

실력 확인 문제

1. 두 집합 $A = \{1, 4, 8\}, B = \{8, 1, x\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, x 의 값은? [배점 2, 하하]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$A = B$ 이면 집합 A, B 의 모든 원소가 같아야 한다. 따라서 $x = 4$ 이다.

2. 집합 $A = \{m, a, t, h\}$ 에 대하여 부분집합 중 모음을 원소로 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 2, 하하]

▶ 답:

▶ 정답: 8개

해설

집합 A 에서 모음은 a 이므로 집합 A 의 부분집합 중 a 를 포함하지 않는 부분집합을 구하면 $\emptyset, \{m\}, \{t\}, \{h\}, \{m, t\}, \{m, h\}, \{t, h\}, \{m, t, h\}$ 이고 총 8개이다.

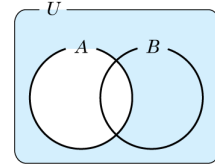
3. 두 집합 $A = \{\text{알}, \text{프}, \text{스}, \text{소}, \text{녀}, \text{하}, \text{이}, \text{디}\}, B = \{\text{아}, \text{라}, \text{비}, \text{안}, \text{나}, \text{이}, \text{트}\}$ 에 대하여 A 와 B 의 교집합은? [배점 2, 하하]

① {프} ② {이} ③ {아, 이}
④ {알, 나} ⑤ {안, 이}

해설

$A \cap B = \{\text{이}\}$

4. 전체집합 $U = \{10, 20, 30, 40, 50, 60\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{10, 20, 30\}, B = \{20, 30, 50\}$ 일 때, 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 집합과 원소나열법으로 옳게 나타낸 것은?

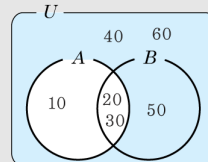


[배점 2, 하중]

- ① $A^c = \{20, 30\}$
② $A^c = \{40, 50, 60\}$
③ $B^c = \{40, 60\}$
④ $B^c = \{10, 40, 60\}$
⑤ $(A \cap B)^c = \{10, 40, 60\}$

해설

색칠한 부분이 나타내는 집합은 A^c 이므로 $A^c = \{40, 50, 60\}$



5. 두 집합 $\{5, 6, 8\}, \{8, a+2, 5\}$ 가 서로 같을 때, a 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

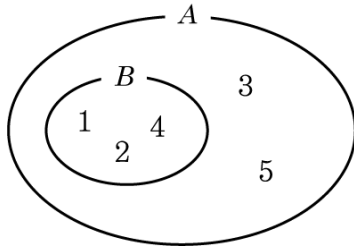
▶ 답:

▶ 정답: 4

해설

두 집합이 서로 같으려면 $a+2 = 6$ 이어야 하므로 $a = 4$

6. 두 집합 A, B 가 다음 벤 다이어그램과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.



- ㉠ $B \not\subset A$
 ㉡ $\{1, 2\} \subset B$
 ㉢ $\{\emptyset\} \subset A$
 ㉣ $\{x | x \text{는 } 4 \text{의 약수}\} = B$
 ㉤ $3 \in A$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

집합 A, B 를 각각 원소나열법으로 나타내면
 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 4\}$ 이다.
 $B \subset A$ 이고, $\{1, 2\} \subset B$ 이며
 $\{1, 2, 4\} = \{x | x \text{는 } 4 \text{의 약수}\} = B$ 이다.
 $\{\emptyset\}$ 이 아닌 $\emptyset$ 이 A 의 부분집합이다.

7. 다음 중에서 옳은 것을 모두 골라라.

- ㉠ $n(\{a, b, c\}) - n(\{a, c\}) = \{b\}$
 ㉡ $n(\{x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}) - n(\{x \text{는 } 25 \text{의 약수}\}) = 0$
 ㉢ $n(\emptyset) + n(\{1, 2\}) = 2$
 ㉣ $n(\{2\}) - n(\emptyset) = 2$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

$$\text{㉠ } n(\{a, b, c\}) - n(\{a, c\}) = 3 - 2 = 1$$

$$\text{㉡ } \{x | x \text{는 } 9 \text{의 약수}\} = \{1, 3, 9\}, \{x | x \text{는 } 25 \text{의 약수}\} = \{1, 5, 25\} \text{ 이므로}$$

$$n(\{x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}) - n(\{x \text{는 } 25 \text{의 약수}\}) = 3 - 3 = 0$$

$$\text{㉢ } n(\emptyset) + n(\{1, 2\}) = 0 + 2 = 2$$

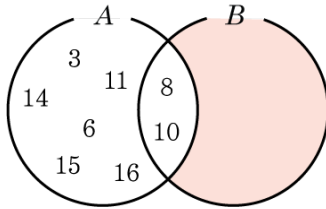
$$\text{㉣ } n(\{2\}) - n(\emptyset) = 1 - 0 = 1$$

8. 다음 벤 다이어그램에서

$$A = \{3, 6, 8, 10, 11, 14, 15, 16\},$$

$$A \cup B = \{2, 3, 6, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 18, 19\} \text{ 일 때}$$

색칠된 부분의 원소의 합을 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 61

해설

색칠한 부분의 원소는 집합 $A \cup B$ 에서 A 의 원소를 뺀 것이다.

