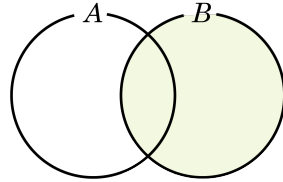


단원 종합 평가

1. 다음 벤 다이어그램에서



다이어그램에서

$n(A) = 15, n(A \cap B) = 4, n(A \cup B) = 24$ 일 때, 색칠된 부분의 원소의 개수를 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 13 개

해설

색칠된 부분은 집합 B 를 의미하므로 집합 B 의 원소의 개수를 구하면 된다.

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ 임을 이용하면 $24 = 15 + n(B) - 4$ 따라서 $n(B) = 13$ 이다.

2. 20의 약수의 모임을 집합 A 라고 할 때, $\square$ 안에 $\in$ 기호가 들어가야 하는 것은? [배점 2, 하중]

① $3 \square A$ ② $A \square 4$ ③ $6 \square A$

④ $1 \square A$ ⑤ $7 \square A$

해설

20의 약수는 1, 2, 4, 5, 10, 20이다. 3과 6, 7은 집합 A 의 원소가 아니고 1과 4는 집합 A 의 원소이다.

3. 집합 $A = \{3, 6, 9, 12, 15\}$ 에 대하여 12를 반드시 포함하고 15를 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 8 개

해설

$$2^{5-2} = 2^3 = 8 \text{ (개)}$$

4. 다음 중 옳은 것은?

보기

㉠ $A = \{1, 2, 3, 6\}$ 이면 $6 \in A$ 이다.

㉡ $A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{2, 3\}$ 이면 $A \subset B$ 이다.

㉢ $a \subset \{a, b, c\}$

[배점 2, 하중]

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{2, 3\}$ 이면 $B \subset A$ 이다.

㉢ $a \in \{a, b, c\}$

5. 다음 두 수의 최대공약수를 구하여라.

$$2^2 \times 3 \times 5^2, 2 \times 3^3 \times 7^2$$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$2 \times 3 = 6$$

6. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 21$,
 $n(B) = 14$, $n(A \cup B) = 29$ 일 때, $n(A \cap B)$ 의
 값은? [배점 3, 하상]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ 29 &= 21 + 14 - n(A \cap B) \\ \therefore n(A \cap B) &= 6 \end{aligned}$$

7. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 5, 7\}$ 일
 때, $n(A \cup B)$ 를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$ 이므로
 원소의 개수 $n(A \cup B) = 6$ 이다.

8. 다음에서 서로 같은 집합이 몇 쌍인지 구하여라.

보기

- | | |
|-------------------|---------------------------|
| ㉠ $\{5, 10, 15\}$ | ㉡ $\{5, 15\}$ |
| ㉢ $\{10, 15, 5\}$ | ㉣ $\{5, 15, 25\}$ |
| ㉤ $\{10, 15\}$ | ㉥ $\{25, 5, 3 \times 5\}$ |

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2 쌍

해설

㉠ = ㉡
 ㉣ = $\{25, 5, 3 \times 5\} = \{25, 5, 15\}$ 이므로
 ㉣ = ㉥
 따라서 ㉠과 ㉡, ㉣과 ㉥ 두 쌍이다.

9. 다음 중 옳은 것은?

보기

- ㉠ $n(\emptyset) = 0$
 ㉡ $A \subset B$ 이면, $n(A) \leq n(B)$ 이다.
 ㉢ $n(\{x \mid x \text{는 } 1 \text{ 이상 } 4 \text{ 이하의 짝수}\}) = 2$
 ㉣ $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$
 ㉤ $n(\{a, b, c, d\}) - n(\{e\}) = 3$

[배점 3, 하상]

- ① ㉡, ㉢, ㉤ ② ㉠, ㉢, ㉣
 ③ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤ ④ ㉡, ㉢, ㉣, ㉤
 ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉔ 반례 : $A = \{2\}$, $B = \{1, 3\}$

10. 두 자연수 a, b 의 최대공약수가 15라고 한다. a, b 의 공약수의 개수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4개

