

확인학습1(0708)

1. $(a+2)(a-3)$ 을 전개하면? [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: $a^2 - a - 6$

해설

생략

2. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 2, 하중]

① $0 < x < 2$ 일 때 $\sqrt{x^2} + \sqrt{(x-2)^2} = 2$ 이다.

② $(2\sqrt{3} + \sqrt{2})(-\sqrt{2} + \sqrt{3}) = -4 - \sqrt{6}$

③ $-\frac{1}{2}(2a - 6b) = -a - 3b$

④ $(-2x + y)(2x + y) = -4x^2 + y^2$

⑤ $(a - b)(-a + b) = (a + b)^2$

해설

① $0 < x < 2$ 일 때, $x > 0, x - 2 < 0$ 이므로
 $\sqrt{x^2} + \sqrt{(x-2)^2} = x + \{-(x-2)\} = 2$

② $(2\sqrt{3} + \sqrt{2})(-\sqrt{2} + \sqrt{3})$
 $= -2\sqrt{6} + 6 - 2 + \sqrt{6}$
 $= 4 - \sqrt{6}$

③ $-\frac{1}{2}(2a - 6b) = -a + 3b$

④ $(-2x + y)(2x + y) = -(2x - y)(2x + y)$
 $= -(4x^2 - y^2) = -4x^2 + y^2$

⑤ $(a - b)(-a + b) = (a - b)\{-(a - b)\} = -(a - b)^2$

3. 다음 식을 전개할 때, x 의 계수가 가장 큰 것은? [배점 3, 하상]

① $(3x + 1)^2$

② $(3x - 1)^2$

③ $(3x - 1)(x - 3)$

④ $(3x + 1)(x + 3)$

⑤ $(3x + 1)(3x - 1)$

해설

① $9x^2 + 6x + 1$, x 의 계수 $\Rightarrow 6$

② $9x^2 - 6x + 1$, x 의 계수 $\Rightarrow -6$

③ $3x^2 - 10x + 3$, x 의 계수 $\Rightarrow -10$

④ $3x^2 + 10x + 3$, x 의 계수 $\Rightarrow 10$

⑤ $9x^2 - 1$, x 의 계수 $\Rightarrow 0$

4. $2(x-3)^2 + (x+2)(3x+1)$ 를 전개하면? [배점 3, 하상]

① $x^2 - 5x + 20$

② $5x^2 + 5x + 20$

③ $5x^2 - 5x - 20$

④ $5x^2 + 5x - 20$

⑤ $5x^2 - 5x + 20$

해설

$2(x-3)^2 + (x+2)(3x+1)$
 $= 2(x^2 - 6x + 9) + (3x^2 + x + 6x + 2)$
 $= 2x^2 - 12x + 18 + 3x^2 + 7x + 2$
 $= 5x^2 - 5x + 20$

5. 다음 중 옳은 것은?

[배점 3, 하상]

① $(a-b)^2 = (b-a)^2$

② $(-a+b)(a+b) = a^2 - b^2$

③ $(-a-b)^2 = -(a+b)^2$

④ $(2a+2b)^2 = 2(a+b)^2$

⑤ $(2a-3b)^2 = 4a^2 - 9b^2$

해설

① $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 = (b-a)^2$

② $(-a+b)(a+b) = b^2 - a^2$

③ $(-a-b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \neq -(a+b)^2$

④ $(2a+2b)^2 = \{2(a+b)\}^2 = 4(a+b)^2$

⑤ $(2a-3b)^2 = 4a^2 - 12ab + 9b^2$

6. $(ax+4)(5x-b)$ 를 전개한 식이 $cx^2 + 16x - 8$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

[배점 3, 하상]

① 6

② -8

③ 10

④ -12

⑤ 14

해설

$(ax+4)(5x-b) = 5ax^2 + (-ab+20)x - 4b$
 $5ax^2 + (-ab+20)x - 4b = cx^2 + 16x - 8$ 에서
 $-4b = -8, b = 2$
 $-ab+20 = -2a+20 = 16, a = 2$
 $5a = c, c = 10$
 $\therefore a+b+c = 2+2+10 = 14$

