

단원 종합 평가

1. 한 꼭짓점에서 6 개의 대각선을 그을 수 있는 다각형의 이름과 대각선의 총수의 개수가 바르게 짝지어진 것은? [배점 3, 중하]

- ① 구각형, 54 개 ② 구각형, 27 개
③ 팔각형, 48 개 ④ 팔각형, 20 개
⑤ 칠각형, 14 개

해설

$$\begin{aligned} n - 3 &= 6, n = 9 \quad \text{구각형} \\ \frac{n(n-3)}{2} &= \frac{9(9-3)}{2} = 27 \text{ (개)} \end{aligned}$$

2. 다음 설명 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① 각뿔대의 옆면은 사다리꼴이다.
② 각뿔대의 두 밑면은 서로 평행하다.
③ 모든 회전체는 다면체가 아니다.
④ 정다면체는 다섯 종류가 있다.
⑤ 한 꼭짓점에 모이는 면의 개수가 6 개인 정다면체가 있다.

해설

한 꼭짓점에 모이는 면의 개수가 6 개인 정다면체는 없다.

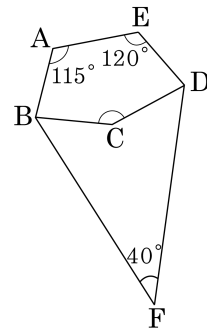
3. 다음 조건을 모두 만족하는 다면체는 무엇인가?
ㄱ. 두 밑면은 평행하다. ㄴ. 옆면의 모양은 사다리꼴이다. ㄷ. 칠면체이다. [배점 3, 중하]

- ① 삼각기둥 ② 삼각뿔 ③ 오각뿔
④ 오각뿔대 ⑤ 육각뿔대

해설

옆면의 모양이 사다리꼴이고 두 밑면이 서로 평행하므로 각뿔대이고 각뿔대 중 칠면체인 것은 오각뿔대이다.

4. 다음 그림에서 $\angle EDC : \angle CDF = 3 : 2$, $\angle ABC : \angle CBF = 3 : 2$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기는?



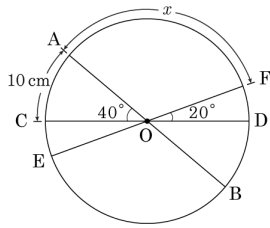
[배점 4, 중중]

- ① 146° ② 150° ③ 162°
④ 180° ⑤ 209°

해설

$\angle EDC : \angle CDF = 3 : 2$, $\angle ABC : \angle CBF = 3 : 2$
이므로 $\angle EDC = 3x$, $\angle CDF = 2x$, $\angle ABC = 3y$, $\angle CBF = 2y$ 라 하면
오각형 ABFDE 에서
 $115^\circ + 5x + 40^\circ + 5y + 120^\circ = 540^\circ$
 $5x + 5y = 265^\circ$
 $x + y = 53^\circ \dots \text{㉠}$
오각형 ABCDE 에서
 $115^\circ + 3x + \angle BCD + 3y + 120^\circ = 540^\circ$
 $115^\circ + 3(x + y) + \angle BCD + 120^\circ = 540^\circ \dots \text{㉡}$
㉠을 ㉡에 대입하면
 $235^\circ + 159^\circ + \angle BCD = 540^\circ$
따라서 $\angle BCD = 146^\circ$ 이다.

5. 다음 그림에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$, $\overline{EF}$ 는 원 O의 지름이다.
 $\angle AOC = 40^\circ$, $\angle DOF = 20^\circ$, $\widehat{AC} = 10\text{ cm}$ 일 때, $\widehat{AF}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

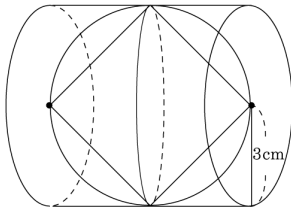
▶ 답 :

▷ 정답 : 30 cm

해설

$\overline{CD}$ 가 지름이므로 $\angle AOF = 180^\circ - 40^\circ - 20^\circ = 120^\circ$
 $40^\circ : 10 = 120^\circ : x$, $4 : 1 = 120^\circ : x$
 $\therefore x = 30(\text{cm})$

6. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 3cm 인 원기둥 안에 꼭 맞는 구와 구 안에 꼭 맞는 도형이 들어 있다.
 구 안의 도형, 구, 원기둥의 부피의 비는?



[배점 4, 중중]

- ① 1 : 2 : 4 ② 1 : 3 : 5 ③ 1 : 3 : 7
 ④ 1 : 2 : 3 ⑤ 2 : 3 : 4

해설

구 안의 도형인 원뿔의 부피는 밑면이 원인 뿔의 부피의 두 배와 같다.

