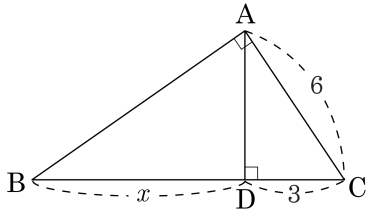


단원 종합 평가

1. 다음 그림에서 $\angle BAC = 90^\circ$, $\angle ADC = 90^\circ$ 일 때, x 의 값은?



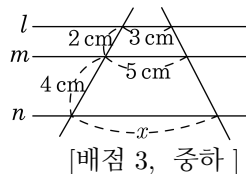
[배점 3, 중하]

- ① 2 cm ② 6 cm ③ 7 cm
④ 8 cm ⑤ 9 cm

해설

$$\begin{aligned} \overline{AC}^2 &= \overline{BC} \cdot \overline{DC} \text{ 이므로} \\ 6^2 &= (x+3) \times 3 \\ 3x+9 &= 36 \\ \therefore x &= 9 \end{aligned}$$

2. 다음 그림에서 $\ell // m // n$ 이다. x 의 값은?

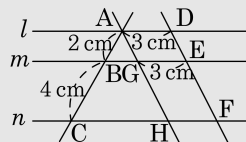


[배점 3, 중하]

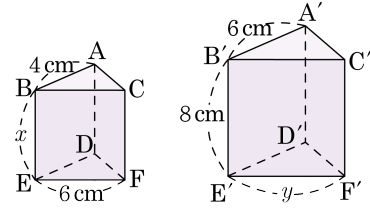
- ① 8 cm ② 9 cm ③ 10 cm
④ 10.5 cm ⑤ 11 cm

해설

$$\begin{aligned} \overline{DF} // \overline{AH} \text{ 인 직선 AH 를} \\ \text{그으면} \\ \overline{BG} = 2\text{cm}, \overline{CH} = (x-3)\text{cm} \\ \overline{AB} : \overline{AC} &= \overline{BG} : \overline{CH} \\ 2 : 6 &= 2 : (x-3) \\ x &= 9(\text{cm}) \end{aligned}$$



3. 다음 그림의 두 입체도형이 서로 닮은 꼴일 때, $3x+y$ 의 값은?



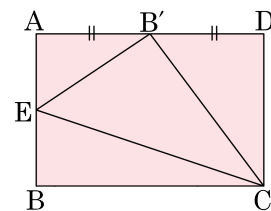
[배점 4, 중중]

- ① 7 ② 25 ③ $\frac{43}{3}$ ④ $\frac{44}{3}$ ⑤ 15

해설

$$\begin{aligned} \overline{AB} : \overline{A'B'} &= \overline{BE} : \overline{B'E'} \text{ 이므로 } 4 : 6 = x : 8 \\ 6x &= 32 \\ \therefore x &= \frac{32}{6} = \frac{16}{3} \\ \overline{AB} : \overline{A'B'} &= \overline{EF} : \overline{E'F'} \text{ 이므로 } 4 : 6 = 6 : y \\ 4y &= 36 \\ \therefore y &= \frac{36}{4} = 9 \\ \therefore 3x+y &= 3 \times \frac{16}{3} + 9 = 25 \end{aligned}$$

4. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD를 접었다. $\overline{AB'} = \overline{B'D}$ 일 때, $\overline{AE} : \overline{EB}$ 의 비를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 1 : 2

해설

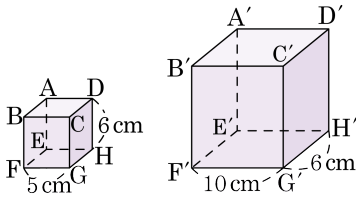
$$\angle EB'C = \angle B = 90^\circ$$

$\triangle AEB' \sim \triangle DB'C$ (AA 닮음)

$$\overline{B'E} = \overline{EB}, \overline{B'C} = \overline{BC}$$

$$\therefore \overline{AE} : \overline{EB} = \overline{AE} : \overline{B'E} = \overline{DB'} : \overline{CB'} = 1 : 2$$

5. 다음 그림의 두 직육면체는 서로 닮은 도형이고, $\square ABCD$ 와 $\square A'B'C'D'$ 가 서로 대응하는 면일 때, $\square BFGC$ 에 대응하는 면은?