7. $(2x+3)(ax-5) = 6x^2 - x - 15$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: $a = 3$

해설

$2ax^2 + 3ax - 10x - 15 = 6x^2 - x - 15$

x 항을 비교하면 $(3a-10)x = -x, 3a-10 = -1$

$\therefore a = 3$

8. $(5x+a)(3x-2)$ 의 전개식에서 x 의 계수와 상수항이 서로 같을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: $a = 2$

해설

$15x^2 + (3a-10)x - 2a$ 에서 $3a-10 = -2a$

$\therefore a = 2$

9. $(2x+3)(x-5)$ 를 계산하기 위해서 필요한 식을 고르면?

[배점 3, 하상]

① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

② $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

③ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

④ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

⑤ $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

해설

x 의 계수가 1이 아니므로 필요한 식은 $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$ 이다.

10. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $(x+y)^2 = (y+x)^2$
- ② $(-x+y)^2 = (y-x)^2$
- ③ $-(x-y)^2 = (x-y)^2$
- ④ $(x-y)^2 = (y-x)^2$
- ⑤ $(x+y)^2 = (-x-y)^2$

해설

③ $-(x-y)^2 = -x^2 + 2xy - y^2$ $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$
 $\therefore -(x-y)^2 \neq (x-y)^2$

11. $(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2$ 을 계산하여 $a-\sqrt{b}$ 의 꼴로 나타낼 때, $a+b$ 의 값은? [배점 3, 중하]

- ① 23 ② 25 ③ 27 ④ 29 ⑤ 31

해설

$(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2 = 2+3-2\sqrt{6} = 5-\sqrt{24}$

12. $(2x+a)^2$ 을 전개한 결과가 $4x^2+2bx+(b-1)$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $b=2a$ ② $a^2=b-1$
- ③ $(a-1)^2=0$ ④ $b^2=4b-4$
- ⑤ $a+b=2$

해설

$(2x+a)^2 = 4x^2 + 4ax + a^2 = 4x^2 + 2bx + (b-1)$
 $4a = 2b \Rightarrow b = 2a, a^2 = b-1$ 이므로 $b = 2a$ 를 $a^2 = b-1$ 에 대입하면 $(a-1)^2 = a^2 - 2a + 1 = 0$ 성립
 $a^2 - 2a + 1 = 0$ 에 $a = \frac{b}{2}$ 대입하면 $b^2 = 4b - 4$ 성립

해설

$(a-1)^2 = a^2 - 2a + 1 = 0$ 이면 $a=1, b=2$ ⑤
 $a=1, b=2$ 를 대입하면 $a+b=1+2=3 \therefore$ 성립하지 않는다.

13. $(x+y-2)(x+y+2)$ 의 전개식에서 xy 의 계수를 A , 상수항을 B 라 할 때, $A+B$ 의 값은? [배점 3, 중하]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(x+y-2)(x+y+2)$ 의 전개식에서 xy 의 항은 $xy+xy=2xy$, 상수항은 -4
 $\therefore A=2, B=-4$ 이고 $A+B=-2$

해설

$t = x + y$ 라고 놓으면,
 $(x + y - 2)(x + y + 2) = (t - 2)(t + 2) = t^2 - 4$
 $= (x + y)^2 - 4 = x^2 + 2xy + y^2 - 4$
 xy 의 계수 $A = 2$, 상수항 $B = -4$
 $\therefore A + B = 2 - 4 = -2$

14. $(2x + ay - 5)(x - 2y + 3)$ 을 전개하면 상수항을 제외한 각 항의 계수의 총합이 5 이다. 이 때, a 의 값을? [배점 3, 중하]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

상수항: -15
 $2x^2 - 4xy + 6x + axy - 2ay^2 + 3ay - 5x + 10y - 15$
 $= 2x^2 + x + (a - 4)xy - 2ay^2 + (3a + 10)y - 15$
상수항을 제외한 계수의 총합은
 $2 + 1 + (a - 4) - 2a + (3a + 10) = 5$ 에서 $2a + 9 = 5$
 $\therefore a = -2$

