

문제 풀이 과제

1. $x^2 - (y^2 - 6y + 9)$ 를 인수분해하면?

[배점 3, 하상]

① $(x - y - 5)(x - y + 2)$

② $(x - y + 5)(x - y + 2)$

③ $(x + y - 3)(x - y - 3)$

④ $(x + y + 3)(x - y + 3)$

⑤ $(x + y - 3)(x - y + 3)$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - (y^2 - 6y + 9) \\ &= x^2 - (y - 3)^2 \\ &= (x + y - 3)(x - y + 3) \end{aligned}$$

2. 다음 중 $x^3 - 9x$ 의 인수가 아닌 것은?

[배점 3, 하상]

① x

② $x + 3$

③ $x - 3$

④ x^2

⑤ $x(x - 3)$

해설

$$x^3 - 9x = x(x^2 - 3^2) = x(x + 3)(x - 3)$$

3. 다음 식 $a^2 - 64$ 를 인수분해하면? [배점 3, 하상]

① $(a + 8)(a - 8)$

② $(a + 32)(a - 2)$

③ $(a + 32)(a - 32)$

④ $(a + 8)(a + 8)$

⑤ $(a + 16)(a - 4)$

해설

$$a^2 - 64 = a^2 - 8^2 = (a + 8)(a - 8)$$

4. $x^2 - 16x + \square$ 가 완전제곱식이 될 때, $\square$ 의 값은? [배점 3, 하상]

① -4

② -8

③ -16

④ 64

⑤ 256

해설

$$(x - 8)^2 = x^2 - 16x + 64$$

따라서 $\square = 64$ 이다.

5. $x^2 + 6x + X = (x + Y)^2$ 일 때, XY 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 27

해설

$$\begin{aligned} (x + Y)^2 &= x^2 + 2Yx + Y^2 = x^2 + 6x + X \\ 2Y &= 6 \quad \therefore Y = 3 \\ Y^2 &= 3^2 = 9 = X \\ \therefore XY &= 27 \end{aligned}$$

6. 다음 식이 완전제곱식이 될 때, $\square$ 안에 들어갈 수는? (단, $\square > 0$)
 $4x^2 + \square x + \frac{1}{4} = (\square x + \square)^2$ [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned} 4x^2 + \square x + \frac{1}{4} \\ &= (\pm 2x)^2 + 2 \times (\pm 2x) \times \left(\pm \frac{1}{2}\right) + \left(\pm \frac{1}{2}\right)^2 \\ &= \left(\pm 2x \pm \frac{1}{2}\right)^2 \end{aligned}$$

7. $x = 1 + \sqrt{2}$, $y = 3 + \sqrt{2}$, $z = -2 + \sqrt{2}$ 일 때,
 $y^2 - yz - xy + xz$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= y(y - z) - x(y - z) \\ &= (y - x)(y - z) \\ &= (\sqrt{2} + 3 - 1 - \sqrt{2})(\sqrt{2} + 3 + 2 - \sqrt{2}) \\ &= 2 \times 5 \\ &= 10 \end{aligned}$$

8. $(a + 3b)(2a - 1)$ 을 전개하였을 때, ab 의 계수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

(준식) $= 2a^2 - a + 6ab - 3b$
따라서 ab 의 계수는 6이다.

9. 다음 중 완전제곱식이 되는 것을 모두 골라라.

㉠ $x^2 - 12x + 48$

㉡ $x^2 + 8x + 16$

㉢ $x^2 + \frac{2}{5}x + \frac{1}{25}$

㉣ $x^2 + 14xy + 45y^2$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

㉡ $(x + 4)^2$
㉢ $\left(x + \frac{1}{5}\right)^2$

10. 다음 중 유리수의 범위에서 인수분해 되지 않는 것은? [배점 3, 중하]

- ① $x^2 - 49$ ② $2x^2 + x - 1$
 ③ $x^2 - \frac{1}{25}$ ④ $x^2 + x + 1$
 ⑤ $x^2 - 2x - 3$

해설

- ① $x^2 - 49 = (x + 7)(x - 7)$
 ② $2x^2 + x - 1 = (2x - 1)(x + 1)$
 ③ $x^2 - \frac{1}{25} = \left(x - \frac{1}{5}\right)\left(x + \frac{1}{5}\right)$
 ⑤ $x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1)$

11. $x^2 + xy + x + y$ 를 인수분해하면? [배점 4, 중중]

- ① $(x + y)(1 - x)$ ② $(x + y)(x - 1)$
 ③ $(x - y)(x + 1)$ ④ $(x + y)(x + 1)$
 ⑤ $(x - y)(x - 1)$