해설

공약수는 최대공약수의 약수
15의 약수 : 1, 3, 5, 15

11. 서로 맞물려 도는 두 톱니바퀴 A, B가 있다. A의 톱니바퀴의 수는 36개, B의 톱니바퀴의 수는 48개일 때, 두 톱니바퀴가 같은 톱니에서 처음으로 다시 맞물리는 것은 A가 몇 바퀴 돈 후인가? [배점 3, 하상]

- ① 4바퀴 ② 5바퀴 ③ 6바퀴
④ 7바퀴 ⑤ 8바퀴

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$, $48 = 2^4 \times 3$ 의
최소공배수는 $2^4 \times 3^2 = 144$ 이다.
 $\therefore A$ 가 돈 회수는 $\frac{144}{36} = 4$ (바퀴)이다.

12. 어떤 수로 33을 나누면 나누어 떨어지고, 25를 나누면 3이 남고, 51을 나누면 4가 모자란다고 한다. 이러한 수 중 가장 큰 수는? [배점 3, 하상]

- ① 3 ② 7 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

어떤 수는 $33, 25 - 3 = 22, 51 + 4 = 55$ 의 공약수이다.
이 중 가장 큰 수는 세 수의 최대공약수이므로 11이다.

13. 전체집합 U 와 두 부분집합 A, B 에 대하여
 $U = A \cup B$, $A = \{x \mid x \text{는 } 40 \text{의 약수}\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 25 \text{의 약수}\}$ 일 때, $(A \cup B^c) \cap (A^c \cup B)$ 의 원소의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2개

해설

$A = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40\}$
 $B = \{1, 5, 25\}$
 $A \cap B = \{1, 5\}$

14. 두 집합 $B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$,
 $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 배수}\}$ 일 때, $A - B$ 를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\emptyset$

해설

$A \subset B$ 이므로 $A - B = \emptyset$ 이다.

15. 다음 $\square$ 안에 들어갈 가장 큰 자연수를 구하여라.

두 집합 $X = \{1, 3, 5, 7, \dots, 49\}$, $Y = \{x | x \text{는 } \square \text{미만의 홀수}\}$ 이면 $X = Y$ 이다.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 51

해설

집합 X 의 원소는 1부터 49까지의 홀수들의 모임이다. 따라서 $\square$ 안에 들어갈 가장 큰 자연수는 51이다.

16. 두 집합 $A = \{11, 13\}$, $B = \{9, 11, 13, 15, 17\}$ 에 대하여 $A \subset X \subset B$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8개

해설

집합 X 는 집합 B 의 부분집합 중 원소 11, 13을 모두 포함하는 집합이므로 구하는 집합 X 의 개수는 $2^{5-2} = 2^3 = 8$ (개)

17. 두 집합 A, B 에 대하여, 집합 $A = \{1, 2, 4\}$, $A \cup B = \{x | x \text{는 } 52 \text{의 약수}\}$ 이다. 이를 만족하는 집합 B 로 가능하지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $\{13, 26, 52\}$ ② $\{3, 13, 26, 52\}$
- ③ $\{1, 2, 13, 26, 52\}$ ④ $\{2, 4, 13, 26, 52\}$
- ⑤ $\{1, 2, 4, 13, 26, 52\}$

해설

$A = \{1, 2, 4\}$, $A \cup B = \{1, 2, 4, 13, 26, 52\}$ 이므로 $\{13, 26, 52\} \subset B \subset (A \cup B)$ 이어야 한다.

② $3 \notin A \cup B$

18. 다음 중 3의 배수가 아닌 것은? [배점 3, 중하]

- ① 129 ② 672 ③ 501
- ④ 342 ⑤ 781

해설

3의 배수는 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이다.

⑤ $7 + 8 + 1 = 16$ 은 3의 배수가 아니므로 781은 3의 배수가 아니다.

19. 다음과 같이 이진법으로 나타낸 두 수 $\ominus, \oplus$ 이 있다. $\ominus + \oplus$ 의 값을 이진법으로 옳게 나타낸 것을 골라라.

