

단원 종합 평가

1. $\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}$ 의 분모를 유리화하면? [배점 3, 중하]

- ① $9+4\sqrt{5}$ ② $5+4\sqrt{5}$ ③ $9-4\sqrt{5}$
 ④ $5-4\sqrt{5}$ ⑤ $4+5\sqrt{5}$

해설

$$\frac{(\sqrt{5}-2)^2}{5-4} = 5+4-4\sqrt{5} = 9-4\sqrt{5}$$

2. $a^2+2ab+b^2-c^2$ 을 인수분해하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: $(a+b+c)(a+b-c)$

해설

$$\begin{aligned} a^2+2ab+b^2-c^2 &= (a+b)^2-c^2 \\ &= (a+b+c)(a+b-c) \end{aligned}$$

3. 다음 식 중에서 유리수의 범위에서 인수분해할 수 없는 것은? [배점 3, 중하]

- ① $36x^2-49y^2$ ② $25x^2-6$
 ③ $100-\frac{1}{49}x^2$ ④ $\frac{1}{4}x^2+2x+4$
 ⑤ $x^2+\frac{5}{3}x-\frac{2}{3}$

해설

$$\textcircled{2} (5x+\sqrt{6})(5x-\sqrt{6})$$

4. $x+\frac{2}{x}=4$ 일 때, $x^2+\frac{4}{x^2}$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 12

해설

$$\begin{aligned} x^2+\frac{4}{x^2} &= \left(x+\frac{2}{x}\right)^2-4 \\ &= 4^2-4 \\ &= 16-4 \\ &= 12 \end{aligned}$$

5. $2(x-1)^2-(x+3)(x-3)=ax^2+bx+c$ 일 때, a, b, c 에 대하여 $a-b+c$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 16

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= 2(x^2-2x+1)-(x^2-9)=2x^2-4x+2-x^2+9=x^2-4x+11 \\ a &= 1, b = -4, c = 11 \\ \therefore a-b+c &= 1-(-4)+11=16 \end{aligned}$$

6. 다음 식에서 a 와 b 의 값을 각각 구하시오. $(\sqrt{2}+1)^{98}(\sqrt{2}-1)^{102}=a+b\sqrt{2}$ [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: $a=17$

▶ 정답: $b=-12$

해설

$$\begin{aligned}
& \{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)\}^{98} \times (\sqrt{2}-1)^4 \\
&= 1^{98} \times (\sqrt{2}-1)^4 = \{(\sqrt{2}-1)^2\}^2 \\
&= (3-2\sqrt{2})^2 = 17-12\sqrt{2} \\
&17-12\sqrt{2} = a+b\sqrt{2} \text{에서} \\
&\therefore a=17, b=-12
\end{aligned}$$

7. 학생이는 $(x+2)(x-5)$ 를 전개하는데 -5 를 A 로 잘못 보아 x^2+7x+B 로 전개하였고,
 $(2x-1)(x+3)$ 을 전개하는데 x 의 계수 2 를 잘못 보아서 Cx^2-7x-3 으로 전개하였다. 이 때,
 $A+B+C$ 의 값을 구하시오. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

$$\begin{aligned}
1) & (x+2)(x+A) = x^2 + (A+2)x + 2A \\
& x^2 + (A+2)x + 2A = x^2 + 7x + B \\
& A+2=7, \Rightarrow A=5 \\
& B=2A, \Rightarrow B=10 \\
2) & (Dx-1)(x+3) = Dx^2 + (3D-1)x - 3 \\
& Dx^2 + (3D-1)x - 3 = Cx^2 - 7x - 3 \\
& 3D-1=-7, \Rightarrow D=-2 \\
& C=D, \Rightarrow C=-2 \\
& \therefore A+B+C=5+10-2=13
\end{aligned}$$

8. $x^2 + \frac{1}{x^2} = 6$ 일 때, $2x + \frac{2}{x}$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $4\sqrt{2}$

▷ 정답: $-4\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}
& \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 6 + 2 = 8 \\
& x + \frac{1}{x} = \pm 2\sqrt{2} \\
& 2x + \frac{2}{x} = 2 \left(x + \frac{1}{x}\right) = 2 \times (\pm 2\sqrt{2}) = \pm 4\sqrt{2}
\end{aligned}$$

9. $(x+y+2)^2 - (x-y-2)^2$ 을 인수분해하면?
 [배점 4, 중중]

① $2x(y+2)$ ② $4x(y-2)$ ③ $x(3y+2)$

④ $4x(y+2)$ ⑤ $4y(x+2)$

해설

$$\begin{aligned}
& x+y+2=A, x-y-2=B \text{라 하면} \\
& A^2 - B^2 = (A+B)(A-B) \\
& = (x+y+2+x-y-2)(x+y+2-x+y+2) \\
& = 2x(2y+4) = 4x(y+2)
\end{aligned}$$

10. 부등식 $3 \leq (\sqrt{2}+1)x \leq 7$ 을 만족하는 자연수 x 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$\begin{aligned}
& 3 \leq (\sqrt{2}+1)x \leq 7 \text{에서 } \sqrt{2}+1 > 0 \text{ 이므로} \\
& \frac{3}{\sqrt{2}+1} \leq x \leq \frac{7}{\sqrt{2}+1} \therefore 3\sqrt{2}-3 \leq x \leq 7\sqrt{2}-7 \\
& 4 < 3\sqrt{2} = \sqrt{18} < 5 \text{에서 } 1 < 3\sqrt{2}-3 < 2 \\
& 9 < 7\sqrt{2} = \sqrt{98} < 10 \text{에서 } 2 < 7\sqrt{2}-7 < 3 \\
& 1. \times \times \times \leq x \leq 2. \times \times \times \text{이므로} \\
& \text{따라서 자연수 } x=2 \text{ 이다.}
\end{aligned}$$

