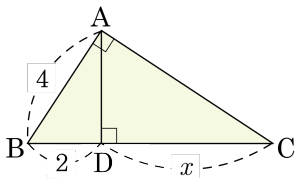
단원 종합 평가

1. 다음 그림에서 x 의 값을 구하면?



[배점 3, 하상]

① 6 ② 5 ③ 4.8 ④ 4.5 ⑤ 4

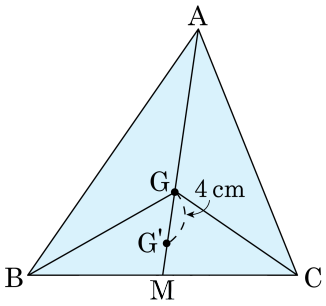
해설

$\overline{AB}^2 = \overline{BD} \times \overline{BC}$

$16 = 2(2 + x)$

$2x = 12, x = 6$

2. 다음 그림에서 점 G는 △ABC의 무게중심이고 점 G′은 △GBC의 무게중심이다.
$\overline{GG'} = 4\text{cm}$ 일 때, $\overline{AG}$는 $\overline{G'M}$의 길이의 몇 배인가?



[배점 3, 하상]

① 2배 ② 3배 ③ 4배

④ 5배 ⑤ 6배

해설

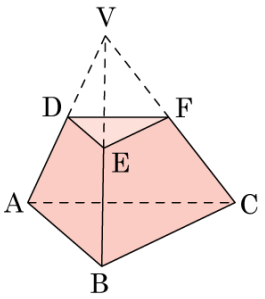
$\overline{GG'} : \overline{G'M} = 2 : 1$ 이므로 $\overline{G'M} = \frac{1}{2}\overline{GG'} = 2\,(\text{cm})$

$\overline{GM} = \overline{GG'} + \overline{G'M} = 6\,(\text{cm})$

$\overline{AG} : \overline{GM} = 2 : 1$ 이므로 $\overline{AG} = 2\overline{GM} = 2 \times 6 = 12\,(\text{cm})$

따라서 $\overline{AG}$는 $\overline{G'M}$ 의 길이의 6 배이다.

3. 다음 그림을 정사면체 V – ABC 에서 각각의 중점인 D, E, F 를 지나는 평면으로 잘래낸 것이다. △ABC 의 넓이가 48cm^2 일 때, 삼각뿔대의 겉넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $168\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{VD} : \overline{VA} = 1 : 2$ 이므로

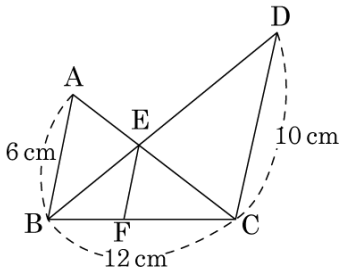
△ABC 와 △DEF 의 넓이의 비는 4 : 1

$4 : 1 = 48 : \triangle DEF$, $\triangle DEF = 12(\text{cm}^2)$

$\square DABC = \frac{3}{4} \times 48 = 36(\text{cm}^2)$

따라서, 삼각뿔대의 겉넓이는 $48 + 12 + 36 \times 3 = 168(\text{cm}^2)$ 이다.

4. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ // $\overline{EF}$ // $\overline{DC}$ 일 때, $\overline{BF}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 4.5 cm

해설

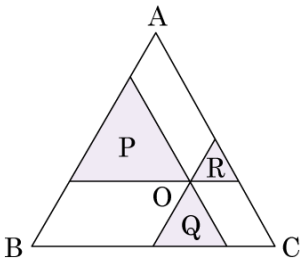
$\overline{EF} = \frac{6 \times 10}{6+10} = \frac{60}{16} = \frac{15}{4}$(cm)

$\frac{15}{4} : 6 = (12 - \overline{BF}) : 12$

$72 - 6\overline{BF} = 45$

$6\overline{BF} = 27, \overline{BF} = 4.5$ cm

5. 다음 그림은 △ABC 내부의 한 점 O 를 지나고, 각 변에 평행한 직선을 그은 것이다. 삼각형 P, Q, R 의 넓이가 각각 $9\,\text{cm}^2$, $4\,\text{cm}^2$, $1\,\text{cm}^2$ 일 때, △ABC 에서 삼각형 P, Q, R 을 뺀 나머지 부분의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $22\,\text{cm}^2$