해설

식의 모든 문자에 1을 대입한 값이 계수의 총합이므로
 $(2 + a - 5)(1 - 2 + 3) = 2a - 6 = 5 + (-15)$
 $\therefore a = -2$

15. $(2x + a)(bx - 3) = 8x^2 + cx - 9$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 13

해설

$2bx^2 - 6x + abx - 3a = 8x^2 + cx - 9$
1) $2b = 8$ 에서 $b = 4$
2) $-3a = -9$ 에서 $a = 3$
3) $c = ab - 6$ 에서 $c = 6$
 $\therefore a + b + c = 4 + 3 + 6 = 13$

16. $(x - a)(x - 3) = x^2 - b^2$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, $b > 0$) [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 0

해설

$(x - a)(x - 3) = x^2 - b^2$
 $x^2 - 3x - ax + 3a = x^2 - b^2$
 $-3 - a = 0 \Rightarrow a = -3$
 $b^2 = 9 \Rightarrow b = 3 (\because b > 0)$
 $\therefore a + b = 0$

17. $(x + a)(x - 2) = x^2 + bx - 10$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 2

해설

(준식) $= x^2 - 2x + ax - 2a$
 $= x^2 + (a - 2)x - 2a$
 $-2a = -10, a = 5$
 $a - 2 = b, b = 3$
 $\therefore a - b = 5 - 3 = 2$

18. 찬우는 $(x+3)(x-4)$ 를 전개하는데 -4 를 A 로 잘못 보아서 $x^2 + 7x - B$ 로 전개하였고, 성철이는 $(2x+1)(x-3)$ 을 전개하는데 x 의 계수 2를 C 로 잘못 보아서 $Cx^2 + 7x - 3$ 으로 전개하였다. 이 때, 상수 A, B, C 의 합을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

$$\begin{aligned} 1) (x+3)(x+A) &= x^2 + (3+A)x + 3A = x^2 + 7x - B \\ 3+A &= 7, A=4 \quad 3A = -B, B = -12 \\ 2) (Cx+1)(x-3) &= Cx^2 + (1-3C)x - 3 = cx^2 + 7x - 3 \\ 1-3C &= 7, C = -2 \\ \therefore A+B+C &= 4-12-2 = -10 \end{aligned}$$

19. 다음 중 전개식이 $(a-b)^2$ 과 같은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $(a+b)^2$ ② $(-a+b)^2$ ③ $-(a+b)^2$
④ $(-a-b)^2$ ⑤ $-(a-b)^2$

해설

$$\begin{aligned} (a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \\ ① (a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ ② (-a+b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \\ ③ -(a+b)^2 &= -a^2 - 2ab - b^2 \\ ④ (-a-b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \\ ⑤ -(a-b)^2 &= -a^2 + 2ab - b^2 \end{aligned}$$

20. 곱셈공식을 이용하여 $(3x+2y)^2 - (5x+8y)(x-2y)$ 를 간단히 하면? [배점 4, 중중]

- ① $4x^2 + 14xy + 20y^2$ ② $4x^2 + 10xy + 12y^2$
③ $x^2 + 23xy - 12y^2$ ④ $x^2 + 30xy - 12y^2$
⑤ $14x^2 + 8xy + 20y^2$

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= 9x^2 + 12xy + 4y^2 - (5x^2 - 2xy - 16y^2) \\ &= 4x^2 + 14xy + 20y^2 \end{aligned}$$

21. $(x+y+3)(x+ay-7)$ 을 전개하면 상수항을 제외한 각 항의 계수의 합이 -4 이다. 이 때, a 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} \text{전개하면, } (x+y+3)(x+ay-7) &= x^2 + (a+1)xy + ay^2 - 4x + (3a-7)y - 21 \\ \text{상수항을 제외한 각 항의 계수의 합이 } -4 \text{ 이므로} \\ 1+a+1+a-4+3a-7 &= -4 \\ 5a-9 &= -4, a=1 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} \text{상수항은 } 3 \times (-7) &= -21 \text{ 이고 상수항을 제외한} \\ \text{각 항의 계수의 합이 } -4 \text{ 이므로} \\ \text{상수항을 포함한 모든 계수의 합은 } -25 \text{ 이다.} \\ \text{따라서, 준식에 } x=1, y=1 \text{ 을 대입하면} \\ (1+1+3)(1+a-7) &= -25 \\ 5(a-6) &= -25 \\ a-6 &= -5 \quad \therefore a=1 \end{aligned}$$

