

단원 종합 평가

1. 다음 중 공집합인 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 2, 하하]

① $\{0\}$

② $\emptyset$

③ $\{x|x \leq 2 \text{인 짝수}\}$

④ $\{x|1 < x < 2 \text{인 자연수}\}$

⑤ $\{\emptyset\}$

해설

③ $\{x|x \leq 2 \text{인 짝수}\} = \{2\}$

④ 1 과 2 사이에는 자연수가 없으므로
 $\{x|1 < x < 2 \text{인 자연수}\} = \emptyset$

2. 희진이네 반 학생 중 피자를 좋아하는 학생은 11 명,
 떡을 좋아하는 학생은 14 명, 피자과 떡을 모두
 좋아하는 학생은 8 명이다. 이때, 떡만 좋아하는
 학생은 몇 명인가? [배점 2, 하하]

① 6명

② 8명

③ 10명

④ 12명

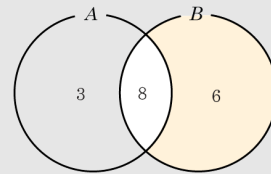
⑤ 14명

해설

피자를 좋아하는 학생의 집합을 A , 떡을 좋아하는
 학생의 집합을 B 라고 하면,

$$n(A) = 11, n(B) = 14, n(A \cap B) = 8$$

따라서 떡만 좋아하는 학생의 수는 $n(B - A) =$
 $n(B) - n(A \cap B) = 14 - 8 = 6$ (명) 이다. 주어진
 문제를 벤 다이어그램을 활용하여 해결할 수 있다.
 벤 다이어그램의 각 영역에 해당하는 학생의 수를
 기입하면 다음과 같다.



3. 똑같은 크기의 정사각형 모양의 천을 꿰매어 가로,
 세로의 길이가 각각 120cm , 180cm 인 식탁보를
 만들려고 한다. 가능한 한 큰 정사각형 조각을 이용해
 만들려고 할 때, 정사각형 조각의 한 변의 길이는?

[배점 2, 하하]

① 12cm

② 15cm

③ 30cm

④ 45cm

⑤ 60cm

해설

꿰매려는 정사각형 모양의 천의 한 변의 길이는
 120 과 180 의 공약수이다.

그런데 가능한 한 큰 정사각형 모양의 천을 꿰맨
 다고 했으므로 한 변의 길이는 120 과 180 의 최
 대공약수이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 120 \quad 180} \\ 2 \overline{) \quad 60 \quad 90} \\ 3 \overline{) \quad 30 \quad 45} \\ 5 \overline{) \quad 10 \quad 15} \\ \quad 2 \quad 3 \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60(\text{cm})$$

4. 72의 약수의 개수를 구하여라. [배점 2, 하하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12개

해설

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

약수의 개수는 $4 \times 3 = 12$ (개)이다.

5. 두 자연수의 최대공약수는 15 이다. 이 두 자연수의 공약수가 아닌 것은? [배점 2, 하하]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 10 ⑤ 15

해설

두 자연수의 공약수는 최대공약수 15 의 약수이므로 1, 3, 5, 15 이다.

6. 다음 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cap B$ 와 $A \cup B$ 를 구한 것이다. 빈칸에 들어갈 알맞은 원소를 차례대로 써라.

$$A = \{x | x \text{는 } 6 \text{ 미만의 자연수}\}$$

$$B = \{x | x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$$

$$A \cap B = \{\square, 3\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, \square, 9\} \quad [\text{배점 } 2, \text{ 하중}]$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 5

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{1, 3, 9\}$$

$$A \cap B = \{1, 3\}, A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 9\}$$

7. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{2, 3, 5, 6\}$,
 $B = \{x | x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$ 일 때, $A \cup B$ 는?

[배점 2, 하중]

- ① $\{2, 5\}$
 ② $\{1, 2, 5, 10\}$
 ③ $\{1, 2, 3, 5, 6\}$
 ④ $\{2, 3, 5, 6, 10\}$
 ⑤ $\{1, 2, 3, 5, 6, 10\}$

해설

$$A = \{2, 3, 5, 6\}, B = \{1, 2, 5, 10\}$$

$$\therefore A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 6, 10\}$$

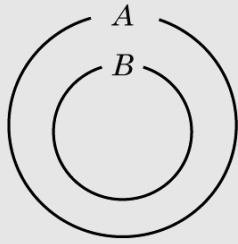
8. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 두 부분집합 A, B 에 대하여 $B \subset A$ 일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

[배점 2, 하중]

- ① $A \cap B = \emptyset$ ② $A \cup B = U$
 ③ $B - A = \emptyset$ ④ $A - B = \emptyset$
 ⑤ $A \cap B^c = \emptyset$

해설

$B \subset A$ 이면, 집합 A, B 는 다음 벤 다이어그램과 같은 포함관계를 만족한다.