해설

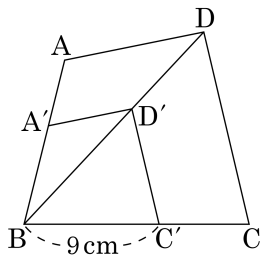
삼각형 P, Q, R 와 △ABC 의 닮음비는

3 : 2 : 1 : 6

넓이의 비는 9 : 4 : 1 : 36

∴ 구하는 넓이는 $36 - (9 + 4 + 1) = 22(\text{cm}^2)$

6. 다음 그림에서 □A′BC′D′ 은 점 B를 닮음의 중심으로 하여 □ABCD를 $\frac{3}{5}$ 만큼 축소한 것이다. 이때, $\overline{CC'}$ 의 길이는?



[배점 4, 중중]

① 6cm ② 7cm ③ 8cm

④ 9cm ⑤ 10cm

해설

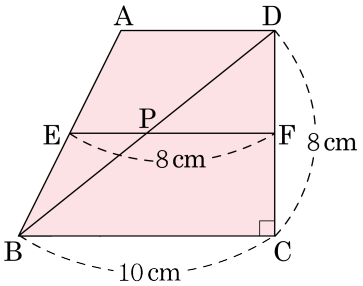
$\overline{BC} : \overline{BC'} = (\overline{BC'} + \overline{C'C}) : \overline{BC'} = 5 : 3$ 이므로

$3(9 + \overline{CC'}) = 45$

$9 + \overline{CC'} = 15$

$\therefore \overline{CC'} = 6$(cm)

7. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD}//\overline{EF}//\overline{BC}$ 이고 점 F 는 $\overline{CD}$ 의 중점이다. $\overline{BC} = 10$cm, $\overline{CD} = 8$cm, $\overline{EF} = 8$cm 일 때, △BPE 의 넓이는?



[배점 4, 중중]

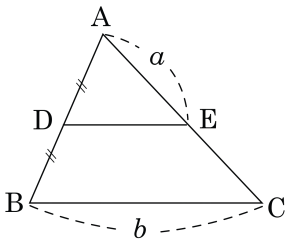
① 4cm^2 ② 5cm^2 ③ 6cm^2

④ 10cm^2 ⑤ 12cm^2

해설

$\overline{PF} : \overline{BC} = 1 : 2$이므로 $\overline{PF} = 5\text{cm}$,
따라서 $\overline{EP} = 3\text{cm}$, $\overline{FC} = 4\text{cm}$,
$\therefore \triangle BPE = 3 \times 4 \times \frac{1}{2} = 6(\text{cm}^2)$

8. 다음 그림에서 점 D 는 변 AB 의 중점이고, $\overline{BC}//\overline{DE}$ 이다. $\overline{AC} = 12$, $\overline{DE} = 5$ 일 때, $b - a$ 의 값은?



[배점 4, 중중]

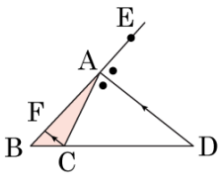
① 4 ② 8 ③ 10 ④ 16 ⑤ 18

해설

$\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC} = 6$, $a = 6$
$\overline{BC} = 2\overline{DE} = 10$, $b = 10$
따라서 $b - a = 10 - 6 = 4$

9. 다음은 △ABC에서 ∠A 의 외각의 이등분선이 $\overline{BC}$의 연장선과 만나는 점을 D라 할 때,
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 임을 증명한 것이다. 빈칸에 알맞은 것을 차례로 나열한 것은?

