

단원 종합 평가

1. 1g, 2g, 4g, 8g, 16g 짜리 저울추가 각각 한 개씩 있고, 이 추들을 사용하여 어떤 물건의 무게를 재었더니 23g 이었다. 이 때, 사용되지 않은 추는 몇 g 짜리인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 8g

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 23} \\ 2 \overline{) 11} \dots 1 \\ 2 \overline{) 15} \dots 1 \\ 2 \overline{) 2} \dots 1 \\ 2 \overline{) 21} \dots 0 \\ 20 \dots 1 \end{array}$$

$$\therefore 23 = 10111_{(2)}$$

$$23 = 10111_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1$$

따라서 사용되지 않은 추는 8g 짜리 추이다.

2. $2^3 \times \square$ 의 약수의 개수가 8 개일 때, 다음 중 $\square$ 안에 들어 갈 수 없는 수를 모두 고르면?

[배점 3, 중하]

- ① 3 ② 4 ③ 7 ④ 9 ⑤ 16

해설

② $2^3 \times 4 = 2^3 \times 2^2 = 2^5$ 이므로 약수의 개수는 $5 + 1 = 6$ (개)이다.

④ $2^3 \times 9 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 약수의 개수는 $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)이다.

3. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 1, n 을 원소로 갖지 않는 집합의 개수가 8 개 일 때, 자연수 n 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 5

해설

$$2^{(1, n \text{ 을 제외한 원소의 개수})} = 2^{n-2} = 8 = 2^3 \quad \therefore n = 5$$

4. $U = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{2, 5\}$, $B - A = \{1, 7\}$, $A^c \cap B^c = \{3, 6, 8, 9\}$ 에 대하여 집합 A 는? [배점 4, 중중]

- ① $\{2, 4\}$ ② $\{4, 5\}$
③ $\{2, 4, 5\}$ ④ $\{2, 4, 5, 6\}$
⑤ $\{2, 4, 5, 10\}$

해설

$$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}, A - B = \{2, 5\}, B - A = \{1, 7\}, A^c \cap B^c = \{3, 6, 8, 9\}$$

이므로 $A \cap B = \{4, 10\}$ 이다.

따라서 $A = (A - B) \cup (A \cap B) = \{2, 4, 5, 10\}$ 이다.

5. 세 자연수 6, 8, 12 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 5 가 되는 100 보다 작은 자연수는 모두 몇 개인가? [배점 4, 중중]

- ① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개
④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

구하는 자연수는 (6, 8, 12의 최소공배수)+5의 꼴이다.

6, 8, 12의 최소공배수가 24이므로

24의 배수는 24, 48, 72, 96, ...

따라서 조건을 만족하는 100보다 작은 자연수는 29, 53, 77의 3개이다.

6. 공집합이 아닌 두 집합 A, B 에 대하여 집합 A 의 부분집합의 개수가 집합 B 의 부분집합의 개수보다 16개 더 많을 때, $n(A) + n(B)$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 9

해설

부분집합의 개수는 (2의 거듭제곱)개이므로 2, 4, 8, 16, 32, 64, ...이다.

이 중에서 차가 16인 두 수는 16과 32이다.

$$\therefore 2^{n(A)} = 32 = 2^5, 2^{n(B)} = 16 = 2^4$$

$$(\because n(A) > n(B))$$

$$\therefore n(A) = 5, n(B) = 4$$

$$\therefore 5 + 4 = 9$$

7. 어떤 자연수로 38을 나누면 2가 남고, 27을 나누면 3이 남고, 125로 나누면 5가 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 12

해설

$38 - 2 = 36, 27 - 3 = 24, 125 - 5 = 120$ 에서 어떤 수는 36, 24, 120의 최대 공약수이다.

$$6) \begin{array}{r} 36 \\ 24 \\ 120 \end{array}$$

$$2) \begin{array}{r} 6 \\ 4 \\ 20 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 2 \\ 10 \end{array}$$

$$\text{최대공약수} : 6 \times 2 = 12$$

8. 두 수 A 와 B 의 최소공배수는 18이고, 두 수 C 와 D 의 최소공배수는 24이다. 네 수 A, B, C, D 의 공배수로 알맞은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

[배점 5, 중상]

① 18

② 36

③ 72

④ 90

⑤ 144

해설

A 와 B 의 최소공배수는 18이고, 두 수 C 와 D 의 최소공배수는 24이므로, 네 수 A, B, C, D 의 최소공배수는 72이다. 따라서 A, B, C, D 의 공배수는 72의 배수이다.