$A \cup B = \{2, 3, 6, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 18, 19\}$
이므로 벤 다이어그램에 표시되어 있지 않은 원소를 말한다.

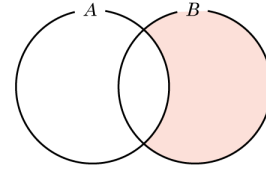
그러므로 색칠한 부분의 원소는 2, 9, 13, 18, 19 이다.

원소의 합은 $2 + 9 + 13 + 18 + 19 = 61$ 이다.

9. 다음 벤 다이어그램이 보기의 조건을 만족할 때, 색칠한 부분의 원소의 개수는?

보기

$$n(A) = 30, n(B) = 18, n(A \cap B) = 6$$



[배점 3, 하상]

- ① 10 개 ② 12 개 ③ 14 개
④ 16 개 ⑤ 18 개

해설

색칠한 부분은 $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 18 - 6 = 12$ 이다.

10. 지현이네 반 35 명의 학생 중에서 수학을 좋아하는 학생은 18 명, 영어를 좋아하지 않는 학생은 15 명, 수학만 좋아하는 학생은 10 명일 때, 영어만 좋아하는 학생은 몇 명인가? [배점 3, 하상]

- ① 7 명 ② 8 명 ③ 10 명
④ 12 명 ⑤ 14 명

해설

전체 학생의 집합을 U , 수학을 좋아하는 학생을 A , 영어를 좋아하는 학생을 B 라 하자.

$$n(U) = 35, n(A) = 18, n(B^c) = 15, n(A - B) = 10 \text{ 이므로}$$

$$n(B) = n(U) - n(B^c) = 35 - 15 = 20 \text{ 이고}$$

$$n(A \cap B) = n(A) - n(A - B) = 18 - 10 = 8 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 20 - 8 = 12 \text{ 이다.}$$

11. 두 집합 $A = \{3, 4, a + 1\}, B = \{5, a + 2, 2 \times a, 9\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{5\}$ 일 때, $(A - B) \cup (B - A)$ 는?

[배점 3, 하상]

- ① $\{3, 4, 6\}$ ② $\{3, 4, 6, 8\}$
 ③ $\{3, 4, 7, 8\}$ ④ $\{3, 4, 6, 8, 9\}$
 ⑤ $\{3, 4, 7, 8, 9\}$

해설

$$(A \cap B) = \{5\} \text{ 이므로 } a + 1 = 5, a = 4 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } A = \{3, 4, 5\}, B = \{5, 6, 8, 9\} \text{ 이므로}$$

$$(A - B) \cup (B - A) = \{3, 4\} \cup \{6, 8, 9\} = \{3, 4, 6, 8, 9\} \text{ 이다.}$$

12. $A = \{1, 2, a + 1\}, B = \{a - 1, 5\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{5\}$ 일 때, $A - B$ 는? [배점 3, 하상]

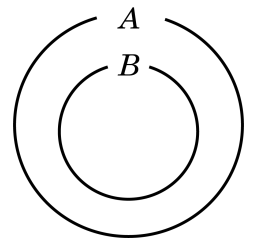
- ① $\emptyset$ ② $\{1, 2\}$ ③ $\{1, 3\}$
 ④ $\{3, 5\}$ ⑤ $\{5\}$

해설

$$A \cap B = \{5\} \text{ 이므로 } a + 1 = 5, a = 4 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } A = \{1, 2, 5\}, B = \{3, 5\} \text{ 이므로 } A - B = \{1, 2\} \text{ 이다.}$$

13. 다음 벤 다이어그램에서 집합 $A = \{x | x \text{는 } 28 \text{ 미만의 } 7 \text{의 배수}\}$ 일 때, 집합 B 가 될 수 있는 것을 모두 고르면?



[배점 3, 하상]

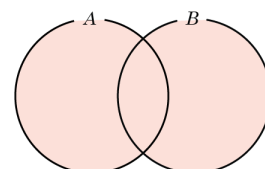
- ① $\{\emptyset\}$ ② $\{7, 14\}$
 ③ $\{1, 14, 21\}$ ④ $\{7, 14, 21\}$
 ⑤ $\{7, 14, 21, 28\}$

해설

$$A = \{7, 14, 21\} \text{ 이고 } B \subset A \text{ 이어야 한다.}$$

$$\text{① } \emptyset \notin A \text{ 이므로 } \{\emptyset\} \not\subset A$$

14. 다음 벤 다이어그램에서 $n(B) = 20, n(A - B) = 15$ 일 때, 색칠한 부분의 원소의 갯수를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 35 개

해설

색칠한 부분이 나타내는 집합은 $A \cup B$ 이다.