보기



△ABC 에서
[가정] ∠CAD = ∠DAE
[결론] $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$
[증명] 그림과 같이 점 C를 지나 변 AD에 평행한 직선이 변 BA와 만나는 점을 F라 하면
∠EAD = (가) (동위각)
∠DAC = (나) (엇각)
가정에서 ∠CAD = ∠DAE 이므로 ∠AFC = ∠ACF 이다.
따라서 △AFC 는 (다) 삼각형이므로 $\overline{AF} = \overline{AC} \cdots$ ㉠
또한, $\overline{AD}//\overline{FC}$ 이므로 $\overline{AB}$: (라) = $\overline{BD} : \overline{CD} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$

[배점 4, 중중]

① ∠AFC, ∠CAF, 이등변, $\overline{AF}$

② ∠ACF, ∠AFC, 이등변, $\overline{BF}$

③ ∠AFC, ∠ACF, 이등변, $\overline{AF}$

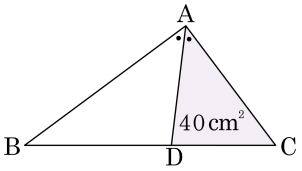
④ ∠AFC, ∠ACF, 정, $\overline{AF}$

⑤ ∠AFC, ∠CAF, 정, $\overline{AF}$

해설

빈칸에 들어갈 말을 차례대로 나열하면
∠AFC, ∠ACF, 이등변, $\overline{AF}$ 이다.

10. 다음 그림의 삼각형 ABC 에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이고, $\overline{AB} : \overline{AC} = 5 : 3$ 이다. 삼각형 ACD 의 넓이가 40cm^2 일 때, 삼각형 ABD 의 넓이를 구하면?



[배점 4, 중중]

① 8cm^2 ② 10cm^2 ③ $\frac{50}{3}\text{cm}^2$

④ $\frac{100}{3}\text{cm}^2$ ⑤ $\frac{200}{3}\text{cm}^2$

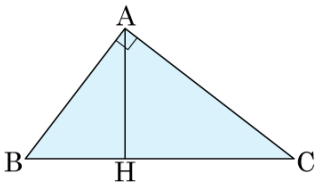
해설

$\overline{BD} : \overline{DC} = 5 : 3$ 이므로 $\triangle ABD : \triangle ADC = 5 : 3$

$\triangle ABD : 40 = 5 : 3$

$\therefore \triangle ABD = \frac{200}{3}(\text{cm}^2)$

11. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 에서 변 BC 위에 수선의 발을 내린 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



[배점 5, 중상]

① $\triangle ABC \backsim \triangle HBA$ ② $\triangle HAC \backsim \triangle HBA$

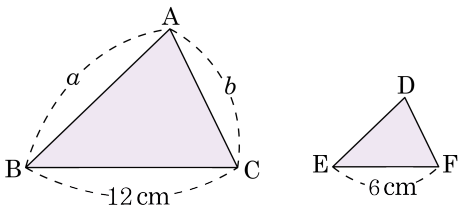
③ $\overline{AB^2} = \overline{BH} \cdot \overline{BC}$ ④ $\overline{AC^2} = \overline{CH} \cdot \overline{CB}$

⑤ $\overline{AH^2} = \overline{HB} \cdot \overline{BC}$ ⑥

해설

$\overline{AH^2} = \overline{BH} \cdot \overline{CH}$

12. 다음 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle DFE$ 이다. $\overline{DE}$와 $\overline{DF}$ 의 길이를 a, b를 사용한 식으로 나타낸 것은? (단, $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle F$)



[배점 5, 중상]

① $\overline{DE} = \frac{b}{2}(\text{cm})$, $\overline{DF} = \frac{a}{2}(\text{cm})$

② $\overline{DE} = b(\text{cm})$, $\overline{DF} = \frac{a}{2}(\text{cm})$

③ $\overline{DE} = \frac{b}{2}(\text{cm})$, $\overline{DF} = a(\text{cm})$

④ $\overline{DE} = b(\text{cm})$, $\overline{DF} = a(\text{cm})$

⑤ $\overline{DE} = 2b(\text{cm})$, $\overline{DF} = 2a(\text{cm})$

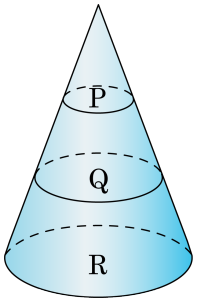
해설

두 도형의 닮음비는 $\overline{BC} : \overline{FE} = 12 : 6 = 2 : 1$ 이다.