해설

$$x(x + y) + (x + y) = (x + y)(x + 1)$$

12. $x = \frac{1}{\sqrt{5} - 2}$ 일 때, $x^2 - \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: $8\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{\sqrt{5} - 2} = \frac{(\sqrt{5} + 2)}{(\sqrt{5} - 2)(\sqrt{5} + 2)} \\ &= \frac{\sqrt{5} + 2}{5 - 4} = \sqrt{5} + 2 \\ \frac{1}{x} &= \frac{\sqrt{5} - 2}{1} = \sqrt{5} - 2 \\ x^2 - \frac{1}{x^2} &= (\sqrt{5} + 2)^2 - (\sqrt{5} - 2)^2 \\ &= 9 + 4\sqrt{5} - (9 - 4\sqrt{5}) \\ &= 8\sqrt{5} \end{aligned}$$

13. $12x^2 - ax - 6 = (bx + 3)(3x - 2)$ 로 인수 분해될 때, ab 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: -4

해설

$12x^2 - ax - 6 = (bx + 3)(3x - 2)$ 일 때, $3b = 12$ 이므로 $b = 4$ 이다.

따라서 이를 대입해서 전개하면 $12x^2 + x - 6$ 이므로 $a = -1$ 이다.

$$\therefore ab = -4$$

14. 다음 중 $a^2x - x$ 의 인수인 것은? [배점 4, 중중]

- ① a ② $x - a$ ③ $x + a$
 ④ $x + 1$ ⑤ $a + 1$

해설

$$x(a^2 - 1) = x(a + 1)(a - 1)$$

15. 두 다항식 $x^2 - 5x + a$, $2x^2 - bx - 12$ 의 공통인수가 $x - 3$ 이라 할 때, $a + b$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① 2 ② 4 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

공통인수가 $x - 3$ 이므로

$x^2 - 5x + a = (x - 3)(x + k)$ 로 놓을 수 있다.

$x^2 - 5x + a = (x - 3)(x + k) = x^2 + (k - 3)x - 3k$

$k - 3 = -5$, $-3k = a$

$k = -2 \therefore a = (-3) \times (-2) = 6$

마찬가지로 공통인수가 $x - 3$ 이므로

$2x^2 - bx - 12 = (x - 3)(2x + m)$ 으로 놓을 수 있다.

$2x^2 - bx - 12 = (x - 3)(2x + m) = 2x^2 + (m - 6)x - 3m$

$m - 6 = -b$, $-3m = -12$

$m = 4 \therefore b = 6 - 4 = 2$

$\therefore a + b = 6 + 2 = 8$

16. 다음 다항식 중 실수 범위에서 인수분해할 수 없는 것은? [배점 5, 중상]

① $x^2 - 1$ ② $x^2 + x + 1$
 ③ $x^2 + 2x + 1$ ④ $x^2 - 2x - 3$
 ⑤ $x^4 - 3x^2 + 2$

해설

① $(x + 1)(x - 1)$

③ $(x + 1)^2$

④ $(x - 3)(x + 1)$

⑤ $(x + 1)(x - 1)(x^2 - 2)$

17. $(a - b + 3)^2 - (a + b + 3)^2$ 을 간단히 한 것은?

[배점 5, 중상]

① $-4b(a - 3)$ ② $-4a(b + 3)$
 ③ $-8b(a + 3)$ ④ $-4a(b - 3)$
 ⑤ $-4b(a + 3)$

해설

$(a - b + 3)^2 - (a + b + 3)^2$
 $= \{(a - b + 3) + (a + b + 3)\}$
 $\{(a - b + 3) - (a + b + 3)\}$
 $= (-2b)(2a + 6)$
 $= -4b(a + 3)$

18. 다음은 $x^4 - 81y^4$ 을 인수분해 한 것이다. 이 때, □안에 알맞은 세 자연수의 합을 구하면?

$$x^4 - 81y^4 = (x^2 + \square y^2)(x + \square y)(x - \square y)$$

[배점 5, 중상]

① 13 ② 15 ③ 18 ④ 20 ⑤ 24

해설

$x^4 - 81y^4 = (x^2 + 9y^2)(x^2 - 9y^2)$
 $= (x^2 + 9y^2)(x + 3y)(x - 3y)$
 $\therefore 9 + 3 + 3 = 15$

19. $0 < x \leq 1$ 일 때, 다음 식을 만족하는 x 의 값을 구하면?

$$3\sqrt{(-x)^2} - \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} + \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4} = 5$$

[배점 5, 중상]