구 안의 도형의 부피

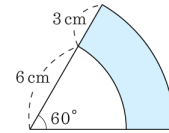
$$V = 2 \times \left\{ \frac{1}{3} \times (9\pi \times 3) \right\} = 18\pi(\text{cm}^3),$$

$$\text{구의 부피 } V = \frac{4}{3}\pi \times 3^3 = 36\pi(\text{cm}^3),$$

원기둥의 부피 $V = 3^2\pi \times 6 = 54\pi(\text{cm}^3)$ 이다.

따라서 구 안의 도형 : 구 : 원기둥 = $18\pi : 36\pi : 54\pi = 1 : 2 : 3$ 이다.

7. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

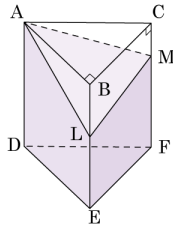
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{15}{2}\pi \text{ cm}^2$

해설

$$\pi \times 9^2 \times \frac{60^\circ}{360^\circ} - \pi \times 6^2 \times \frac{60^\circ}{360^\circ} = \frac{27}{2}\pi - 6\pi = \frac{15}{2}\pi \text{ cm}^2$$

8. 다음 그림과 같이 밑면은 $\overline{AB} = \overline{BC} = 4\text{cm}$ 인 직각이등변삼각형이고, 높이가 6cm 인 삼각기둥을 세 점 A, L, M 을 지나는 평면으로 잘라 나누었을 때, 나누어진 두 부분의 부피의 비는? (단, $\overline{BL} = \overline{EL}$, $2\overline{CM} = \overline{FM}$)



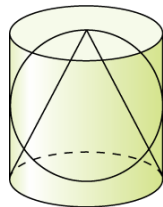
[배점 5, 중상]

- ① 12 : 5 ② 13 : 6 ③ 15 : 8
 ④ 13 : 5 ⑤ 15 : 7

해설

전체 부피는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 \times 6 = 48(\text{cm}^3)$
 사각뿔 A - BLMC 의 부피는
 $\frac{1}{3} \times \left\{ \frac{1}{2} \times (2+3) \times 4 \right\} \times 4 = \frac{40}{3}(\text{cm}^3)$
 나머지 부분의 부피는 $48 - \frac{40}{3} = \frac{104}{3}(\text{cm}^3)$
 따라서 부피의 비는 $\frac{104}{3} : \frac{40}{3} = 104 : 40 = 13 : 5$

9. 다음 그림과 같이 원기둥과 그 원기둥에 꼭맞는 구와 원뿔이 있다. 구의 부피가 $36\pi \text{ cm}^3$ 일 때, 원기둥과 원뿔의 부피의 합을 구하여라.



[배점 5, 중상]

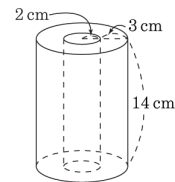
▶ 답 :

▶ 정답 : $72\pi \text{ cm}^3$

해설

구의 부피가 $36\pi \text{ cm}^3$ 이므로, 반지름의 길이가 r 일 때, $36\pi = \frac{4}{3}\pi r^3$ 이고, 따라서 $r = 3(\text{cm})$ 이다.
 (원기둥의 부피) = (밑넓이) $\times$ (높이) = $\pi r^2 h$ 이므로, $\pi \times 3^2 \times 6 = 54\pi(\text{cm}^3)$ 이고,
 (원뿔의 부피) = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ 이므로, $\frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 6 = 18\pi(\text{cm}^3)$ 이다.
 $\therefore 54\pi + 18\pi = 72\pi(\text{cm}^3)$

10. 다음 그림과 같이 속이 빈 입체도형의 부피를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : $294\pi \text{ cm}^3$

해설

$\pi \times 5^2 \times 14 - \pi \times 2^2 \times 14 = 350\pi - 56\pi = 294\pi(\text{cm}^3)$

11. 다음 중 옳지 않은 것은?

- | | |
|--------|--------|
| ㉠ 삼각뿔대 | ㉡ 구 |
| ㉢ 사각기둥 | ㉣ 원뿔 |
| ㉤ 원뿔대 | ㉥ 정육면체 |
| ㉦ 오각뿔 | ㉧ 정사면체 |
| ㉨ 원기둥 | |

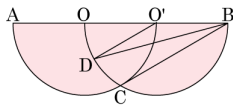
[배점 5, 중상]

- ① 다면체는 ㉠, ㉢, ㉤, ㉦, ㉧ 이다.
- ② 회전체는 ㉡, ㉣, ㉥, ㉨ 이다.
- ③ 옆면의 모양이 삼각형인 입체도형은 ㉦, ㉧ 이다.
- ④ 두 밑면이 평행한 입체도형은 ㉠, ㉢, ㉤, ㉥, ㉨ 이다.
- ⑤ 각 면이 모두 합동이고, 각 꼭짓점에 모인 모서리의 개수가 같은 다면체는 ㉠, ㉤, ㉧ 이다.