$\overline{BC} : \overline{FE} = \overline{AC} : \overline{DE}$ 이므로 $\overline{DE} = \frac{b}{2}(\text{cm})$ 이다.

$\overline{BC} : \overline{FE} = \overline{AB} : \overline{DF}$ 이므로 $\overline{DF} = \frac{a}{2}(\text{cm})$ 이다.

13. 아래 그림과 같은 원뿔을 밑면에 평행한 평면으로 모선이 3등분 되도록 잘랐다. 가운데 원뿔대의 부피가 28cm^3 일 때, 맨 아래에 있는 원뿔대의 부피를 구하면?



[배점 5, 중상]

① 60cm^3 ② 64cm^3 ③ 68cm^3

④ 72cm^3 ⑤ 76cm^3

해설

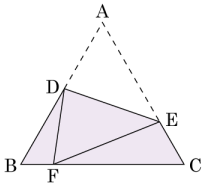
세 원뿔의 닮음비는 $1:2:3$ 이므로 부피의 비는 $1:8:27$ 이다.

따라서 $\text{P}:\text{Q}:\text{R}=1:7:19$ 이다.

R 의 부피를 $x\,\text{cm}^3$ 라 할 때 $7:19=28:x$

$\therefore\ x=76$

14. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. 꼭짓점 A 가 $\overline{BC}$ 위의 F 에 오도록 하였다. $\overline{BF}=3\text{cm}$, $\overline{FD}=7\text{cm}$, $\overline{DB}=8\text{cm}$ 일 때, $\overline{AE}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{21}{2}\text{cm}$

해설

$\angle DAE=\angle DFE=60^\circ$, $\angle BFD=x$, $\angle CFE=y$ 라 하면 $x+y=120^\circ$ 이다.

$\angle DBF=60^\circ$ 이므로 $\angle BFD+\angle BDF=120^\circ$

따라서 $\angle BDF=y$ 라 할 수 있다.

$\triangle ABC$ 는 정삼각형이므로 $\angle FCE=\angle DBF$ 이고,

$\angle BDF=\angle CFE$ 이다.

그러므로 $\triangle BDF\backsim\triangle CFE$ (AA 닮음)

접었으므로 $\overline{AD}=\overline{FD}=7\text{cm}$, $\overline{AE}=\overline{FE}$

정삼각형 한 변의 길이는

$\overline{AD}+\overline{BD}=7+8=15\ (\text{cm})$

$\overline{FC}=15-\overline{BF}=15-3=12\ (\text{cm})$

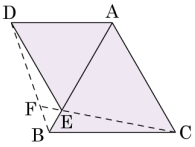
$\overline{DF}:\overline{FE}=\overline{BD}:\overline{FC}$

$7:\overline{FE}=8:12$

$\therefore\ \overline{FE}=\frac{7\times12}{8}=\frac{21}{2}\ (\text{cm})$

따라서 $\overline{AE}=\overline{FE}=\frac{21}{2}\ (\text{cm})$ 이다.

15. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADE$ 는 정삼각형이다. $\overline{AC}=20$, $\overline{AD}=16$ 일 때, $\overline{FB}\times\overline{EC}$ 를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 80

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACE$ 에서

$\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{AD} = \overline{AE}$, $\angle DAB = \angle EAC = 60°$

$\therefore$ $\triangle ABD \equiv \triangle ACE$ (SAS 합동)

또 $\triangle FBE$ 와 $\triangle ACE$ 에서

$\angle FEB = \angle AEC$ ($\because$ 맞꼭지각)

$\angle FBE = \angle ACE$ ($\because$ $\triangle ABD \equiv \triangle ACE$)

$\therefore$ $\triangle FBE \backsim \triangle ACE$ (AA 닮음)

$\overline{FB} : \overline{AC} = \overline{BE} : \overline{EC}$

($\overline{BE} = \overline{AB} - \overline{AE} = 20 - 16 = 4$)

$\overline{FB} : 20 = 4 : \overline{EC}$

$\therefore$ $\overline{FB} \times \overline{EC} = 80$