$A \cup B = (A - B) \cup B$ 이므로

$$\begin{aligned}
 n(A \cup B) &= n((A - B) \cup B) \\
 &= n(A - B) + n(B) \\
 &= 15 + 20 \\
 &= 35
 \end{aligned}$$

(개)이다.

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면

$A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ 이다.

부분집합 중 원소 1, 5는 반드시 포함하고 10은 포함하지 않는 부분집합을 구하면

$\{1, 5\}, \{1, 2, 5\}, \{1, 4, 5\}, \{1, 5, 20\}, \{1, 2, 4, 5\}, \{1, 2, 5, 20\}, \{1, 4, 5, 20\}, \{1, 2, 4, 5, 20\}$ 이므로 8개이다.

15. 다음 집합 중에서 조건제시법을 원소나열법으로, 원소나열법을 조건제시법으로 바르게 나타낸 것은?
(정답 2 개) [배점 3, 중하]

- ① $A = \{x \mid x \text{는 홀수}\} = \{1, 3, 6, \dots\}$
- ② $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 4, 8, \dots\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 30 \text{보다 작은 소수}\} = \{2, 3, 5, 7, \dots, 23, 29\}$
- ④ $\{3, 6, 9, 12\} = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$
- ⑤ $\{1, 3, 5, 7, \dots, 99\} = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이하의 홀수}\}$

해설

- ① $\{1, 3, 5, \dots\}$
- ② $\{1, 2, 5, 10\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$

16. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 5는 반드시 포함하고 10은 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 8 개

17. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 자연수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{보다 작은 홀수}\}$ 에 대하여 $(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 8 개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{1, 3, 5, 7\}$

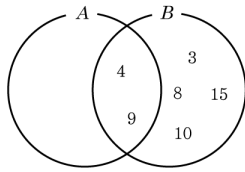
$A \cap B = \{1, 3, 5\}$

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$

$(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$ 이므로 집합 X 는 $\{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 3, 5를 반드시 포함하는 집합이다. 이를 만족하는 집합 X 의 개수는

$\{1, 3, 5\}, \{1, 2, 3, 5\}, \{1, 3, 4, 5\}, \{1, 3, 5, 7\}, \{1, 2, 3, 4, 5\}, \{1, 2, 3, 5, 7\}, \{1, 3, 4, 5, 7\}, \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$ 의 8 개이다.

18. 다음의 벤 다이어그램에서 $B = \{3, 4, 8, 9, 10, 15\}$, $A \cap B = \{4, 9\}$ 일 때, 집합 A 가 될 수 있는 것은?



[배점 4, 중중]

- ① $\{1, 5, 6, 8, 9, 10\}$ ② $\{7, 8, 9, 15, 18\}$
 ③ $\{2, 4, 5, 9, 11, 14\}$ ④ $\{2, 3, 8, 9, 14, 16\}$
 ⑤ $\{1, 2, 3, 8, 9, 15\}$

해설

집합 A 는 반드시 $A \cap B = \{4, 9\}$ 을 포함하여야 하며 A 집합에만 존재하는 원소 3, 8, 10, 15 은 들어갈 수 없다.

- ① 8, 10 이 포함되어서 옳지 않다.
 ② 15 가 포함되어서 옳지 않다.
 ④ 3, 8 이 포함되어서 옳지 않다.
 ⑤ 3, 8, 15 가 포함되어서 옳지 않다.

19. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 13 \text{보다 크고 } 27 \text{보다 작은 자연수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소 14, 22 는 반드시 포함하고, 홀수는 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 32 개

해설

$A = \{14, 15, 16, \dots, 26\}$ 의 부분집합 중 원소 14, 22는 반드시 포함하고, 홀수 15, 17, 19, 21, 23, 25 는 포함하지 않는 부분집합의 개수는 $2^{13-2-6} = 2^5 = 32$ (개)

20. 두 집합 $A = \{3, 5, a+4, 9\}$, $B = \{1, 3, 6, b+1\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{3, 7\}$ 일 때, $A \cup B$ 의 모든 원소의 합을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 31

해설

$A \cap B = \{3, 7\}$ 이므로 $7 \in A$ 이다. $a+4 = 7$ 이어야 한다.

그러므로 $a = 3$ 이다.

$7 \in B$ 이므로 $b+1 = 7$ 이어야 한다. 그러므로 $b = 6$ 이다.

$A \cup B = \{1, 3, 5, 6, 7, 9\}$ 이므로 모든 원소의 합은 $1+3+5+6+7+9 = 31$ 이 된다.