$\ominus 10011_{(2)}$ $\oplus 1110_{(2)}$

[배점 3, 중하]

- ① $100001_{(2)}$ ② $100010_{(2)}$ ③ $100011_{(2)}$
- ④ $100100_{(2)}$ ⑤ $100110_{(2)}$

해설

$$\begin{aligned}\textcircled{7} &= 10011_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 16 + 2 + 1 = 19 \\ \textcircled{14} &= 1110_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 = 8 + 4 + 2 = 14 \\ \textcircled{7} + \textcircled{14} &= 19 + 14 = 33 = 32 + 1 = 1 \times 2^5 + 1 = 100001_{(2)}\end{aligned}$$

해설

a 와 12 의 공배수가 12 의 배수와 같다는 것은 a 와 12 의 최소공배수가 12 이라는 뜻이므로 a 와 12 의 최소공배수가 12 가 나오기 위해서는 a 가 12 의 약수가 되어야 한다.
24 는 12 의 약수가 아니고 a 가 24 가 될 경우 24 와 12 의 최소공배수는 24 이므로 24 가 아니다.

20. 1부터 100까지의 자연수 중에서 5의 배수도 아니고 7의 배수도 아닌 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 68 개

해설

1 부터 100 까지의 자연수 중에서 5 의 배수를 A_5 , 7 의 배수를 A_7 라 할 때,
 $100 = 5 \times 20, 100 = 7 \times 14 + 2$
 $n(A_5) = 20, n(A_7) = 14, n(A_5 \cap A_7) = n(A_{35}) = 2,$
5 의 배수이거나 7 의 배수인 수의 갯수
 $n(A_5 \cup A_7) = n(A_5) + n(A_7) - n(A_{35}) = 20 + 14 - 2 = 32(\text{개}),$
5 의 배수도 아니고 7 의 배수도 아닌 수의 갯수는
 $n((A \cup B)^c) = 100 - 32 = 68(\text{개})$

22. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

[배점 4, 중중]

- ① $A = \emptyset$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.
- ② $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.
- ③ $A \subset B$ 이면 $n(A) \leq n(B)$ 이다.
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$ 이면 $n(A) = 3$ 이다.
- ⑤ $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{2, 4, 6\}) = 1$ 이다.

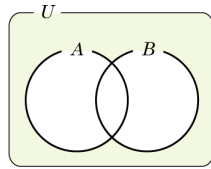
해설

- ② 반례 : $A = \{1, 3\}, B = \{2, 4\}$
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$ 이면 $n(A) = 5$ 이다.
- ⑤ $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{2, 4, 6\}) = 0$ 이다.

21. a 와 12 의 공배수가 12 의 배수와 같을 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은? [배점 3, 중하]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 12 ⑤ 24

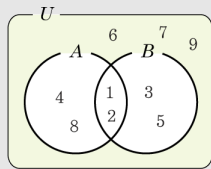
23. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{x | x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, B = \{1, 2, 3, 5\}$ 일 때, 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



[배점 4, 중중]

- ① $\{6\}$ ② $\{5, 7\}$ ③ $\{5, 6, 7\}$
 ④ $\{6, 7, 8\}$ ⑤ $\{6, 7, 9\}$

해설



$A = \{1, 2, 4, 8\}$ 이므로 색칠한 부분은 $\{6, 7, 9\}$ 이다.

24. 집합 $A = \{2, 3, a + 2\}, B = \{3, 5, a\}$ 에 대하여, $A \cup B = \{2, 3, 4, 5\}$ 일 때, 집합 $A \cap B$ 는?

[배점 4, 중중]

- ① $\{2\}$ ② $\{3\}$ ③ $\{2, 3\}$
 ④ $\{2, 4\}$ ⑤ $\{2, 3, 5\}$

해설

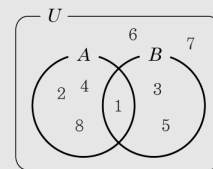
$a + 2 > a$ 이므로 $a + 2 = 4, a = 2$
 $A = \{2, 3, 4\}, B = \{2, 3, 5\}$
 $\therefore A \cap B = \{2, 3\}$

25. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 9 \text{보다 작은 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x | x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, B = \{1, 3, 5\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $A^c = \{3, 5, 6, 7\}$ ② $B - A = \{3, 5\}$
 ③ $A^c \cap B^c = \{6, 7\}$ ④ $n(A \cup B) = 6$
 ⑤ $n((A \cap B)^c) = 8$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}, A = \{1, 2, 4, 8\}, B = \{1, 3, 5\}$ 이므로 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



⑤ $n((A \cap B)^c) = 7$

26. 두 자연수 $6 \times x, 8 \times x$ 의 최소공배수가 216 일 때, 자연수 x 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$$\begin{array}{r} 6 \times x = 2 \times 3 \times x \\ 8 \times x = 2^3 \times x \\ \hline \text{최소공배수} : 2^3 \times 3 \times x = 216 \cdots ① \\ 24 \times x = 216 \\ x = 216 \div 24 = 9 \end{array}$$

27. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 360 \text{의 소인수}\}$,
 집합 $B = \{x \mid x \text{는 } 420 \text{의 소인수}\}$ 일 때, 다음 중
 옳은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $n(A) = 24$ ② $n(B) = 3$
 ③ $n(A - B) = 0$ ④ $n(A \cap B) = 2$
 ⑤ $A = B$

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$, $420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 이므로
 $A = \{2, 3, 5\}$, $B = \{2, 3, 5, 7\}$ 이다.
 ③ $n(A - B) = n(\emptyset) = 0$

28. 가로, 세로의 길이가 각각 12cm, 18cm 인 직사각형
 모양의 종이를 서로 겹치지 않게 붙여서 정사각형을
 만들려고 한다. 이 종이를 만들 수 있는 가장 작은
 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.
 [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 36 cm

해설

12와 18의 최소공배수는 36 이므로 정사각형의
 한 변의 길이는 36 cm 이다.

29. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$
 일 때, 다음 중 옳은 것은?(정답 2개) [배점 5, 중상]

- ① $B - A = \emptyset$
 ② $A \cap B^c = A$
 ③ $A^c \subset B^c$
 ④ $(A \cap B^c) \cap (B \cap A^c) = \emptyset$
 ⑤ $U^c \subset \emptyset$

해설

- ① $B - A = \emptyset$
 ② $A \cap B^c = \emptyset$
 ③ $B^c \subset A^c$

30. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳은 것은?
 [배점 5, 중상]

- ① $A \cap B \neq B \cap A$
 ② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = A$
 ③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = B$
 ④ $n(A \cap B \cap \emptyset) = 0$
 ⑤ $A \subset (A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

- ① $A \cap B = B \cap A$
 ② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$
 ③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$
 ⑤ $(A \cap B) \subset A \subset (A \cup B)$

31. 두 집합

$A = \{x \mid x \text{는 } n \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 54 \text{의 약수}\}$
에 대하여 $A \subset B, A \neq B$ 이기 위한 자연수 n 의
값은 모두 몇 개인지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 7개

해설

n 은 54를 뺀 54의 약수이므로 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27
이다. 따라서 7개이다.

32. 세 자연수의 비가 $3:5:9$ 이고, 최소공배수가 810 일
때, 세 자연수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 54

▷ 정답: 90

▷ 정답: 162

해설

세 자연수를 $3 \times x, 5 \times x, 9 \times x$ 라 하면

$$\begin{array}{r} x) \quad 3 \times x \quad 5 \times x \quad 9 \times x \\ 3) \quad 3 \quad 5 \quad 9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 5 \quad 3 \\ x \times 3 \times 5 \times 3 = 810, x = 18 \end{array}$$

$$x \times 3 \times 5 \times 3 = 810, x = 18$$

따라서 세 자연수는 54, 90, 162 이다.

33. 다음 식의 결과를 이진법으로 나타내면 끝자리의 0은
몇 개가 연속으로 오는지 구하여라.

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10$$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 8개

해설

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10$$

$$= 1 \times 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times 2 \times 3 \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \times 2 \times 5$$

$$= 1 \times 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$$

따라서 2^8 의 배수이므로 끝자리의 0이 연속으로
8개 온다.