9. 9로 나누면 나머지가 8, 8로 나누면 나머지가 7, 7로 나누면 나머지가 6, 6으로 나누면 나머지가 5, 5로 나누면 나머지가 4인 자연수 중에서 최소의 자연수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2519

해설

조건을 만족하는 수는
(9, 8, 7, 6, 5의 공배수)-1의 꼴이고
9, 8, 7, 6, 5의 최소공배수는 2520이다.
따라서 최소의 자연수는 $2520 - 1 = 2519$ 이다.

10. $n(A) = 3$ 인 집합 A 에 대하여 집합 $P = \{X | X \subset A\}$ 일 때, 집합 P 의 부분집합 중 공집합을 뺀 나머지의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ **답:**

▷ **정답:** 255개

해설

집합 P 는 집합 A 의 모든 부분집합을 원소로 가지므로
 $n(P) = 2^3 = 8$,
따라서 집합 P 의 부분집합 중 공집합을 뺀 나머지의 개수는 $2^3 - 1 = 255$ (개)

11. 세 집합 $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{보다 작은 소수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } 7 \text{로 나누어 나머지가 } 6 \text{인수}\}$, $C = \{x | x \text{는 두 자리의 홀수}\}$ 가 자연수 전체의 집합 N 의 부분집합일 때,
 $(A \cup B \cup C) \cap (A \cup B \cup C^c) - (A^c \cap B)$ 를 원소나열법으로 나타내어라. [배점 5, 상하]

▶ **답:**

▷ **정답:** $\{2, 3, 5, 7\}$

해설

$A = \{2, 3, 5, 7\}$,
 $B = \{6, 13, 20, 27, 34, \dots\}$,
 $C = \{11, 13, 15, 17, \dots, 99\}$ 이므로,
 $B - A = B$
 $(A \cup B \cup C) \cap (A \cup B \cup C^c) - (A^c \cap B)$
 $= (A \cup B) \cup (C \cap C^c) - (B - A)$
 $= (A \cup B) - B$
 $= \{2, 3, 5, 7\}$

12. 1에서 200까지의 자연수 중에서 약수의 갯수가 3개인 수는 모두 몇 개인가? [배점 5, 상하]

① 6 ② 8 ③ 9 ④ 12 ⑤ 14

해설

약수가 3개인 수는 p 를 소수라 할 때 p^2 인 수,
 $13^2 = 169$, $17^2 = 289$ 이므로
 p 가 될 수 있는 수는 2, 3, 5, 7, 11, 13의 6개

13. 이진법으로 나타낸 여덟 자리의 수 $abcdefgh_{(2)}$ 를 팔진법으로 나타내면 몇 자리 수가 되는지 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ **답:**

▷ **정답:** 세 자리 수

해설

$abcdefgh_{(2)} = a \times 2^7 + b \times 2^6 + c \times 2^5 + d \times 2^4 + e \times 2^3 + f \times 2^2 + g \times 2 + h$ 이고,
 8 진법의 수는 각 자리 수, 1 의 자리, 8^1 의 자리,
 8^2 의 자리, ... 으로 이루어져 있다.
 $8^3 = 2^9$, $8^2 = 2^6$, $8^1 = 2^3$ 이므로,
 a, b 는 8^2 의 자리이고, c, d, e 는 8^1 의 자리이고,
 f, g, h 는 1 의 자리이다.
 따라서 $abcdefgh_{(2)}$ 를 팔진법으로 나타내면 세
 자리 수가 된다.

14. $n(U) = 50$ 인 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 가
 다음과 같은 조건을 만족할 때,
 $n((A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (C \cap A))$ 의 값을 구하여라.

- $n(A) = 38$, $n(B) = 31$, $n(C) = 27$
- $n(A \cap B \cap C) = 9$, $n((A \cup B \cup C)^c) = 0$

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

$n(U) = 50$, $n((A \cup B \cup C)^c) = 0 \rightarrow n(A \cup B \cup C) = 50$,
 $n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) = 50$ 이므로,
 $38 + 31 + 27 - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + 9 = 50$,
 $\rightarrow n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) = 55$
 $\therefore n((A \cap B) \cup (B \cap C) \cup (C \cap A)) = n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) - 2 \times n(A \cap B \cap C) = 55 - 18 = 37$

15. $\frac{x-9}{2} = \frac{y}{3}$ 를 만족하는 두 자연수 x, y 의
 최소공배수가 45 일 때, x, y 의 최대공약수를
 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\frac{x-9}{2} = \frac{y}{3} \rightarrow 3 \times (x-9) = 2 \times y$,
 x, y 의 최소공배수가 $45 = 3^2 \times 5$,
 위 두 조건을 만족시키는 x, y 의 값은 $x = 15$,
 $y = 9$ 이다.
 $\therefore (x, y \text{ 의 최대공약수}) = 3$