체
∴ ㉡,㉢,㉣,㉥

12. 다음 그림은 정다면체의 전개도이다. 면 ABJ 와 평행인 한 면은?

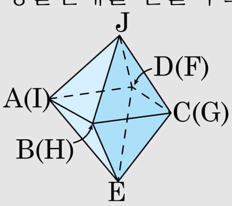


[배점 5, 중상]

① 면 EFG ② 면 HEG ③ 면 IEH
④ 면 IDE ⑤ 면 DJI

해설

정팔면체를 만들어 보면 다음과 같다.



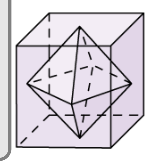
면 ABJ 와 평행한 면은 면 EFG 이다.

13. 정육면체의 각 면의 중심을 연결하면 어떤 다면체가 생기는가? [배점 5, 중상]

① 정사면체 ② 정사각뿔
③ 정팔면체 ④ 육각기둥
⑤ 정십이면체

해설

정육면체의 면은 6 개이므로 점이 6 개생기고 이들을 이으면 정삼각형 8 개로 둘러싸인 정팔면체가 된다.



14. 정다면체의 한 면의 모서리의 개수를 n , 한 꼭짓점에 모이는 면의 개수를 m , 모든 면의 개수를 f , 꼭짓점의 개수를 v 라 할 때, v 를 $n,\ m,\ f$ 를 사용한 식으로 나타내어라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $v = \dfrac{n \times f}{m}$

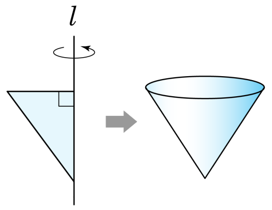
해설

한 면의 모서리의 개수가 n , 모든 면의 개수가 f 일 때, 꼭짓점의 총 개수는 $(n \times f)$ 이다.
그런데 정다면체에서 한 꼭짓점에 모이는 면의 개수가 m 이므로 m (개) 의 꼭짓점이 중복된다.
따라서 정다면체의 꼭짓점의 개수 $v = \dfrac{n \times f}{m}$

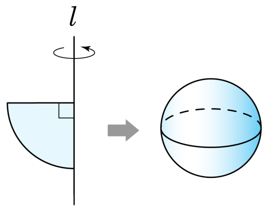
15. 다음 평면도형을 직선 l 을 회전축으로 하여 한 바퀴 회전시킬 때, 생기는 회전체의 모양이 잘못된 것을 골라라.

보기

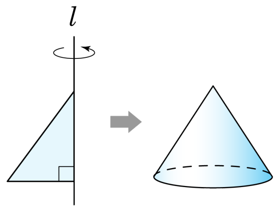
㉠



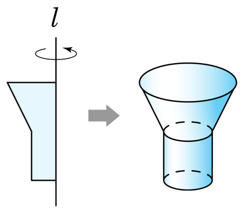
㉡



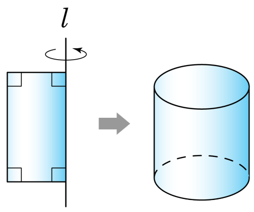
㉢



㉣



㉤

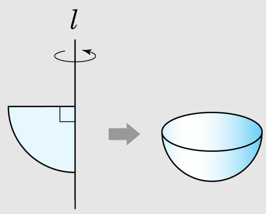


[배점 5, 중상]

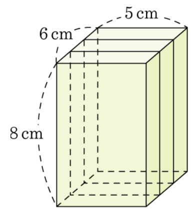
▶ 답:

▷ 정답: ㉡

해설



16. 다음 그림과 같은 직육면체를 3 등분 했을 때, 늘어나는 겉넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

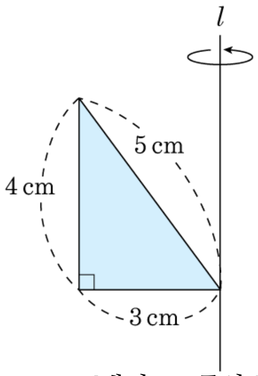
▷ 정답: $160\,\mathrm{cm}^2$

해설

직육면체를 3 등분하면 가로, 세로의 길이가 각각 5cm, 8cm 인 직사각형이 잘린 면 양쪽으로 4 개 늘어난다.

