

단원 종합 평가

1. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 한 자리 자연수}\}$ 의 부분집합 중 원소 3, 6, 9 는 포함하고 원소 2, 4, 8 은 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 8개

해설

$$n(A) = 9$$

$$\therefore 2^9 - 3 - 3 = 2^3 = 8$$

2. 다음에서 $B \subset A$ 인 것은? [배점 2, 하중]

① $A = \{x \mid x \text{는 자연수}\}, B = \{2, 3, 5, 7, \dots\}$

② $A = \{x \mid x \text{는 홀수}\}, B = \{x \mid x \text{는 짝수}\}$

③ $A = \{1, 3, 5\}, B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

④ $A = \{1, 3, 9\}, B = \{1, 2, 3, 6\}$

⑤ $A = \emptyset, B = \{\neg, \perp, \sqsupset\}$

해설

② 포함관계가 없다.

③ $A \subset B$

④ 포함관계가 없다.

⑤ $A \subset B$

3. 다음 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cap B$ 와 $A \cup B$ 를 구한 것이다. 빈칸에 들어갈 알맞은 원소를 차례대로 써라.

$A = \{x \mid x \text{는 6 미만의 자연수}\}$

$B = \{x \mid x \text{는 9의 약수}\}$

$A \cap B = \{\square, 3\}$

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, \square, 9\}$ [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 1

▷ 정답: 5

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{1, 3, 9\}$

$A \cap B = \{1, 3\}, A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 9\}$

4. 두 집합 $A = \{a, b, \square\}, B = \{b, c, \triangle\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, \square, \triangle 안에 각각 들어갈 알파벳을 차례로 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: c

▷ 정답: a

해설

$A = B$ 이면 집합 A, B 의 모든 원소가 같아야 한다.

집합 A 의 $\square = c$ 이고, 집합 B 의 $\triangle = a$ 이다.

5. 108 의 약수의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 12개

해설

$$108 = 2^2 \times 3^3$$

$$\text{약수의 개수} : (2 + 1) \times (3 + 1) = 12$$

해설

$$\begin{array}{r} 2) 16 \quad 40 \\ 2) \quad 8 \quad 20 \\ 2) \quad 4 \quad 10 \\ \quad 2 \quad 5 \end{array}$$

$$\text{최소공배수} : 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 80$$

6. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)
[배점 2, 하중]

- ① 1 은 소수가 아니다.
- ② 모든 소수는 홀수이다.
- ③ 모든 수는 약수의 개수가 2 개 이상이다.
- ④ 가장 작은 소수는 3 이다.
- ⑤ 4 와 9 는 서로소이다.

해설

- ② 소수는 2, 3, 5, 7, ... 이다.
- ③ 1 의 약수는 1 뿐이다.
- ④ 가장 작은 소수는 2 이다.

8. 두 집합 $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{a, c, e, f\}$ 에 대하여 $(A \cap B) \subset X \subset (A \cup B)$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?
[배점 3, 하상]

- ① 8 개 ② 10 개 ③ 12 개
- ④ 14개 ⑤ 16 개

해설

$\{a, c\} \subset X \subset \{a, b, c, d, e, f\}$ 이므로
집합 X 는 $\{a, b, c, d, e, f\}$ 의 부분집합 중 a, c 를 원소로 갖는 집합이다.
따라서 집합 X 의 개수는 $2^4 = 16$ (개)이다.

7. 다음 □안에 알맞은 수를 써넣고, 최소공배수를 구하여라.

$$\begin{array}{r} 2) 16 \quad 40 \\ \square) \quad 8 \quad 20 \\ \square) \quad \square \quad 10 \\ \quad 2 \quad \square \end{array}$$

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 80

9. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 5, 7\}$ 일 때, $n(A \cup B)$ 를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$ 이므로
원소의 개수 $n(A \cup B) = 6$ 이다.

14. 우리 반 수학 선생님은 18 일에 한 번씩 노트 검사를 하고, 27 일에 한 번씩 쪽지시험을 친다. 오늘 쪽지시험과 노트검사를 동시에 했다면, 며칠 후에 다시 동시에 검사를 하는가?

[배점 3, 하상]

- ① 9 일 후 ② 45 일 후 ③ 54 일 후
④ 124 일 후 ⑤ 162 일 후

해설

18 일마다 한 번씩 노트 검사를 하고, 27 일마다 한 번씩 쪽지시험을 친다고 하였으므로 18 과 27 의 최소공배수인 54 일 후 다시 동시에 검사를 하게 된다.