- ① $A \cap B = B$
- ② $A \cup B = A$
- ④ $A - B \neq \emptyset$
- ⑤ $A \cap B^c \neq \emptyset$

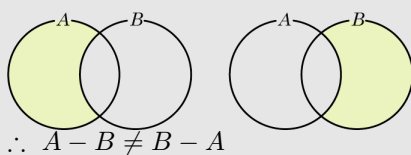
9. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

- ① $A \cap \emptyset = \emptyset$
- ② $A \cup \emptyset = A$
- ③ $A^c = U - A$
- ④ $A - B = A - (A \cap B)$

⑤ $A - B = B - A$

해설

⑤ 벤 다이어그램을 그리면 다음과 같다.



10. 학생 35명 중에서 인라인 스케이트 인터넷 동호회에 가입한 학생은 20명, 댄스 스포츠 인터넷 동호회에 가입한 학생은 17명, 두 곳 모두 가입하지 않은 학생이 8명이다. 이때 인라인 스케이트나 댄스 스포츠 인터넷 동호회에 가입한 학생 수를 구하여라.

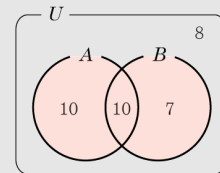
[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 27명

해설

주어진 문제를 벤 다이어그램을 활용하여 해결할 수 있다. 벤 다이어그램의 각 영역에 해당하는 학생의 수를 기입하면 다음과 같다.



11. 45에 어떤 자연수를 곱하여 어떤 수의 제곱이 되게 하려고 한다. 곱해야 할 가장 작은 수를 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

$$45 = 3^2 \times 5$$

따라서 제곱이 되려면 5를 곱해야 한다.

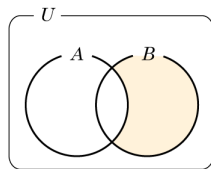
12. 다음 수 중에서 가장 큰 수는? [배점 2, 하중]

- ① $1001_{(2)}$ ② 10
 ③ $10000_{(2)}$ ④ $2^3 + 2^2 + 2 + 1$
 ⑤ 17

해설

- ① $1001_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 1 = 9$
 ② 10
 ③ $10000_{(2)} = 1 \times 2^4 = 16$
 ④ $8 + 4 + 2 + 1 = 15$
 ⑤ 17

13. $n(U) = 15, n(A - B) = 5, n(A) = 8, n(B^c) = 8$ 일 때, 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합의 원소의 개수는?



[배점 3, 하상]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$n(A) = 8, n(A - B) = 5$ 이므로 $n(A \cap B) = 3$ 이다.
 $n(B^c) = 8$ 이므로 $n(B) = n(U) - n(B^c) = 15 - 8 = 7$ 이다.
 따라서 $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 7 - 3 = 4$ 이다.

14. 지현이네 반 35 명의 학생 중에서 수학을 좋아하는 학생은 18 명, 영어를 좋아하지 않는 학생은 15 명, 수학만 좋아하는 학생은 10 명일 때, 영어만 좋아하는 학생은 몇 명인가? [배점 3, 하상]

- ① 7 명 ② 8 명 ③ 10 명
 ④ 12 명 ⑤ 14 명

해설

전체 학생의 집합을 U , 수학을 좋아하는 학생을 A , 영어를 좋아하는 학생을 B 라 하자.
 $n(U) = 35, n(A) = 18, n(B^c) = 15, n(A - B) = 10$ 이므로
 $n(B) = n(U) - n(B^c) = 35 - 15 = 20$ 이고
 $n(A \cap B) = n(A) - n(A - B) = 18 - 10 = 8$ 이다.
 따라서 $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 20 - 8 = 12$ 이다.

15. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = A$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 3, 하상]

- ① $A \subset B$
 ② $(A \cap B) \subset A$
 ③ $A \cap B = B$
 ④ $(A \cap \emptyset) \cup B = A$
 ⑤ $(A \cup B) \subset (A \cap B)$

해설

$A \cup B = A$ 이면 $B \subset A$ 이다.
 ① $B \subset A$ 이므로 옳지 않다.
 ④ $(A \cap \emptyset) \cup B = \emptyset \cup B = B$ 이므로 옳지 않다.
 ⑤ $(A \cup B) \subset (A \cap B)$ 은 $A \subset B$ 와 같으므로 옳지 않다.

