

단원 종합 평가

1. 두 집합 $A = \{1, 2, a\}$, $B = \{2, 3, a+1\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{2, 3\}$ 일 때, 집합 $A \cup B$ 의 원소의 합을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$A \cap B = \{2, 3\}$ 이므로 $A = \{1, 2, 3\}$ $\therefore a = 3$
 $B = \{2, 3, 4\}$
 $\therefore A \cup B = \{1, 2, 3, 4\}$ 이므로 원소의 합은 10이다.

2. 이진법으로 나타낸 수 중에서 가장 큰 네 자리 수를 x 라 할 때, $\frac{x}{3}$ 를 이진법으로 나타내어라. [배점 3, 하상]

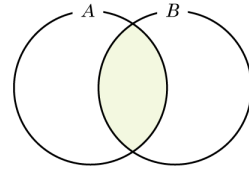
▶ 답 :

▷ 정답 : $101_{(2)}$

해설

$x = 1111_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 15$
 $\frac{15}{3} = 5 = 4 + 1 = 101_{(2)}$

3. 두 집합 $A = \{2, 4, 8, 9, 10, 12\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음의 벤 다이어그램에서 색칠한 부분의 집합의 원소의 합을 구하여라.



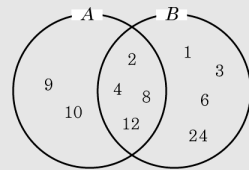
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면 $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$ 가 된다.
 벤 다이어그램을 이용하면 다음과 같다.



공통부분의 원소는 $\{2, 4, 8, 12\}$ 이다.
 따라서 색칠한 부분의 원소의 합은 $2 + 4 + 8 + 12 = 26$ 이다.

4. 두 자연수의 곱이 288 이고 최소공배수가 24 일 때, 이 두 자연수의 최대공약수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

(두 수의 곱) = (최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로
 $288 = (\text{최대공약수}) \times 24$
 최대공약수는 12 이다.

5. 다음과 같이 4개의 전구에 전기를 작동시켜 켜진 불빛으로 신호를 보내고자 한다. 몇 가지 종류의 신호를 보낼 수 있는가? (단, 불이 다 꺼진 불빛은 신호에서 제외한다.)



[배점 3, 중하]

- ① 15 가지 ② 14 가지 ③ 13 가지
④ 12 가지 ⑤ 10 가지

해설

각각의 전구가 나타낼 수 있는 신호는 2 가지씩이므로 $2 \times 2 \times 2 \times 2 - 1 = 15$ (가지)
(단, 다 꺼진 경우는 제외)

6. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

- ㉠ $\{0\} \subset \{0, 1\}$ ㉡ $\emptyset \in \{\emptyset\}$
㉢ $1 \in \{1, 2\}$ ㉣ $\emptyset \subset \{\emptyset, 0\}$
㉤ $\{a\} \subset \{a, b\}$

[배점 4, 중중]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤ 모두 옳다.

7. 다음 중 두 수 $2^2 \times 3^2 \times 5^2, 2^2 \times 3 \times 5$ 의 공약수가 아닌 것은? [배점 4, 중중]

- ① 2×3^2 ② 2×3 ③ $2 \times 3 \times 5$
④ 15 ⑤ 20

해설

공약수는 최대공약수의 약수이고 최대공약수가 $2^2 \times 3 \times 5$ 이므로
① 2×3^2 은 공약수가 아니다.

8. $10 \times x, 12 \times x$ 의 최소공배수가 360 이라고 할 때 x 의 값은 얼마인가? [배점 4, 중중]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$10 \times x, 12 \times x$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 \times x = 360$ 이다.
따라서 $x = 6$ 이다.

9. 다음 보기 중 3 의 배수가 아닌 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

$2^4 \times 3, 111_{(2)}, 1011_{(2)},$
 $10111_{(2)}, 100100_{(2)}, 282$

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3 개

해설

$$111_{(2)} = 1 \times 2^2 \times 1 \times 2 + 1 \times 1 = 7$$

$$1011_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 11$$

$$10111_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 23$$

$$100100_{(2)} = 1 \times 2^5 + 1 \times 2^2 = 36$$

따라서 3의 배수가 아닌 수는 $111_{(2)}$, $1011_{(2)}$, $10111_{(2)}$ 의 3개이다.

10. 300을 가능한 한 작은 자연수 a 로 나누어 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

어떤 자연수의 제곱이 되려면 소인수분해했을 때 모든 소인수의 지수가 짝수이어야 한다.

$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$ 이므로 a 는 3, 3×2^2 , 3×5^2 , $3 \times 2^2 \times 5^2$ 이 될 수 있고 가장 작은 a 는 3이다.

나눈 후에는 $300 \div 3 = 100 = 10^2$ 이 된다.

$$\therefore a = 3, b = 10$$

$$\therefore a + b = 13$$

11. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 일 때, 적어도 하나의 원소가 홀수인 집합 A 의 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 48개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 적어도 하나는 홀수인 부분집합의 개수는 모든 부분집합의 개수에서 짝수의 원소로만 이루어진 부분집합의 개수를 빼면 되므로 $2^6 - 2^{6-2} = 64 - 16 = 48$ (개)이다.

12. 100 이하의 자연수 중에서 약수의 개수가 홀수인 수는 몇 개인지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 10개

해설

약수의 개수가 홀수인 자연수는 제곱수이므로 $1^2, 2^2, \dots, 10^2$ 의 10개가 있다.

13. 7로 나누면 2가 남고 12로 나누면 3이 모자라는 수 중에서 가장 작은 세 자리 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 177

해설

7과 12의 공배수에 9를 더한 수는 7로 나누면 2가 남고, 12로 나누면 3이 모자란 수이다.

7과 12의 최소공배수: 84

$$84 \times 2 + 9 = 177$$

14. $n(A) = 3$ 인 집합 A 에 대하여 집합 $P = \{X | X \subset A\}$ 일 때, 집합 P 의 부분집합 중 공집합을 뺀 나머지의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 255 개

해설

집합 P 는 집합 A 의 모든 부분집합을 원소로 가지므로

$$n(P) = 2^3 = 8,$$

따라서 집합 P 의 부분집합 중 공집합을 뺀 나머지의 개수는 $2^3 - 1 = 7$ (개)

15. 세 집합 A, B, C 가 $n(A) = 7, n(B) = 5, n(C) = 4, n(A - B) = 5, n(B - C) = 4, n(C - A) = 4$ 일 때, $n(A \cup B \cup C)$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 5 \rightarrow n(A \cap B) = 2$$

,

$$n(B - C) = n(B) - n(B \cap C) = 4 \rightarrow n(B \cap C) = 1$$

,

$$n(C - A) = n(C) - n(C \cap A) = 4 \rightarrow n(C \cap A) = 0$$

,

$$n(C \cap A) = 0 \rightarrow n(A \cap B \cap C) = 0,$$

$$\therefore n(A \cup B \cup C)$$

$$= n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C)$$

$$- n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C)$$

$$= 7 + 5 + 4 - 2 - 1 - 0 + 0 = 13$$