15. 다음 중에서 천의 자리 숫자가 5, 십의 자리 숫자가 4, 일의 자리 숫자가 3 인 네 자리 자연수를 나타낸 것은? [배점 3, 하상]

- ① 543 ② 5403 ③ 50403
④ 5043 ⑤ 5430

해설

$$5 \times 10^3 + 4 \times 10 + 3 \times 1 = 5043$$

16. $A = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 약수}\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 48 \text{의 약수}\}$ 이고 $A \subset B$ 일 때, \square 안에 들어갈 수 있는 수는 몇 개인지 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 10개

해설

\square 은 48 의 약수이므로

48 의 약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48

17. 다음 중 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$ 의 부분집합이 아닌 것은? [배점 3, 중하]

- ① \emptyset
② $\{2\}$
③ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}$
④ $\{5, 7\}$
⑤ $\{x \mid 2 < x < 8 \text{인 홀수}\}$

해설

$$A = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$\textcircled{3} \{1, 3, 5\} \not\subset A$$

$$\textcircled{5} \{3, 5, 7\} \subset A$$

18. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$ 일 때, $B \subset A$ 를 만족하는 B 가 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 3, 중하]

- ① $B = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$
② $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 미만의 짝수}\}$
③ $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$
④ $B = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{ 미만의 } 6 \text{의 배수}\}$
⑤ $B = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{의 약수}\}$

해설

$$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

- ① $B = \{1, 2, 4, 8\}$
- ② $B = \{2, 4, 6, 8\}$
- ③ $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
- ④ $B = \{6, 12, 18, 24\}$
- ⑤ $B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$

19. 집합 $A = \{x \mid 6 \times x = 7 \text{인 자연수}\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 1 개

해설

$$A = \emptyset$$

모든 집합의 부분집합에는 \emptyset 과 자기 자신이 포함되는데 \emptyset 은 \emptyset 과 자기 자신이 같으므로 집합 A 의 부분집합의 개수는 1 개

20. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{보다 크고 } 15 \text{보다 작은 } 3 \text{의 배수}\}$ 일 때, 원소 3 또는 6 을 포함하는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 12 개

해설

$$A = \{3, 6, 9, 12\}$$

원소 3 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{4-1} = 8 \text{ (개)}$$

원소 6 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{4-1} = 8 \text{ (개)}$$

원소 3, 6 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{4-2} = 4 \text{ (개)}$$

원소 3 또는 6 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$$8 + 8 - 4 = 12 \text{ (개)}$$

21. 두 집합

$$A = \{x \mid x \text{는 이진법으로 나타내면 다섯 자리의 수}\},$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\} \text{ 일 때, } n(A \cap B) \text{ 를 구하여라.}$$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$10000_{(2)} = 16, 11111_{(2)} = 31 \text{ 이므로}$$

$$A = \{16, 17, 18, \dots, 31\}$$

$$A \cap B = \{18, 21, 24, 27, 30\}$$

$$\therefore n(A \cap B) = 5$$

22. 사과 24 개와 배 36 개를 될 수 있는대로 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 몇 명에게 나누어 줄 수 있는가? [배점 3, 중하]

① 10 명 ② 11 명 ③ 12 명

④ 13 명 ⑤ 14 명

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36 \ 24} \\ 2 \overline{) 18 \ 12} \\ 3 \overline{) 9 \ 6} \\ \quad 3 \ 2 \end{array} \quad 2 \times 2 \times 3 = 12$$

23. $2^5 < A < 2^6$ 인 A 를 이진법으로 나타내면 몇 자리 수가 되는지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 6자리 수

해설

$$\begin{aligned} 2^5 &= 1 \times 2^5 = 100000_{(2)} \\ 2^6 &= 1 \times 2^6 = 1000000_{(2)} \end{aligned}$$

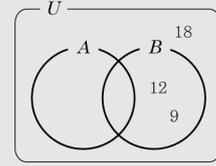
따라서 A 는 이진법으로 나타내면 6 자리 수이다.

24. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 20 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $B - A = \{9, 12\}$ 이고 $(A \cup B)^c = \{18\}$ 일 때, 집합 A 는? [배점 4, 중중]

- ① $\{3, 6, 9\}$ ② $\{3, 6, 12\}$
 ③ $\{3, 6, 15\}$ ④ $\{6, 12, 15\}$
 ⑤ $\{12, 15, 18\}$

해설

$U = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ 이므로
 주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A = \{3, 6, 15\}$ 이다.



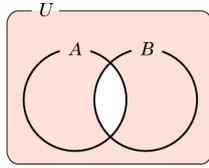
25. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x | x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{1, 2, 4\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $A \cap B = \{1, 2\}$
 ② $A - B = \{3, 6\}$
 ③ $A - B^c = \{3, 5\}$
 ④ $A^c - B^c = \{4\}$
 ⑤ $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6\}$

해설

$A = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로
 ③ $A - B^c = \{1, 2\}$ 이다.

26. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 4, 8\}$, $B = \{2, 6, 8\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은?

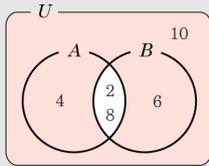


[배점 4, 중중]

- ① $\{2, 4, 6\}$ ② $\{4, 6, 8\}$
- ③ $\{4, 6, 10\}$ ④ $\{6, 8, 10\}$
- ⑤ $\{2, 4, 6, 8\}$

해설

$U = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 이므로



색칠한 부분은 $\{4, 6, 10\}$ 이다.

27. 어떤 자연수로 300 을 나누면 12 가 부족하고 200 을 나누면 8 이 부족하고, 100 을 나누면 4 가 부족하다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 것을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ **답:**

▶ **정답:** 104

해설

$300 + 12 = 312$, $200 + 8 = 208$, $100 + 4 = 104$ 의 최대공약수는 104 이다.

28. 72 에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱을 만들려고 한다. 이 때, 곱할 수 있는 가장 작은 두 자리의 자연수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ **답:**

▶ **정답:** 18

해설

$72 \times n = 2^3 \times 3^2 \times n = m^2$ 이라 하면

가장 작은 $n = 2$

따라서 n 은

$$2 \times 1^2 = 2$$

$$2 \times 2^2 = 8$$

$$2 \times 3^2 = 18$$

$$2 \times 4^2 = 32$$

그러므로 가장 작은 두 자리의 자연수 n 은 18 이다.

29. 다음 보기 중 틀린 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 1 은 모든 자연수의 약수이다.
- ㉡ 소수의 약수의 개수는 2 개 미만이다.
- ㉢ 1 을 제외한 모든 자연수는 약수의 개수가 2 개 이상이다.
- ㉣ 152 와 209 는 서로소이다.
- ㉤ 소수에는 2 의 배수가 없다.

[배점 4, 중중]

해설

㉠ 소수의 약수의 개수는 2 개뿐이다.

㉢ 152 와 209 의 최대공약수가 19 이므로 서로소가 아니다.

㉤ 소수에는 2 의 배수인 2 가 있다.

30. 두 집합

$A = \{2a, a + 6, 3a - 1\}$, $B = \{2a + 1, a + 2, 8\}$ 에 대하여 $A \subset B$, $B \subset A$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$A = B$ 이므로 $8 \in A$

$2a = 8$ 또는 $a + 6 = 8$ 또는 $3a - 1 = 8$

(i) $2a = 8$ 일 때, $a = 4$

$A = \{8, 10, 11\}$, $B = \{6, 8, 9\}$

$A \neq B$ 이므로 조건에 맞지 않는다.

(ii) $a + 6 = 8$ 일 때, $a = 2$

$A = \{4, 5, 8\}$, $B = \{4, 5, 8\}$

$A = B$ 이므로 조건에 적합.

(iii) $3a - 1 = 8$ 일 때, $a = 3$

$A = \{6, 8, 9\}$, $B = \{5, 7, 8\}$

$\therefore A \neq B$ 이므로 조건에 맞지 않는다.

(i), (ii), (iii)으로 부터 $a = 2$

31. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A^c \cup B = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $B - A = \{7, 8, 9\}$, $A^c \cap B^c = \{6\}$ 일 때, $n(A)$ 를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

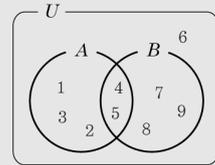
▷ 정답: 5

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 이다.

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이다.

따라서 $n(A) = 5$ 이다.



32. 어떤 수와 28 의 최대공약수는 14 이고 최소공배수는 84 일 때, 어떤 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 42

해설

$$(\text{어떤수}) \times 28 = 14 \times 84$$

$$\therefore (\text{어떤수}) = 42$$

33. 서로 맞물려 도는 톱니바퀴 ㉠과 ㉡이 있다. ㉠의 톱니 수는 20, ㉡의 톱니 수는 15일 때, 이 톱니가 같은 이에서 다섯 번째로 다시 맞물리는 것은 ㉡이 몇 바퀴 돈 후인가? [배점 5, 중상]

- ① 16 바퀴 ② 18 바퀴 ③ 20 바퀴
- ④ 21 바퀴 ⑤ 24 바퀴

해설

20 와 15 의 최소공배수는 60 이다.

같은 지점에 첫번째로 맞물릴 때까지 ㉠ 톱니바퀴
는 $60 \div 15 = 4$ (바퀴) 회전하므로

다섯번째로 맞물릴때까지 바퀴 수는 $4 \times 5 = 20$
(바퀴) 이다.