[배점 4, 중중]

- ① $\square B'F'G'C'$ ② $\square A'B'F'E'$
 ③ $\square E'F'G'H'$ ④ $\square C'D'H'G'$
 ⑤ $\square A'E'H'D'$

해설

$\square BFGC$ 에 대응하는 면은 $\square B'F'G'C'$ 이다.

6. 다음 보기 중에서 서로 닮은 도형은 모두 몇 개인가?

보기

두 구, 두 정사면체, 두 정팔각기둥,
 두 원뿔, 두 정육면체, 두 정육각형,
 두 마름모, 두 직각삼각형, 두 직육면체,
 두 원기둥, 두 직각이등변삼각형

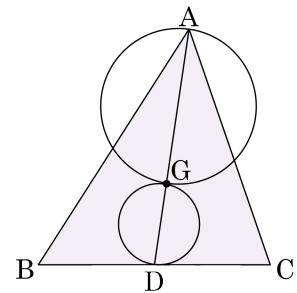
[배점 5, 중상]

- ① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개
 ④ 8 개 ⑤ 4 개

해설

서로 닮은 도형은 구와 정사면체, 정육각형, 정육면체, 직각이등변삼각형이다.

7. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 무게중심을 G 라 할 때, $\overline{AG}$, $\overline{GD}$ 를 지름으로 하는 두 원의 넓이의 비를 구하면?



[배점 5, 중상]

- ① 6 : 1 ② 5 : 1 ③ 4 : 1
 ④ 3 : 1 ⑤ 2 : 1

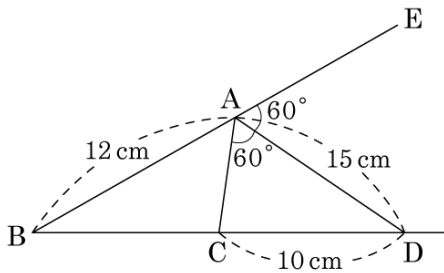
해설

점 G가 삼각형 ABC의 무게중심이므로 $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$ 이다.

$\overline{GD}$ 의 길이를 a 라고 하면

$\overline{GD}$ 를 지름으로 하는 원의 넓이는 $\frac{a^2}{4}\pi$ 이고,
 $\overline{AG}$ 를 지름으로 하는 원의 넓이는 $a^2\pi$ 이므로 넓이의 비는 4 : 1이다.

8. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle CAD = \angle EAD = 60^\circ$,
 $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{CD} = 10\text{cm}$, $\overline{AD} = 15\text{cm}$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?



[배점 5, 중상]

- ① 6cm ② 5cm ③ $\frac{24}{5}\text{cm}$
 ④ $\frac{15}{4}\text{cm}$ ⑤ $\frac{20}{3}\text{cm}$

해설

$\angle BAC = 60^\circ$ 이므로 $\overline{AC}$ 는 $\angle BAD$ 의 이등분선이다.

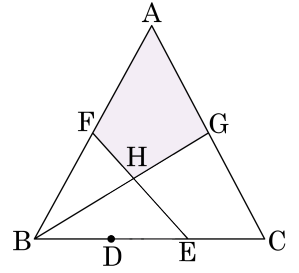
따라서 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{CD}$ 이므로

$$12 : 15 = \overline{BC} : 10$$

$$\therefore \overline{BC} = 8\text{cm}$$

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이므로 $12 : \overline{AC} = 18 : 10$
 따라서 $\overline{AC} = \frac{20}{3}\text{cm}$ 이다.

9. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 F, G는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이고, $\overline{BD} = \overline{DE} = \overline{EC}$ 이다. $\triangle FBH = 8\text{cm}^2$ 일 때, $\square AFHG$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 20cm^2

해설

점 F, G를 이으면 $\overline{FG} = \frac{1}{2}\overline{BC}$

$\triangle FHG \sim \triangle EHB$

$$\overline{FG} : \overline{BE} = 3 : 4$$

$$\triangle FHG : \triangle FBH = 3 : 4$$

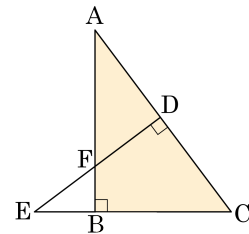
$$\triangle FHG = 6 (\text{cm}^2)$$

$\overline{AF} = \overline{BF}$ 이므로

$$\triangle AFG = \triangle GFB = 8 + 6 = 14 (\text{cm}^2)$$

$$\therefore \square AFHG = 14 + 6 = 20 (\text{cm}^2)$$

10. 다음 그림에서 $\angle FDC = \angle FBC = 90^\circ$, $\overline{AF} = 15$,
 $\overline{DF} = 9$, $\overline{FB} = 5$, $\overline{CD} = 13$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 150

해설

조건에서 $\angle FDC = \angle FBC = 90^\circ$, $\angle AFD = \angle EFB$ ($\because$ 맞꼭지각) 이므로 $\triangle AFD \sim \triangle EFB$
따라서 $\overline{AF} : \overline{EF} = \overline{FD} : \overline{FB} = \overline{AD} : \overline{EB}$ 를 이용하여 $\overline{FE}$ 를 구하면

$$15 : \overline{FE} = 9 : 5 \\ \therefore \overline{FE} = \frac{25}{3}$$

$$\overline{DE} = \overline{DF} + \overline{FE} = 9 + \frac{25}{3} = \frac{52}{3}$$

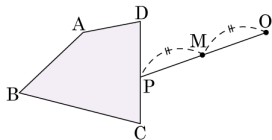
$\triangle ABC$ 와 $\triangle EDC$ 에서 $\angle C$ 가 공통, $\angle FDC = \angle FBC = 90^\circ$ 이므로 $\triangle ABC \sim \triangle EDC$ (AA 닮음)

$$\overline{AB} : \overline{ED} = \overline{BC} : \overline{DC} = \overline{AC} : \overline{EC} \text{ 를 이용하여 } \overline{BC} \text{ 를 구하면 } 20 : \frac{52}{3} = \overline{BC} : 13$$

$$\therefore \overline{BC} = 15$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $20 \times 15 \times \frac{1}{2} = 150$ 이다.

11. 다음 그림과 같이 둘레의 길이가 20cm 인 $\square ABCD$ 와 그 외부에 한 점 O 가 있다. 점 P 가 $\square ABCD$ 의 변을 따라 한 바퀴 움직일 때, 선분 OP 의 중점 M 이 그리는 도형의 둘레의 길이를 구하여라.



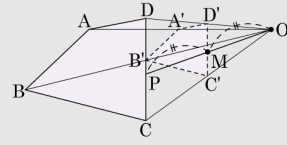
[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 10 cm

해설

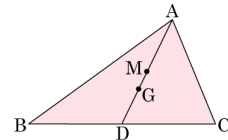
점 M 이 그리는 도형은 점 O 를 닮음의 중심으로 하면서 $\square ABCD$ 와 닮은 $\square A'B'C'D'$ 가 된다.



$\overline{OA} : \overline{OA'} = \overline{OP} : \overline{OM} = 2 : 1$ 이므로 $\square ABCD$ 와 $\square A'B'C'D'$ 의 닮음비도 2 : 1 이다. $\square A'B'C'D'$ 의 각 변의 길이가 닮음비에 의해 $\square ABCD$ 의 대응변의 길이의 $\frac{1}{2}$ 배가 되므로 $\square A'B'C'D'$ 의 둘레의 길이도 $\square ABCD$ 의 둘레의 길이의 $\frac{1}{2}$ 배가 된다.