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

주어진 식을 정리하면, $3x + x - \frac{1}{x} + x + \frac{1}{x} = 5$
 $5x = 5 \quad \therefore x = 1$

20. $x = \sqrt{2} - 1$ 일 때, $6(x+2)^2 + 5(x+2) - 6 = a + b\sqrt{2}$ 이다. $a - b$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

$6(x+2)^2 + 5(x+2) - 6$ 에서
 $x+2 = t$ 로 치환하면
 $6t^2 + 5t - 6 = (2t+3)(3t-2)$
 $t = x+2 = \sqrt{2} + 1$ 이므로 이를 대입하면
 $(2\sqrt{2} + 2 + 3)(3\sqrt{2} + 3 - 2) =$
 $(2\sqrt{2} + 5)(3\sqrt{2} + 1) = 12 + 17\sqrt{2} + 5 =$
 $17 + 17\sqrt{2}$
 따라서 $a = b = 17$ 이므로 $a - b = 0$

21. 인수분해 공식을 이용하여 다음을 계산하면?

$$2^2 - 4^2 + 6^2 - 8^2 + 10^2 - 12^2 + 14^2 - 16^2$$

[배점 5, 상하]

- ① -128 ② -132 ③ -144
 ④ -156 ⑤ -162

해설

(준식)

$$\begin{aligned} &= (2-4)(2+4) + (6-8)(6+8) \\ &\quad + (10-12)(10+12) + (14-16)(14+16) \\ &= -2(6+14+22+30) = -144 \end{aligned}$$

22. 다음 중 나머지 넷과 같은 공통인수를 갖지 않는 것은? [배점 5, 상하]

- ① $x^2 + x - 6$ ② $x^2 - 4$
 ③ $2x^2 + 7x + 6$ ④ $2x^2 + 3x - 2$
 ⑤ $3x^2 + 7x + 2$

해설

- ① $(x+3)(x-2)$
 ② $(x-2)(x+2)$
 ③ $(2x+3)(x+2)$
 ④ $(2x-1)(x+2)$
 ⑤ $(3x+1)(x+2)$
 공통인수는 $x+2$ 이므로 구하는 답은 ①이다.

23. $x^2 - ax - 3x + 3a - 3$ 이 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, a 가 될 수 있는 값의 합은? (단, 주어진 다항식은 정수 범위에서 인수분해 된다.)
[배점 5, 상하]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} x^2 - ax - 3x + 3a - 3 &= (x + \alpha)(x + \beta) \text{로 놓으면} \\ x^2 - (a + 3)x + 3a - 3 &= x^2 + (\alpha + \beta)x + \alpha\beta \\ a + 3 &= -(\alpha + \beta) \text{에서 } a = -\alpha - \beta - 3 \\ 3a - 3 &= \alpha\beta \text{에서 } a = \frac{\alpha\beta + 3}{3} \\ \therefore -\alpha - \beta - 3 &= \frac{\alpha\beta + 3}{3} \\ \alpha\beta + 3\alpha + 3\beta + 12 &= 0 \\ (\alpha + 3)(\beta + 3) &= -3 \\ \alpha + 3 &= \pm 1 \text{ 일 때, } \beta + 3 = \mp 3 \text{ 이므로} \\ (\alpha, \beta) &= (-2, -6) (-4, 0) \\ \therefore a &= -\alpha - \beta - 3 \text{ 에서 } a = 1, 5 \end{aligned}$$

24. $x^2 + y^2 = 5$, $xy = 2$, $a^2 + b^2 = 3$, $ab = 6$ 일 때, 다음 식의 값은?

$$\left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b}\right)(ax + by)$$

[배점 5, 상하]

① 2 ② 3 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned} \left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b}\right)(ax + by) &= x^2 + y^2 + \left(\frac{b}{a} + \frac{a}{b}\right)xy = \\ x^2 + y^2 + \left(\frac{a^2 + b^2}{ab}\right)xy &= 5 + \frac{3}{6} \times 2 = 6 \end{aligned}$$

25. 다음 중 인수분해가 잘못된 것은? [배점 5, 상하]

① $3x^3 + x^2 - x = x(3x^2 + x - 1)$

② $-x^2 + 25 = (5 + x)(5 - x)$

③ $x^2 + 8x + 12 = (x + 2)(x + 6)$

④ $36x^2 + 24xy + 4y^2 = (6x - 2y)^2$

⑤ $6x^2 + 5x + 1 = (2x + 1)(3x + 1)$

해설

$$\begin{aligned} \text{④ } 36x^2 + 24xy + 4y^2 &= 4(9x^2 + 6xy + y^2) = \\ 4(3x + y)^2 \end{aligned}$$