16. 집합 $A = \{a, b, c\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ $c \subset A$
 ㉡ $d \notin A$
 ㉢ $\{a\} \in A$
 ㉣ $\{b, c\} \subset A$
 ㉤ $A \subset \{a, b, c, d, e, f\}$

[배점 3, 하상]

- ① ㉠, ㉢ ② ㉡, ㉣
 ③ ㉡, ㉢, ㉤ ④ ㉡, ㉣, ㉤, ㉤
 ⑤ ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

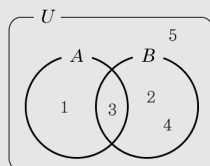
- ㉠ $c \in A$
 ㉢ $\{a\} \subset A$

17. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여
 $A \cap B = \{3\}$, $A - B = \{1\}$, $(A \cup B)^c = \{5\}$ 일 때,
 $B - A$ 는? [배점 3, 하상]

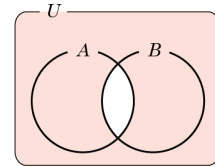
- ① $\{3\}$ ② $\{5\}$ ③ $\{1, 3\}$
 ④ $\{2, 4\}$ ⑤ $\{2, 5\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $B - A = \{2, 4\}$ 이다.



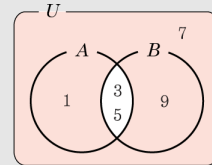
18. 전체집합 $U = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의 두 부분집합
 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{3, 5, 9\}$ 에 대하여 다음 벤
 다이어그램의 색칠된 부분을 나타내는 집합은?



[배점 3, 하상]

- ① $\{1, 7\}$ ② $\{7, 9\}$ ③ $\{5, 9\}$
 ④ $\{1, 5, 9\}$ ⑤ $\{1, 7, 9\}$

해설



따라서 색칠한 부분을 나타내는 집합은 $\{1, 7, 9\}$ 이다.

19. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = B$ 일 때, 다음 중
 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $B \subset A$
 ② $A \subset (A \cup B)$
 ③ $A \cup B = A$
 ④ $(A \cap B) \cup B = A$
 ⑤ $(A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

$A \cap B = B$ 이면 $B \subset A$ 이다.

- ④ $A \cap B = B$ 이면 $(A \cap B) \cup B = B \cup B = B$
 이므로 옳지 않다.

20. 두 집합 A, B 에 대하여

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이다. 집합

$A = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{보다 크고 } 10 \text{보다 작은 짝수}\}$ 일 때,
집합 B 의 원소의 개수를 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3 개

해설

$A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.

$A = \{4, 6, 8\}$ 이므로 $B = \{4, 6, 8\}$

따라서 $n(B) = 3$ 이다.

21. $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B
에 대하여

$A - B = \{2, 4\}, A \cap B = \{5\}, A^c \cap B^c = \{1, 6, 7, 9\}$
일 때, 집합 B 는? [배점 3, 하상]

① $\{3, 5\}$

② $\{5, 7\}$

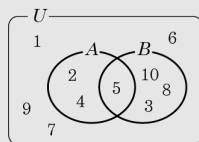
③ $\{3, 5, 8\}$

④ $\{3, 5, 10\}$

⑤ $\{3, 5, 8, 10\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $(A^c \cap B^c) = (A \cup B)^c = \{1, 6, 7, 9\}$ 이므로



따라서 $B = \{3, 5, 8, 10\}$ 이다.

22. 집합 $A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ 에서 원소 2는

포함되고 동시에 원소 10은 포함하지 않는

부분집합의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16 개

해설

집합 A 에서 원소 2와 10을 제외한 부분집합의
개수와 같다.

$\therefore 2^4 = 16$

23. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 30, n(A \cup B) = 56,$
 $n(A \cap B) = 12$ 일 때, $n(B)$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 38

해설

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$56 = 30 + n(B) - 12$

$n(B) = 38$

24. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합

$A = \{2, 4, 5\}, B = \{2, 3, 5\}$ 에 대하여

$(A \cap B) \subset X \subset U$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

[배점 3, 중하]

① 1 개

② 2 개

③ 4 개

④ 8 개

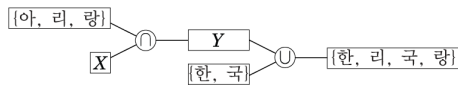
⑤ 16 개

해설

$A \cap B = \{2, 5\}$ 이므로, 집합 X 는 원소 2, 5를 포함하는 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합이다.
따라서 X 의 개수는 U 에서 원소 2, 5 를 뺀 $\{1, 3, 4\}$ 의 부분집합의 개수와 같으므로 $2 \times 2 \times 2 = 8(\text{개})$ 이다.