따라서 $\square A'B'C'D'$ 의 둘레의 길이는 10cm 이다.

12. 다음 그림에서 점 G 는 삼각형 ABC 의 무게중심이고, 점 M 은 선분 AD 의 중점이다. $\overline{MG} = 7$ 일 때, 선분 AD 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 42

해설

점 G 는 삼각형의 무게중심이고, 점 M 은 선분 AD 의 중점이므로

$$\overline{MD} = 3 \cdot \overline{GM}$$

$$\therefore \overline{AD} = \overline{AM} + \overline{MD}$$

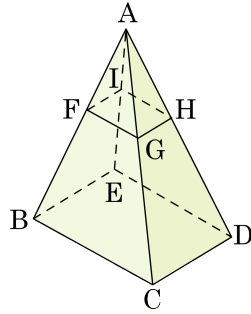
$$= 2 \cdot \overline{MD} (\because \overline{AM} = \overline{MD})$$

$$= 6 \cdot \overline{MG} (\because \overline{MD} = 3 \cdot \overline{GM})$$

$$= 42$$

13. 다음 그림과 같은

사각뿔을 밑면과 평행하게
잘랐더니 사각뿔 A-BCDE
와 A-FGHI의 겹넓이의
비가 64 : 9가 되었다.
사각뿔 A-FGHI의 부피는
사각뿔대 FGHI-BCDE의
부피의 몇 배인지 구하여라.



[배점 5, 상하]

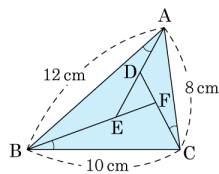
▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{27}{485}$ 배

해설

사각뿔 A-FGHI와 A-BCDE의 닮음비가 3 : 8이므로 (부피의 비) = $27 : 512$ 이고, 사각뿔 A-FGHI와 사각뿔대 FGHI-BCDE의 부피의 비가 $27 : 485$ 이므로 사각뿔 A-FGHI는 사각뿔대 FGHI-BCDE의 $\frac{27}{485}$ 배이다.

14. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAE = \angle CBF = \angle ACD$, $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{CA} = 8\text{cm}$ 일 때, $\frac{\overline{DE}}{\overline{DF}}$ 의 값은?



[배점 6, 상중]

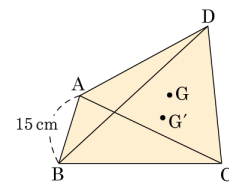
▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

$\angle BAE = \angle CBF = \angle ACD = x$,
 $\angle FCB = y$, $\angle DAC = z$ 라 하면
 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 에서
 $\angle A = \angle D = x + z$
($\because$ 삼각형의 한 외각의 크기는 다른 두 내각의 크기의 합과 같다.)
 $\angle C = \angle F = x + y$
($\because$ 삼각형의 한 외각의 크기는 다른 두 내각의 크기의 합과 같다.)
그러므로 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ (AA 닮음)이다.
 $\overline{AB} : \overline{DE} = \overline{AC} : \overline{DF}$
 $12 : \overline{DE} = 8 : \overline{DF}$
 $8\overline{DE} = 12\overline{DF}$
 $\therefore \frac{\overline{DE}}{\overline{DF}} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$

15. 다음 그림에서 점 G, G'은 각각 $\triangle ACD$, $\triangle DBC$ 의 무게중심이다. $\overline{AB} = 15\text{cm}$ 일 때, $\overline{GG'}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5 cm

해설

$\overline{CD}$ 의 중점을 M이라 하면
 $\overline{AG} : \overline{GM} = 2 : 1$
 $\overline{BG'} : \overline{G'M} = 2 : 1$
즉, $\triangle MGG'$, $\triangle MAB$ 는 닮음이고
 $\overline{GG'} : \overline{AB} = 1 : 3$ 이므로
 $\overline{GG'} : 15 = 1 : 3$
 $\therefore \overline{GG'} = 5 (\text{cm})$