22. $\left(x^2 - 4 + \frac{4}{x^2}\right)\left(x + \frac{3}{x}\right)$ 을 전개한 식에서 $\frac{1}{x}$ 의 계수와 x 의 계수의 곱을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$\left(x^2 - 4 + \frac{4}{x^2}\right)\left(x + \frac{3}{x}\right)$ 의 전개식에서
 $\frac{1}{x}$ 의 항 : $-4 \times \frac{3}{x} + \frac{4}{x^2} \times x = -\frac{12}{x} + \frac{4}{x} = -\frac{8}{x}$ 에서
 $\frac{1}{x}$ 의 계수 : -8
 x 의 항 : $x^2 \times \frac{3}{x} - 4x = 3x - 4x = -x$ 에서
 x 의 계수 : -1
 $\therefore (-8) \times (-1) = 8$

23. $x = 6 - 2a$, $y = 5$ 일 때, $xy - 4x - 8a + 2ay$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= 5(6 - 2a) - 4(6 - 2a) - 8a + 10a \\ &= 30 - 10a - 24 + 8a - 8a + 10a \\ &= 6 \end{aligned}$$

24. $a^2 = 10$, $b^2 = 8$ 일 때, $\left(\frac{1}{3}a + \frac{3}{4}b\right)\left(\frac{1}{3}a - \frac{3}{4}b\right)$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{61}{18}$

해설

$$\frac{1}{9}a^2 - \frac{9}{16}b^2 = \frac{10}{9} - 9 \times \frac{8}{16} = \frac{10}{9} - \frac{9}{2} = -\frac{61}{18}$$

25. $(3x + 2 - \sqrt{5})(3x + 2 + \sqrt{5})$ 를 전개한 식에서 x^2 의 계수와 상수의 합은? [배점 4, 중중]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

주어진 식을 전개하면
 $(3x + 2 - \sqrt{5})(3x + 2 + \sqrt{5})$
 $= \{(3x + 2) - \sqrt{5}\}\{(3x + 2) + \sqrt{5}\}$
 $= (3x + 2)^2 - (\sqrt{5})^2$
 $= 9x^2 + 12x - 1$
 $\therefore x^2$ 의 계수는 9이고, 상수항은 -1 이므로 그 합은 $9 + (-1) = 8$

26. 다음 중에서 식을 옳게 전개한 것은?

[배점 5, 중상]

- ① $(2x - 3y)^2 = 4x^2 - 9y^2$
 ② $(x + 3)(x - 2) = x^2 - x - 6$
 ③ $(-x + 2y)^2 = x^2 - 4xy + 4y^2$
 ④ $(-x + 5)(-x - 5) = -x^2 - 25$
 ⑤ $(3x + 2y)^2 = 9x^2 + 6xy + 4y^2$

해설

- ① $(2x - 3y)^2 = 4x^2 - 12xy + 9y^2$
 ② $(x + 3)(x - 2) = x^2 + x - 6$
 ④ $(-x + 5)(-x - 5) = x^2 - 25$
 ⑤ $(3x + 2y)^2 = 9x^2 + 12xy + 4y^2$

27. 다음 중 $(-a + 2b)^2$ 과 전개식이 같은 것은?
 [배점 5, 중상]

- ① $-(a - 2b)^2$ ② $-(a + 2b)^2$
 ③ $(-a - 2b)^2$ ④ $(a - 2b)^2$
 ⑤ $(a + 2b)^2$

해설

- $(-a + 2b)^2 = a^2 - 4ab + 4b^2$
 ① $-(a - 2b)^2 = -a^2 + 4ab - 4b^2$
 ② $-(a + 2b)^2 = -a^2 - 4ab - 4b^2$
 ③ $(-a - 2b)^2 = a^2 + 4ab + 4b^2$
 ④ $(a - 2b)^2 = a^2 - 4ab + 4b^2$
 ⑤ $(a + 2b)^2 = a^2 + 4ab + 4b^2$