25. 두 집합 A, B 의 교집합과 합집합을 다음 보기와 같이 나타내기로 한다. 이때, 다음 그림을 만족하는 집합 Y 를 구하여라.

<보기>



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : {리, 랑}

해설

$Y \cup \{\text{한, 국}\} = \{\text{한, 리, 국, 랑}\}$ 이므로 $\{\text{리, 랑}\} \subset Y \subset \{\text{한, 리, 국, 랑}\}$ 이다.
또, $\{\text{아, 리, 랑}\} \cap X = Y$ 이므로 $Y \subset \{\text{아, 리, 랑}\}$ 이다.
따라서 $Y = \{\text{리, 랑}\}$ 이다.

26. 어떤 수와 126 의 최소공배수가 378 이라고 한다.
어떤 수가 될 수 있는 두 자리의 수를 모두 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : 27

▶ 정답 : 54

해설

$$126 = 2 \times 3^2 \times 7$$

$$378 = 2 \times 3^3 \times 7$$

어떤 수 : $3^3, 2 \times 3^3$

27. $11011_{(2)}$ 과 서로소인 수는? [배점 3, 중하]

- ① 3 ② 5 ③ 6 ④ 9 ⑤ 12

해설

$11011_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 16 + 8 + 2 + 1 = 27 = 3^3$ 이므로 소인수로 3 을 갖지 않는 수를 찾는다.

28. 다음 이진법으로 나타낸 두 수에서 ㉠이 실제로 나타내는 값은 ㉡이 실제로 나타내는 값의 몇 배인지 구하여라.

$$\frac{101101_{(2)}}{㉠} \quad \frac{101101_{(2)}}{㉡}$$

[배점 3, 중하]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1_{(2)} \\ \uparrow & & & & & \\ & 2^5 \text{의 자리} & & & & \end{array}$$

$$\therefore \textcircled{1} = 1 \times 2^5 = 32$$

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1_{(2)} \\ \uparrow & & & & & \\ & 2^3 \text{의 자리} & & & & \end{array}$$

$$\therefore \textcircled{2} = 1 \times 2^3 = 8$$

$$\text{따라서 } \textcircled{2} \div \textcircled{1} = 8 \div 32 = \frac{1}{4} \text{ 이다.}$$

29. 두 집합 A, B 에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $A \subset B$ 이면 $n(A) < n(B)$ 이다.
- ② $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.
- ③ $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $n(A) = n(B)$ 이다.
- ④ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.
- ⑤ $n(A) \leq n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.

해설

- ① $A \subset B$ 이면 $n(A) \leq n(B)$ 이다.
- ② : (반례) $A = \{1\}, B = \{2, 3\}$
- ④ : (반례) $A = \{1, 2\}, B = \{3, 4\}$
- ⑤ : (반례) $A = \{1, 2\}, B = \{3, 4, 5\}$

30. 135 에 가장 작은 수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 어떤 수를 곱하면 되는가?

[배점 4, 중중]

- ① 6 ② 10 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

해설

$$135 = 3^3 \times 5$$

곱해야 할 가장 작은 자연수는 $3 \times 5 = 15$

31. $20 \times \square$ 의 약수의 개수가 18개일 때, $\square$ 안에 들어갈 가장 작은 자연수는? [배점 4, 중중]

- ① 4 ② 8 ③ 9 ④ 25 ⑤ 49

해설

- (i) $\square = 2^a$ 일 때 $18 = (8+1) \times (1+1)$ 이므로
 $\square = 2^6 = 64$
- (ii) $\square \neq 2^a$ 일 때 $18 = (2+1) \times (a+1) \times (1+1)$
 $a = 2$, 가장 작은 자연수는 $3^2 = 9$
 $\therefore$ (i), (ii)에서 가장 작은 자연수는 9

32. 소인수분해한 세 자연수 $2^a \times b, 2^2 \times 3^b \times c, 2^2 \times 3^2$ 의 최대공약수는 6 이고 최소공배수는 540 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 9

해설

$$6 = 2 \times 3, 540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$$

최대공약수가 2×3 이므로 $a = 1, b = 3$

최소공배수가 $2^2 \times 3^3 \times 5$ 이므로 $c = 5$

$$\therefore 1 + 3 + 5 = 9$$

33. 세 수 6, 8, 12 어느 것으로 나누어도 나머지가 5 인
가장 작은 세 자리의 자연수를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 101

해설

구하는 수를 A 라 하면

$A = (6, 8, 12 \text{의 공배수}) + 5$ 인 수 중 가장 작은
세 자리 자연수,

6, 8, 12 의 최소공배수는 24 이다.

24 의 배수는 24, 48, 72, 96, 120, ...

따라서 $A = 96 + 5 = 101$ 이다.