$\therefore$ (늘어나는 겉넓이) $= 4 \times (5 \times 8) = 160(\mathrm{cm}^2)$

17. 다음 직각삼각형을 직선 l 을 축으로 1 회전시켰을 때, 생기는 입체도형의 겉넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $48\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

$(\text{겉넓이}) = (\pi \times 3^2) + (2\pi \times 3 \times 4) + (\pi \times 3 \times 5) = 48\pi(\mathrm{cm}^2)$

18. 겉넓이가 $64\pi\mathrm{cm}^2$ 인 구의 부피는? [배점 5, 상하]

① $36\pi\mathrm{cm}^3$ ② $\dfrac{256}{3}\pi\mathrm{cm}^3$ ③ $\dfrac{32}{3}\pi\mathrm{cm}^3$
④ $72\pi\mathrm{cm}^3$ ⑤ $\dfrac{64}{3}\pi\mathrm{cm}^3$

해설

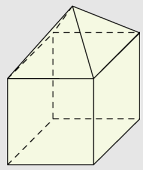
$4\pi r^2 = 64\pi$
$r = 4(\mathrm{cm})$
따라서 구의 부피는 $\dfrac{4}{3}\pi \times 4^3 = \dfrac{256}{3}\pi(\mathrm{cm}^3)$ 이다.

19. 한 변의 길이가 모두 같은 정사각형 5 개와 정삼각형 4 개를 이용하여 만든 구면체의 꼭짓점, 모서리, 면의 개수를 각각 v, e, f 라 할 때, $v + e + f$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 34

해설



위의 그림과 같은 입체도형이 만들어지므로 $v = 9$, $e = 16$, $f = 9$
$\therefore v + e + f = 34$

20. 정이십면체의 대각선의 개수를 구하여라.(단, 입체도형의 대각선은 두 꼭짓점을 잇는 선분 중에서 입체도형의 면 위에 있지 않은 선분이다.)

[배점 5, 상하]

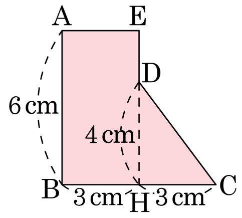
▶ 답 :

▷ 정답 : 36 개

해설

정이십면체의 꼭짓점의 개수는 12 개이다. 정이십면체의 한 꼭짓점에 모이는 면의 개수는 5 개이고 면의 모양은 정삼각형이므로, 한 꼭짓점에서 다른 꼭짓점으로 선분을 연결할 때 정이십면체의 면에 포함되는 경우는 5 개이고, 자기 자신에는 선분을 연결할 수 없으므로 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $12-(5+1) = 6$ (개)이다. 따라서 정이십면체의 대각선의 개수는 $\dfrac{12 \times 6}{2} = 36$ (개)이다.

21. 다음 그림과 같은 평면도형을 선분 AB 를 회전축으로 하여 1 회전 하였을 때 생기는 회전체의 부피를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $102\pi\ \mathrm{cm}^3$

해설

$\triangle$DHC 와 $\triangle$FGD 에서

$\overline{\mathrm{HC}} = \overline{\mathrm{GD}} = 3\mathrm{cm}$

$\angle\mathrm{DHC} = \angle\mathrm{FGD} = 90°$

$\angle\mathrm{DCH} = \angle\mathrm{FDG}$ (동위각) 이므로

$\triangle\mathrm{DHC} \equiv \triangle\mathrm{FCD}$ (ASA 합동)

$\therefore\ \overline{\mathrm{FG}} = \overline{\mathrm{DH}} = \overline{\mathrm{GB}} = 4\mathrm{cm}$

따라서 주어진 도형을 1 회전 하면 원기둥과 잘려진 원뿔대가 붙어있는 모양이다.

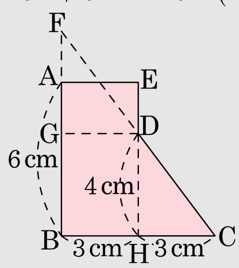
(원기둥의 부피) $= \pi \times 3^2 \times (6-4) = 18\pi$

(원뿔대의 부피) $= \dfrac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 8 - \dfrac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 4$

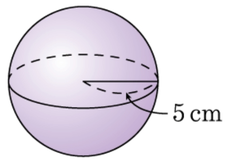
$= 84\pi$

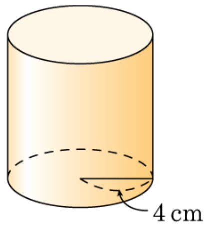
따라서 구하는 회전체의 부피는

$18\pi + 84\pi = 102\pi(\mathrm{cm}^3)$



22. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5 cm 인 구와 밑면의 반지름의 길이가 4 cm 인 원기둥이 있다. 두 입체도형의 겉넓이가 같을 때, 원기둥의 높이를 구하여라.