28. $(x + a)^2$ 을 전개하니 $x^2 - bx + \frac{1}{9}$ 이 되었다. $9a^2 - 3b$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$) [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$$(x + a)^2 = x^2 + 2ax + a^2 = x^2 - bx + \frac{1}{9} \text{ 에서}$$

$$a^2 = \frac{1}{9} \text{ 이고, } a > 0 \text{ 이므로 } a = \frac{1}{3}, b = -\frac{2}{3}$$

$$\therefore 9a^2 - 3b = 9 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 3 \times \left(-\frac{2}{3}\right) = 3$$

29. $A = (x + 1)^2$, $B = (x + 1)(x - 1)$, $C = (x - 1)^2$ 일 때, $A + C - 2B$ 를 계산하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

$$A = x^2 + 2x + 1, B = x^2 - 1, C = x^2 - 2x + 1$$

$$\therefore A + C - 2B = (x^2 + 2x + 1) + (x^2 - 2x + 1) - 2(x^2 - 1) = 4$$

30. $(x - 2y + 3)(3x + y - 4)$ 를 전개하였을 때, xy 의 계수를 a , 상수항을 b 라 할 때, $|-a + b| - |b - 2a|$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

$$(x - 2y + 3)(3x + y - 4) = 3x^2 - 2y^2 - 5xy + 5x + 11y - 12 \text{ 에서}$$

$$xy \text{ 의 계수 : } a = -5$$

$$\text{상수항 : } b = -12$$

$$\therefore |-a + b| - |b - 2a| = 7 - 2 = 5$$

31. $(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1) = x^a + b$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

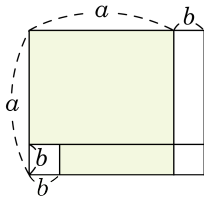
▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1) \\ &= (x^2-1)(x^2+1)(x^4+1)(x^8+1) \\ &= (x^4-1)(x^4+1)(x^8+1) \\ &= (x^8-1)(x^8+1) \\ &= x^{16} - 1 \text{ 이므로} \\ & a = 16, b = -1 \therefore a - b = 17 \end{aligned}$$

32. 다음 그림의 색칠한 부분의 넓이를 나타낸 식은?



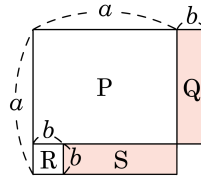
[배점 5, 중상]

- ① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
 ② $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
 ③ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
 ④ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
 ⑤ $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

해설

색칠한 부분의 넓이는 $a^2 - b^2$

33. 다음 그림에서 $Q = S$ 임을 이용하여 만들어 낼 수 있는 곱셈 공식은?



[배점 5, 중상]

- ① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
 ② $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
 ③ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
 ④ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$
 ⑤ $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

해설

$$\begin{aligned} 1) & P + Q = (a+b)(a-b) \\ 2) & P + S = a^2 - R = a^2 - b^2 \\ & P + Q = P + S \text{ 이므로} \\ & \therefore (a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \end{aligned}$$

34. $(3x-y+5)^2$ 의 전개식에서 x^2 의 계수를 a , xy 의 계수를 b , y 의 계수를 c 라 할 때, $|a+b+c|$ 의 값은?

[배점 5, 상하]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} (3x-y+5)^2 &= 9x^2 + y^2 + 25 - 6xy + 30x - 10y \\ \text{따라서, } |a+b+c| &= |9 + (-6) + (-10)| = 7 \end{aligned}$$

35. $(3x+b)(cx-7) = 12x^2 - 13x + a$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

[배점 5, 상하]

- ① -8 ② -4 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$(3x+6)(cx-7) = 3cx^2 + (bc-21)x - 7b = 12x^2 - 13x + a$$

이므로 $3c = 12, bc - 21 = -13, -7b = a$
 $\therefore a = -14, b = 2, c = 4$
 $a + b + c = -8$