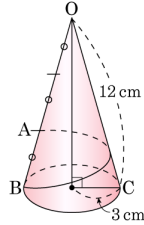


단원 형성 평가

1. 다음 그림은 모선의 길이가 12 cm 이고, 반지름의 길이가 3 cm 인 원뿔이다. 점 B 에서부터 출발하여 모선 OC 를 거쳐 모선 OB 의 $\frac{1}{3}$ 지점인 A 까지 가는 최단거리를 구하여라.

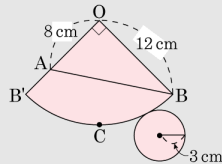


[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $4\sqrt{13}$ cm

해설



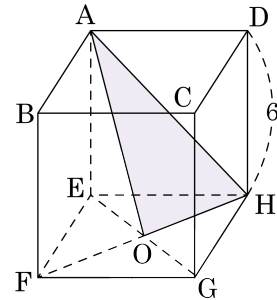
최단거리는 $\overline{AB}$ 의 길이와 같다.

$$\widehat{BB'} = 2\pi \times 3 = 6\pi \text{ (cm)}$$

$$\angle B'OB = \frac{6\pi}{24\pi} \times 360^\circ = 90^\circ$$

$$\therefore \overline{AB} = \sqrt{12^2 + 8^2} = \sqrt{208} = 4\sqrt{13} \text{ (cm)}$$

2. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6 인 정육면체에서 밑면의 두 대각선의 교점을 점 O 라 할 때, $\triangle AOH$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $9\sqrt{3}$

해설

$$\overline{OH} = 3\sqrt{2}, \overline{AH} = 6\sqrt{2}$$

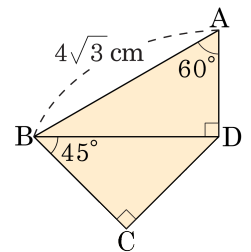
$$\overline{AO} = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 + 6^2} = \sqrt{18 + 36} = \sqrt{54} = 3\sqrt{6}$$

$$\overline{AH}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{AO}^2, \text{ 즉}$$

$(6\sqrt{2})^2 = (3\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{6})^2$ 이므로 $\triangle AOH$ 는 직각삼각형이다.

$$\therefore \triangle AOH = 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{6} \times \frac{1}{2} = \frac{18\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$$

3. 다음 그림과 같이 직각삼각형 2 개를 붙여 놓았을 때, $\overline{CD}$ 의 길이는?



[배점 4, 중중]

① $4\sqrt{2}$ cm

② $3\sqrt{2}$ cm

③ $2\sqrt{2}$ cm

④ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ cm

⑤ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ cm

해설

$$\triangle ABD \text{ 에서 } \overline{AB} : \overline{BD} = 4\sqrt{3} : \overline{BD} = 2 : \sqrt{3}$$

$$\therefore \overline{BD} = 6(\text{cm})$$

$$\triangle BCD \text{ 에서 } \overline{CD} : \overline{BD} = 1 : \sqrt{2} = \overline{CD} : 6$$

$$\therefore \overline{CD} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}(\text{cm})$$

4. 좌표평면 위의 두 점 $(-2, 1)$, $(3, a)$ 사이의 거리가 $\sqrt{34}$ 일 때, a 의 값은? (단, $a > 0$)

[배점 4, 중중]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

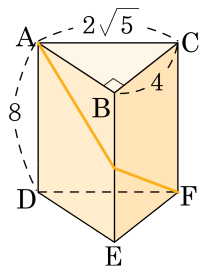
해설

$$\text{두 점 사이의 거리는 } \sqrt{(3+2)^2 + (a-1)^2} = \sqrt{34}$$

$$a^2 - 2a - 8 = 0, (a-4)(a+2) = 0$$

$$\therefore a = 4$$

5. 다음 그림과 같은 삼각기둥의 한 꼭짓점 A 에서 $\overline{BE}$ 를 지나 꼭짓점 F 에 이르는 최단거리를 구하면?



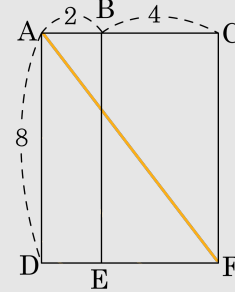
[배점 4, 중중]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$$\overline{AC} = 2\sqrt{5}, \overline{BC} = 4 \text{ 이므로 } \overline{AB} = \sqrt{(2\sqrt{5})^2 - 4^2} = \sqrt{20 - 16} = \sqrt{4} = 2$$

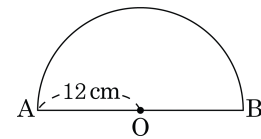
전개도를 그려 보면



점 A 에서 $\overline{BE}$ 를 지나 F 에 이르는 최단 거리는

$$\overline{AF} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10$$

6. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 12cm 인 반원으로 원뿔의 옆면을 만들 때, 이 원뿔의 높이를 구하여라.