[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{17}{2}$ cm

해설

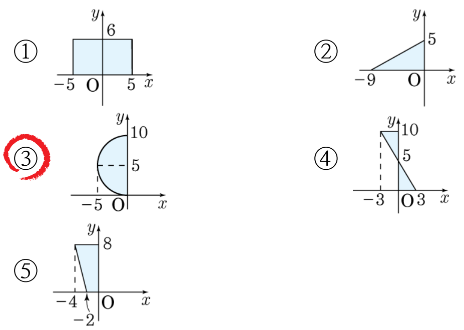
원기둥의 높이를 h 라고 하면

$4\pi \times 5^2 = 2 \times \pi \times 4^2 + 2\pi \times 4 \times h$

$\therefore\ h = \dfrac{17}{2}(\mathrm{cm})$

23. 다음 도형들을 y 축을 축으로 하여 1 회전 시켰을 때, 생기는 입체도형 중 부피가 가장 큰 것은?

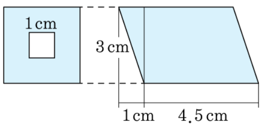
[배점 6, 상중]



해설

① (부피) $= \pi \times 5^2 \times 6 = 150\pi(\text{cm}^3)$
② (부피) $= \dfrac{1}{3} \times \pi \times 9^2 \times 5 = 135\pi(\text{cm}^3)$
③ (부피) $= \dfrac{4}{3}\pi \times 5^3 = \dfrac{500}{3}\pi(\text{cm}^3)$
④ (부피) $= 2 \times \left(\dfrac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 5\right) = 30\pi(\text{cm}^3)$
⑤ (부피) $= \left(\dfrac{1}{3}\pi \times 4^2 \times 16\right) - \left(\dfrac{1}{3}\pi \times 2^2 \times 8\right) = \dfrac{224}{3}\pi(\text{cm}^3)$

24. 다음 그림은 어떤 입체도형을 앞에서 본 모양과 옆에서 본 모양이다. 앞에서 본 모양은 큰 정사각형에 정사각형 모양의 구멍이 뚫린 모양이고, 옆에서 본 모양은 평행사변형일 때, 이 입체도형의 부피를 구하여라.



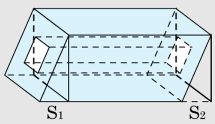
[배점 6, 상중]

▶ 답 :

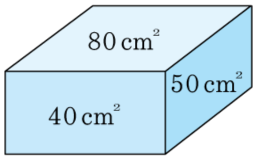
▷ 정답 : $36\,\text{cm}^3$

해설

주어진 입체도형의 겨냥도는 아래 그림과 같다.
이 도형의 S_1 부분은 S_2부분과 같으므로 큰 직육면체가 작은 직육면체에 관통당한 모양의 입체도형과 부피가 같다.
따라서 큰 직육면체의 부피는 $3 \times 3 \times 4.5 = \dfrac{81}{2}(\text{cm}^3)$, 작은 직육면체의 부피는 $1 \times 1 \times 4.5 = \dfrac{9}{2}(\text{cm}^3)$,
(주어진 입체도형의 부피) $= \dfrac{81}{2} - \dfrac{9}{2} = \dfrac{72}{2} = 36(\text{cm}^3)$이다.



25. 다음 그림과 같이 세 면의 넓이가 각각 $80\,\text{cm}^2$, $40\,\text{cm}^2$, $50\,\text{cm}^2$ 인 직육면체의 부피를 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $400\,\text{cm}^3$

해설

밑면의 가로의 길이를 a, 세로의 길이를 b, 높이를 c 라고 하면
$ab = 80 \cdots ①$, $bc = 50 \cdots ②$, $ca = 40 \cdots ③$
$① \times ② \times ③$ 을 하면 $(abc)^2 = 160000$, $abc = 400$ 이다.
$\therefore$ (부피) $= abc = 400(\text{cm}^3)$