

단원 종합 평가

1. 다음과 같은 방법으로 집합 $\{1, 2, 3\}$ 의 부분집합의 갯수를 구하여라.

집합 A 가 유한집합이면 A 의 부분집합의 갯수는 다음과 같이 구할 수 있다. 예를 들어 $A = \{a, b, c\}$ 이고, $B \subset A$ 이면 부분집합 B 에는 집합 A 의 원소 a 가 들어 있거나 들어 있지 않은 두 가지 경우가 있다. 같은 방법으로 집합 A 의 원소 b 가 들어 있거나 들어 있지 않은 두 가지 경우와 c 가 들어 있거나 들어 있지 않은 두 가지 경우가 있다.

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 8개

해설

- ① $\{1, 2, 3\}$ 의 부분집합을 원소의 갯수에 따라 구한다.

원소가 0개: $\emptyset$

원소가 1개: $\{1\}, \{2\}, \{3\}$

원소가 2개: $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$

원소가 3개: $\{1, 2, 3\}$

따라서 부분집합의 갯수는 8개이다.

- ② 원소의 갯수만큼 2를 곱한다.

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ (개)}$$

2. 어떤 두 자연수의 최소공배수가 34일 때, 두 자연수의 공배수 중 두 자리 수를 모두 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: 34

▶ 정답: 68

해설

최소공배수는 공배수 중에서 제일 작은 수를 말하므로 최소공배수 34의 배수를 구하면 된다.

두 자연수의 공배수는 34, 68, 102, ... 이고, 이 중에서 두 자리 공배수는 34, 68이다.

3. $1011_{(2)}$ 와 $11011_{(2)}$ 사이의 자연수는 모두 몇 개인지 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 15개

해설

$$1011_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 11$$

$$11011_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 27$$

11과 27사이의 자연수의 개수: 15개

4. 다음 밑줄 친 숫자 중 $11010_{(2)}$ 의 밑줄 친 1과 같은 값을 나타내는 것은? [배점 3, 하상]

① 1128

② 2180

③ 3061

④ 4010

⑤ 5160

해설

밑줄 친 1이 나타내는 수는 $1 \times 2^3 = 8$

5. 108, 135 의 최대공약수는? [배점 3, 하상]

- ① 2^2 ② 3^3 ③ 2^3
 ④ 3×5 ⑤ $2^2 \times 3^2$

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$, $135 = 3^3 \times 5$ 이므로 최대공약수는 3^3

6. $\{2, 3\} \subset X \subset \{0, 1, 2, 3\}$ 을 만족하는 집합 X 의 갯수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 4개

해설

집합 X 는 $\{0, 1, 2, 3\}$ 의 부분집합 중 원소 2, 3 을 반드시 포함하는 집합이다. 따라서 집합 X 의 갯수는 $2^{4-2} = 2^2 = 4$ (개) 이다.

7. 다음을 계산하여 십진법의 수로 나타내어라.

$$1100_{(2)} - 111_{(2)} \quad [\text{배점 3, 중하}]$$

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$\begin{array}{r} 2 \\ 0 2 \\ 1100_{(2)} \\ - 111_{(2)} \\ \hline 101_{(2)} \end{array}$$

$$101_{(2)} = 1 \times 2^2 + 1 \times 1 = 5$$

8. 어떤 수와 32의 최대공약수는 8이고, 최소공배수는 96이다. 어떤 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 24

해설

$$\begin{aligned} (\text{어떤 수}) \times 32 &= 8 \times 96 \\ (\text{어떤 수}) &= 24 \end{aligned}$$

9. 어떤 자연수 x 의 약수의 개수를 $R(x)$ 라 하고, $R(40) \times R(75) = a$ 라 할 때, $R(a)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$$40 = 2^3 \times 5 \text{ 이므로 } R(40) = (3+1) \times (1+1) = 8 \text{ 이다.}$$

$$75 = 3 \times 5^2 \text{ 이므로 } R(75) = (1+1) \times (2+1) = 6 \text{ 이다.}$$

$$\therefore 8 \times 6 = 48$$

$$\text{따라서 } 48 = 2^4 \times 3 \text{ 이므로 } R(48) = (4+1) \times (1+1) = 10 \text{ 이다.}$$

10. 바둑돌을 이용하여 $1010_{(2)}$ 을 ●○●○으로 나타내었다. 다음 계산 결과를 바둑돌을 이용하여 나타내어라.

$$1101_{(2)} + 11_{(2)} - 101_{(2)}$$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: ●○●●

해설

$$\begin{array}{r} 1101_{(2)} \\ + 101_{(2)} \\ \hline 10010_{(2)} \end{array} \quad \begin{array}{r} 10010_{(2)} \\ - 1111_{(2)} \\ \hline 11_{(2)} \end{array}$$

11. 집합 $A = \{2, 3, 5, 7\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, 소수는 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.) (정답 2 개) [배점 4, 중중]

- ① $4 \in A$
 ② $\emptyset \subset A$
 ③ $\{3, 7\} \in A$
 ④ $\{x \mid x \text{는 } 8 \text{ 이하의 } 2 \text{의 배수}\} \subset A$
 ⑤ $A \subset \{x \mid x \text{는 } 1 \text{ 이상 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$

해설

- ① $4 \notin A$
 ③ $\{3, 7\} \subset A$
 ⑤ $A \subset A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{ 이상 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$

12. $x \times x \times y \times z \times y \times y = x^a \times y^b \times z^c$ 을 만족하는 자연수 a, b, c 에 대하여 $a + b - c$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

(준식) $= x^2 \times y^3 \times z$ 이므로 $a = 2, b = 3, c = 1$ 이다.
 따라서 $a + b - c = 2 + 3 - 1 = 4$ 이다.

13. $3^3 = a, 11^b = 121$ 을 만족하는 자연수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 29 ② 30 ③ 32 ④ 34 ⑤ 46

해설

$3^3 = 27, 11^2 = 121$ 이므로 $a = 27, b = 2$ 이다.
 따라서 $a + b = 29$ 이다.

14. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

- ㉠ $X \subset A$ ㉡ $2 \in X$
 ㉢ $n(X) \leq 3$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 11 개

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$
 집합 X 는 2를 원소로 갖고 원소의 개수가 3 개 이하인 A 의 부분집합이므로
 $\{2\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{2, 8\}, \{2, 10\}, \{2, 4, 6\}, \{2, 4, 8\}, \{2, 4, 10\}, \{2, 6, 8\}, \{2, 6, 10\}, \{2, 8, 10\}$ 의 11 개이다.

15. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $B = \{1, 3, 4\}$, $A^C \cap B = \{4\}$ 일 때, 집합 A 가 될 수 있는 모든 집합의 개수는?

[배점 5, 중상]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$B = \{1, 3, 4\}$, $A^C \cap B = \{4\}$ 이므로 남은 원소는 2, 5 이므로 A 가 될 수 있는 모든 집합의 개수는 $2 \times 2 = 4(\text{개})$ 이다.