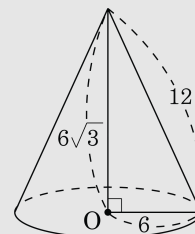


[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : $6\sqrt{3}$ cm

해설



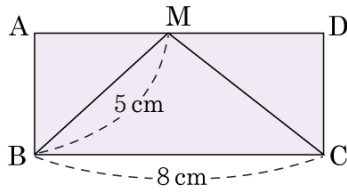
$$(\text{밑면의둘레}) = 12 \times 2 \times \pi \times \frac{1}{2} = 12\pi$$

밑면의 반지름의 길이를 r 라 하면

$$2\pi r = 12\pi, r = 6(\text{cm})$$

$$(\text{높이}) = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$$

7. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 점 M 은 선분 AD 의 중점이고, $\overline{BM} = 5\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

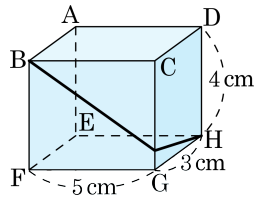
▶ 답 :

▶ 정답 : 24cm^2

해설

$\overline{AM} = 4(\text{cm})$, $\triangle ABM$ 에서 $5^2 = 4^2 + \overline{AB}^2$ 이므로 $\overline{AB} = 3(\text{cm})$
 $\therefore \square ABCD = 8 \times 3 = 24(\text{cm}^2)$

8. 다음 그림과 같이 세 모서리의 길이가 각각 3 cm, 4 cm, 5 cm 인 직육면체에서 꼭짓점 B 에서 시작하여 $\overline{CG}$ 위의 점을 지나 꼭짓점 H 에 이르는 최단거리를 구하여라.



[배점 5, 중상]

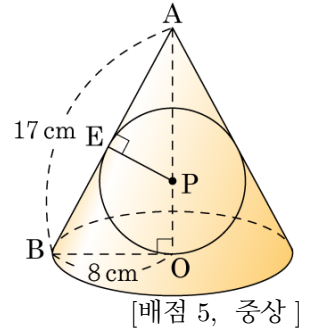
▶ 답 :

▶ 정답 : $4\sqrt{5}\text{cm}$

해설

$$\begin{aligned} (\text{최단거리}) &= \overline{BH} = \sqrt{\overline{BF}^2 + (\overline{FG} + \overline{GH})^2} \\ &= \sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5} \end{aligned}$$

9. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 8cm, 모선의 길이가 17cm 인 원뿔에 내접하는 구가 있다. 이 구의 반지름의 길이를 구하여라.



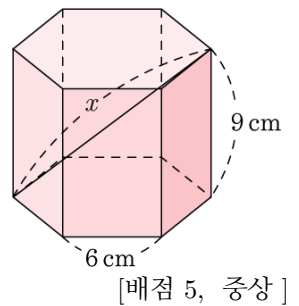
▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{24}{5}\text{cm}$

해설

$$\begin{aligned} \overline{AO} &= \sqrt{17^2 - 8^2} = \sqrt{225} = 15 \\ \overline{PO} &= x \text{ 라고 하면 } \overline{AP} = 15 - x \\ \triangle AEP \sim \triangle AOB \text{ 에서 } 15 - x : 17 &= x : 8 \\ 17x &= 8(15 - x), 17x = 120 - 8x, 25x = 120, \\ \therefore x &= \frac{120}{25} = \frac{24}{5}(\text{cm}) \end{aligned}$$

10. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 6cm 인 정육각형이고, 높이가 9cm 인 정육각기둥에서 x의 길이를 구하여라.

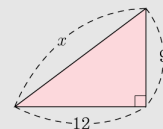


▶ 답 :

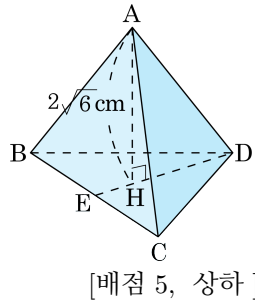
▶ 정답 : 15 cm

해설

$$x = \sqrt{9^2 + 12^2} = \sqrt{81 + 144} = \sqrt{225} = 15(\text{cm})$$



11. 다음 그림과 같은 정사면체 $A-BCD$ 에서 $\overline{AH} = 2\sqrt{6}\text{cm}$ 일 때, 이 정사면체의 겉넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $36\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설

