

실력 확인 문제

1. 다음 중 약수의 개수가 가장 적은 것은?
[배점 2, 하중]

- ① 2^{10} ② 2×3 ③ $2^2 \times 3^3$
④ 3×5^2 ⑤ 13^{11}

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

- ① $10 + 1 = 11$ (개)
② $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$ (개)
③ $(2 + 1) \times (3 + 1) = 12$ (개)
④ $(1 + 1) \times (2 + 1) = 6$ (개)
⑤ $11 + 1 = 12$ (개)

2. $7 \times 10^5 + 2 \times 10^2 + 9 \times 10$ 을 십진법으로 나타내면?
[배점 2, 하중]

- ① 729 ② 70209
③ 700290 ④ 702090
⑤ 70000020090

해설

$$7 \times 10^5 + 2 \times 10^2 + 9 \times 10 = 700290$$

3. 다음 중 45028 을 십진법의 전개식으로 옳게 나타낸 것은?
[배점 2, 하중]

- ① $4 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 2 \times 10 + 8 \times 1$
② $4 \times 10^4 + 5 \times 10^2 + 2 \times 10 + 8 \times 1$
③ $4 \times 10^4 + 5 \times 10^3 + 2 \times 10 + 8 \times 1$
④ $4 \times 10^5 + 5 \times 10^2 + 2 \times 10 + 8 \times 1$
⑤ $4 \times 10^5 + 5 \times 10^3 + 2 \times 10 + 8 \times 1$

해설

$$45028 = 4 \times 10^4 + 5 \times 10^3 + 2 \times 10 + 8 \times 1$$

4. 사생대회 상품으로 학용품을 준비했다. 공책 45 권, 샤프 38 개, 지우개 32 개를 될 수 있는 대로 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주었더니 공책 3 권, 샤프 2 개, 지우개 2 개가 남았다. 몇 명의 학생에게 나누어 주었는가?
[배점 3, 하상]

- ① 4 명 ② 6 명 ③ 8 명
④ 10 명 ⑤ 11 명

해설

학생 수는 $45 - 3, 38 - 2, 32 - 2,$
즉 42, 36, 30 의 최대공약수이므로 6 명

5. 두 자연수의 최소공배수가 24 일 때, 두 수의 공배수 중 100 이하인 것을 모두 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 24

▷ 정답: 48

▷ 정답: 72

▷ 정답: 96

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로 최소공배수인 24의 배수들 중 100 이하인 수를 찾는다.

6. 두 수 $2^a \times 7^3 \times 11^3$, $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 의 최대공약수가 88일 때, $a + b$ 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

최대공약수가 $88 = 2^3 \times 11$ 이고
 $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 2의 지수가 4이므로
 $2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 2의 지수가 3이어야 한다.
 같은 방식으로
 $2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 11의 지수가 3이므로
 $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 11의 지수가 1이어야 한다.
 따라서 $a = 3$, $b = 1$

7. 다음을 이진법으로 나타내었을 때, 1의 개수가 가장 많은 것은? [배점 3, 중하]

- ① 27 ② 28 ③ 29 ④ 30 ⑤ 31

해설

- ① 11011₍₂₎
 ② 11100₍₂₎
 ③ 11101₍₂₎
 ④ 11110₍₂₎
 ⑤ 11111₍₂₎

8. 집합 $X = \{a, b\}$ 에서 a, b 의 최대공약수는 4, 두 수의 곱이 96일 때, 집합 X 의 개수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 2개

해설

a, b 의 최대공약수가 4이므로
 $a = 4x$, $b = 4y$ (x, y 는 서로소, $x < y$)라 하면
 $4x \times 4y = 96$ 이다. 따라서 $x \times y = 6$
 즉, (x, y) 는 (1, 6), (2, 3)이므로 (a, b) 는
 (4, 24), (8, 12)이다.
 따라서 $X = \{4, 24\}$ 또는 $X = \{8, 12\}$ 이므로 집합 X 는 2개이다.

9. 어느 꽃집에서 빨간 장미 24 송이, 백장미 60 송이, 노란 장미 52 송이를 똑같이 나누어 가능한 많은 꽃다발로 포장하려고 한다. 몇 개의 꽃다발로 포장할 수 있겠는가? [배점 3, 중하]

- ① 3 다발 ② 4 다발 ③ 8 다발
 ④ 12 다발 ⑤ 16 다발

해설

똑같이 나누어 포장하려면 꽃다발 수는 24, 60, 52의 공약수이어야 하고, 가능한 많은 꽃다발을 포장하려고 하므로 24, 60, 52의 최대공약수이어야 한다.

$$\begin{array}{r} 4 \overline{) 24 \quad 60 \quad 52} \\ \underline{6 \quad 15 \quad 13} \end{array}$$

∴ 4다발

10. $2^{17} \times 7 \times 5^{12} \times 3$ 을 십진법으로 나타내면 a 자리 수, 이진법으로 나타내면 b 자리 수라고 할 때, $b - a$ 의 값은? [배점 3, 중하]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} 2^{17} \times 7 \times 5^{12} \times 3 &= 2^5 \times 3 \times 7 \times 2^{12} \times 5^{12} \\ &= 32 \times 21 \times (2 \times 5)^{12} \\ &= 672 \times (2 \times 5)^{12} \end{aligned}$$

$$a = 3 + 12 = 15$$

$$b = 17$$

$$\therefore b - a = 2$$

11. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 두 자리 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 2^2 \times 3 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 2^2 \times 5 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $A \cap B$ 를 조건제시법으로 옳게 표현한 것은? [배점 3, 중하]