해설

- ⑤ 정다면체인 것은 ㉤, ㉧ 이다.

12. 다음 그림과 같은 반원 O, O' 에서 반원의 반지름은 6cm 이고, 선분 BC 는 반원 O 의 접선, 선분 BD 는 $\angle CBO$ 의 이등분선일 때, 부채꼴 O'D의 호의 길이를 구하여라.

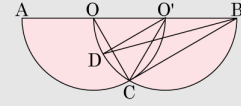


[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : π cm

해설



$\overline{CO}$, $\overline{CO'}$ 를 그으면 $\triangle COO'$ 는 정삼각형이다.

$$\therefore \angle COO' = \angle CO'O = \angle OCO' = 60^\circ$$

$\angle BO'C = 120^\circ$ 이고, $\overline{O'C} = \overline{O'B}$ 이므로

$$\angle O'BC = \angle O'CB = 30^\circ$$

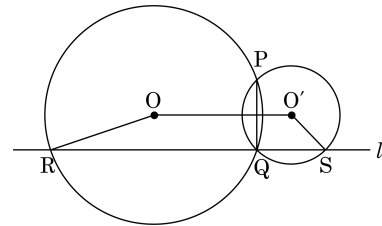
$$\therefore \angle O'BD = 15^\circ$$

$$\angle O'BD = \angle O'DB = 15^\circ \text{ 이므로}$$

$$\angle OO'D = 15^\circ + 15^\circ = 30^\circ$$

$$\therefore (\text{부채꼴 } O'D \text{의 호의 길이}) = 2\pi \times 6 \times \frac{30^\circ}{360^\circ} = \pi(\text{cm})$$

13. 반지름의 길이가 각각 2, 1 인 두 원 O, O' 의 중심 거리는 2.5 이다. 두 원이 만나는 점을 P, Q 라 할 때, 직선 l 은 현 PQ 와 수직이면서 Q 를 지나는 직선이고, 직선 l 과 두 원의 교점을 각각 R, S 라 한다. 이 때 사각형 OO'SR 의 둘레의 길이를 구하여라.

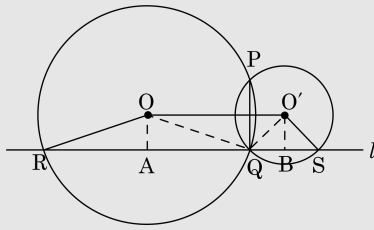


[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 10.5

해설



두 원의 중심 O, O' 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라 하면

$$\triangle ORA \equiv \triangle OQA \text{ (RHS 합동)} \quad \therefore \overline{RA} = \overline{AQ}$$

같은 방법으로 $\overline{QB} = \overline{BS}$

$$\begin{aligned} \therefore \overline{RS} &= \overline{RA} + \overline{AQ} + \overline{BS} + \overline{QB} = 2(\overline{AQ} + \overline{QB}) \\ &= 2\overline{OO'} = 2 \times 2.5 = 5 \end{aligned}$$

따라서 사각형 $OO'SR$ 의 둘레의 길이 $2 + 2.5 + 1 + 5 = 10.5$ 이다.

14. 겉넓이가 $64\pi \text{ cm}^2$ 인 구의 부피는?

[배점 5, 상하]

- ① $36\pi \text{ cm}^3$ ② $\frac{256}{3}\pi \text{ cm}^3$ ③ $\frac{32}{3}\pi \text{ cm}^3$
 ④ $72\pi \text{ cm}^3$ ⑤ $\frac{64}{3}\pi \text{ cm}^3$

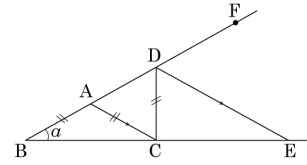
해설

$$4\pi r^2 = 64\pi$$

$$r = 4(\text{cm})$$

따라서 구의 부피는 $\frac{4}{3}\pi \times 4^3 = \frac{256}{3}\pi(\text{cm}^3)$ 이다.

15. 다음 그림에서 $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ 이고, $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{CD}$ 이다. $\angle ABC = a$ 라 할 때, $\angle CED$ 를 a 로 바르게 나타낸 것은?



[배점 6, 상중]

- ① $\frac{1}{3}a$ ② $\frac{1}{2}a$ ③ a ④ $2a$ ⑤ $3a$

해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle ABC = \angle ACB = a$$

한 외각의 크기는 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로 $\angle CAD = 2a$

또, $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로

$$\angle CAD = \angle CDA = 2a$$

$\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ 이므로

$$\angle FDE = \angle DAC = 2a \text{ (동위각)}$$

한 외각의 크기는 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같으므로

$\triangle BDE$ 에서

$$a + \angle CED = \angle FDE$$

$$a + \angle CED = 2a$$

$$\therefore \angle CED = a$$