정사면체의 한 모서리의 길이를 x 라 하면 점 H 는 $\triangle BCD$ 의 무게중심이므로

$$\overline{DH} = \frac{\sqrt{3}}{2}x \times \frac{2}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}x \quad \left(\because \overline{DE} = \frac{\sqrt{3}}{2}x \right)$$

$\triangle ADH$ 에서 $\overline{AH}^2 = \overline{AD}^2 - \overline{DH}^2$ 이므로

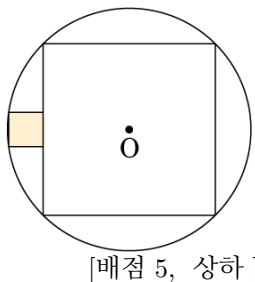
$$(2\sqrt{6})^2 = x^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}x \right)^2$$

$$24 = \frac{2}{3}x^2, x^2 = 36$$

$$\therefore x = 6 \text{ (cm)} \quad (\because x > 0)$$

$$\begin{aligned} (\text{겉넓이}) &= 4\triangle ABC = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 \\ &= 36\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

12. 다음 그림과 같이 두 정사각형의 한 변이 붙어 있으면서 원 O 에 내접하고 있다. 큰 정사각형의 한 변의 길이가 10 일 때, 작은 정사각형의 넓이를 구하여라.

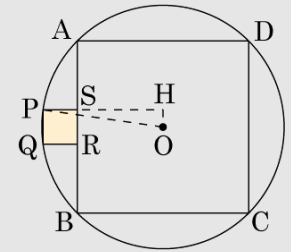


▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

다음 그림과 같이 원의 중심 O 에서 $\overline{PS}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 H 라 하면



$$\overline{AC} = 10\sqrt{2}$$

작은 정사각형의 한 변의

$$\therefore \overline{OA} = \frac{1}{2}\overline{AC} = 5\sqrt{2}$$

길이를 x 라 하면

$$\overline{OH} = \frac{x}{2}, \overline{PH} = x + 5 \text{ 이므로}$$

$\triangle POH$ 에서

$$(x+5)^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = (5\sqrt{2})^2 \text{ 따라서 작은 정사각}$$

$$x^2 + 10x + 25 + \frac{x^2}{4} = 50$$

$$x^2 + 8x - 20 = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ (} x > 0 \text{)}$$

형의 넓이는 4 이다.

13. 넓이가 $9\sqrt{3}$ 인 정육각형의 둘레의 길이를 구하여라.
[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $6\sqrt{6}$

해설

정육각형은 대각선에 의해 정삼각형 6 개로 나누어지므로 한 변의 길이가 a 인 정육각형의 넓이 S 는

$$S = \left(\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \right) \times 6 = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$$

$$\text{즉, } \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2 = 9\sqrt{3} \text{ 이므로 } a = \sqrt{6} \text{ 이다.}$$

따라서 정육각형의 둘레의 길이는 $6 \times \sqrt{6} = 6\sqrt{6}$ 이다.

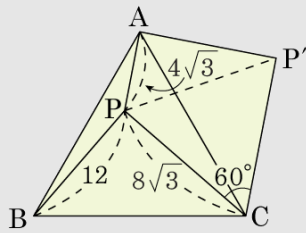
14. 정삼각형 ABC 의 내부에 있는 한 점 P 에서 꼭짓점 A, B, C 에 이르는 거리가 각각 $4\sqrt{3}$, 12, $8\sqrt{3}$ 일 때, 정삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $84\sqrt{3}$

해설



다음 그림과 같이 $\triangle PBC$ 를 점 C 를 중심으로 점 B 가 점 A 에 오도록 회전하고 보조선 $\overline{PP'}$ 를 그으면

$\overline{PC} = \overline{P'C} = 8\sqrt{3}$ 이고, $\angle PCP' = 60^\circ$ 이므로 $\triangle PP'C$ 는 정삼각형이다.

$$\therefore \overline{PP'} = 8\sqrt{3}$$

이때, $\triangle PAP'$ 의 세 변의 길이의 비가 $4\sqrt{3} : 12 : 8\sqrt{3} = 1 : \sqrt{3} : 2$ 이므로

$\triangle PAP'$ 는 세 내각의 크기가 30° , 60° , 90° 인 직각삼각형이다.

따라서 $\triangle ACP'$ 에서 $\angle AP'C = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ$ 이므로

$$\overline{AC} = \sqrt{12^2 + (8\sqrt{3})^2} = 4\sqrt{21}$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (4\sqrt{21})^2 = 84\sqrt{3}$$