- ① $\{x \mid x \text{는 } 30 \text{의 약수}\}$
 ② $\{x \mid x \text{는 } 30 \text{의 배수}\}$
 ③ $\{x \mid x \text{는 } 60 \text{의 약수}\}$
 ④ $\{x \mid x \text{는 } 60 \text{의 배수}\}$
 ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$

해설

$2^2 \times 3$ 과 $2^2 \times 5$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$ 이다.

$$A \cap B$$

$$= \{x \mid x \text{는 } 2^2 \times 3 \text{과 } 2^2 \times 5 \text{의 공배수}\}$$

$$= \{x \mid x \text{는 } 2^2 \times 3 \text{과 } 2^2 \times 5 \text{의 최소공배수의 배수}\}$$

$$= \{x \mid x \text{는 } 60 \text{의 배수}\}$$

12. $2^5 \leq N < 2^6$ 을 만족시키는 자연수 N 을 이진법의 수로 나타낼 때, 이진법으로 몇 자리의 수가 되는가? [배점 4, 중중]

- ① 6 자리 ② 5 자리 ③ 4 자리
 ④ 3 자리 ⑤ 2 자리

해설

$$2^5 = 100000_{(2)}, 2^6 = 1000000_{(2)} \text{ 이므로}$$

$$100000_{(2)} \leq N < 1000000_{(2)}$$

따라서 N 은 6 자리 수

13. $\frac{360}{n}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되게 하는 자연수 n 은 모두 몇 개인가? [배점 4, 중중]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$,
 $\frac{360}{n}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되기 위해서
 $n = 2 \times 5, n = 2 \times 3^2 \times 5, 2^3 \times 5, 2^3 \times 3^2 \times 5$
 의 4 개이다.

14. 다음 두 수 사이에 있는 자연수의 개수를 구하여라.

$1011_{(2)}, 11010_{(2)}$

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 16 개

해설

$1011_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 8 + 2 + 1 = 11$
 $11010_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2 = 16 + 8 + 2 = 26$
 따라서 11과 26 사이에 있는 자연수의 개수는 $26 - 11 + 1 = 16$ (개)

15. 168 의 약수의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 16 개

해설

$168 = 2^3 \times 3 \times 7$
 $(3 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 16$ (개)이다.

16. 다음 중 두 수 28, 42 의 공약수가 아닌 것은?

[배점 4, 중중]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 7 ⑤ 14

해설

$28 = 2^2 \times 7, 42 = 2 \times 3 \times 7$ 의 최대공약수는
 $2 \times 7 = 14$ 이므로
 14 의 약수가 아닌 것은 ③ 4

17. 세 자연수의 비가 2 : 3 : 6 이고 최소공배수가 246 일 때, 세 자연수 중 가장 큰 수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 246

해설

세 자연수의 비가 2 : 3 : 6 일 때, 원래의 세 자연수를 $2 \times a, 3 \times a, 6 \times a$ 라고 하면

$$\begin{array}{r} a) \ 2 \times a \ 3 \times a \ 6 \times a \\ 2) \ 2 \ 3 \ 6 \\ 3) \ 1 \ 3 \ 3 \\ \hline 1 \ 1 \ 1 \end{array}$$

최소공배수는 $a \times 2 \times 3 = 6 \times a$ 이다.

세 수의 최소공배수가 246 이므로 $6 \times a = 246$ 이고, $a = 41$ 이다.

따라서 세 자연수는 $2 \times 41 = 82, 3 \times 41 = 123, 6 \times 41 = 246$ 이다. 그 중 가장 큰 수는 246이다.

18. $3^4 \times x$ 는 약수의 개수가 10 개인 자연수이다. 다음 중 x 의 값으로 알맞지 않은 것은? [배점 5, 중상]

- ① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 3^5

해설

약수의 개수는 $3^4 \times x$ 에서
 $(4+1) \times (\square+1) = 5 \times 2 = 10$ 또는 $(9+1) = 10$
 이 될 수 있다. 즉 x 가 될 수 있는 수는 3과 서로
 소이고 지수가 1인 수 또는 3^5 이다.
 그러므로 알맞지 않은 것은 3 이다.

해설

세 자연수를 $2 \times x, 3 \times x, 5 \times x$ 라 하면

$$x) \begin{array}{r} 2 \times x \\ 3 \times x \\ 5 \times x \end{array}$$

$$x \times 2 \times 3 \times 5 = 240 \text{ 이므로 } x = 8$$

따라서, 세 자연수는 16, 24, 40 이므로

세 자연수의 합은 $16 + 24 + 40 = 80$ 이다.

19. $2 \times n$ 이 어떤 자연수의 세제곱이고, $\frac{n}{5}$ 이 어떤
 자연수의 제곱이 되는 자연수 n 중에서 가장 작은
 것은? [배점 5, 중상]

- ① 100 ② 200 ③ 300
 ④ 400 ⑤ 500

해설

가장 작은 자연수 n 에서 $2 \times n$ 이 세제곱이므로
 n 은 적어도 2 가 두 번 곱해져 있고, $\frac{n}{5}$ 이 제곱이
 므로 n 은 5 가 세 번 곱해져 있다.

$$\therefore n = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 = 500$$

20. 세 자연수의 비가 $2 : 3 : 5$ 이고, 최소공배수가 240 일
 때, 세 자연수의 합은? [배점 5, 중상]

- ① 16 ② 24 ③ 40
 ④ 80 ⑤ 120