11. 연속한 두 홀수의 제곱의 차는 어떤 자연수의 배수임을 밝혀라. (여러 가지 수의 배수가 될 경우 최소공배수를 구한다.) [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8의 배수

해설

두 홀수를 $2n-1$, $2n+1$ ($n=1, 2, 3, \dots$) 라 하면
 $(2n+1)^2 - (2n-1)^2 = 4n^2 + 4n + 1 - (4n^2 - 4n + 1) = 8n \therefore 8$ 의 배수

12. $(2 - \sqrt{3})^3(2 + \sqrt{3})^3$ 을 계산하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$\{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})\}^3 = \{2^2 - (\sqrt{3})^2\}^3 = 1^3 = 1$

13. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 중상]

- ① 홀수의 제곱은 홀수이다.
- ② 연속하는 두 홀수의 곱을 4로 나누면 나머지가 3이다.
- ③ 연속하는 두 자연수의 제곱의 차는 그 두 수의 차와 같다.
- ④ 연속하는 두 홀수의 제곱의 차는 8의 배수이다.
- ⑤ 자연수 n 을 5로 나누었을 때 1이 남는다면 n^2 을 5로 나누는 나머지도 1이다.

해설

- ① 홀수를 $2n-1$ (n 은 자연수) 라고 하면
 $(2n-1)^2 = 4n^2 - 4n + 1 = 2(2n^2 - 2n) + 1$
 즉, 홀수의 제곱도 홀수이다.
- ② 연속하는 두 홀수를 $2n-1, 2n+1$ 이라 하면
 $(2n-1)(2n+1) = 4n^2 - 1 = 4(n^2 - 1) + 3$
 즉, 연속하는 두 홀수의 곱을 4로 나눈 나머지는 3이다.
- ③ 연속하는 두 자연수를 $x, x+1$ 이라고 하면
 $(x+1)^2 - x^2 = (x^2 + 2x + 1) - x^2 = 2x + 1$
 즉, $2x+1$ 은 두 수의 차인 1과 다르므로 거짓이다.
- ④ 연속하는 두 홀수를 $2n-1, 2n+1$ 이라 하면
 $(2n+1)^2 - (2n-1)^2$
 $= (4n^2 + 4n + 1) - (4n^2 - 4n + 1) = 8n$
 즉, 연속하는 두 홀수의 제곱의 차는 8의 배수이다.
- ⑤ $n = 5k + 1$ 라고 하면
 $n^2 = (5k+1)^2 = 25k^2 + 10k + 1 = 5(5k^2 + 2k) + 1$
 즉, n^2 을 5로 나눈 나머지도 1이다.

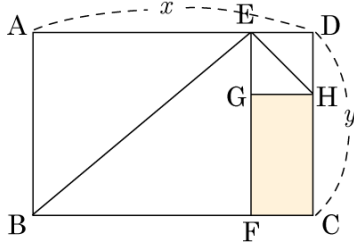
14. $x > 0$ 이고, $x^2 + \frac{1}{x} = 7$ 일 때, $x + \frac{1}{x}$ 의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 2 + 7 = 9$
 $x + \frac{1}{x} = \pm 3$ 에서 $x > 0$ 이므로 $x + \frac{1}{x} > 0$
 $\therefore x + \frac{1}{x} = 3$

15. 다음 그림과 같이 가로 길이가 x , 세로 길이가 y 인 직사각형 ABCD 모양의 종이를 접어 정사각형 ABFE와 EGHD를 잘라내었다. 남은 사각형 모양의 넓이를 x 와 y 가 포함된 식으로 나타낸 후 인수분해했을 때, 인수인 것은?



[배점 5, 중상]

- ① x ② y ③ $x+y$
 ④ $2x-y$ ⑤ $2y-x$

해설

사각형 ABFE, EGHD는 정사각형이므로 $\overline{GF} = y - (x - y) = 2y - x$, $\overline{FC} = x - y$
 남은 사각형의 넓이는 $(2y - x)(x - y)$ 이다.

16. $x^2 - 3x + 1 = 0$ 일 때 $x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$ 의 값은?
 [배점 5, 상하]

- ① 10 ② 9 ③ 8 ④ 7 ⑤ 6

해설

$x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면 $x + \frac{1}{x} = 3$
 $\therefore (\text{준식}) = x^2 + \frac{1}{x^2} + \left(x + \frac{1}{x}\right) = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 + \left(x + \frac{1}{x}\right) = 3^2 - 2 + 3 = 10$

17. $(2\sqrt{2}+3)^{99}(2\sqrt{2}-3)^{99}$ 의 값은? [배점 5, 상하]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & (2\sqrt{2}+3)^{99}(2\sqrt{2}-3)^{99} \\ &= \{(2\sqrt{2}+3)(2\sqrt{2}-3)\}^{99} \\ &= (8-9)^{99} = -1 \end{aligned}$$

18. $(3x-ay)(bx+y) = 6x^2 + cxy - 2y^2$ 이 성립할 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.
 [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$\begin{aligned} & (3x-ay)(bx+y) = 3bx^2 + (3-ay)xy - ay^2 \\ &= 6x^2 + cxy - 2y^2 \\ &3b = 6, \quad 3-ay = c, \quad -a = -2 \text{ 이므로} \\ &a = 2, \quad b = 2, \quad c = -1 \\ &\therefore a+b+c = 3 \end{aligned}$$

19. $x^2 - 3x + 1 = 2$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.
 [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 3x + 1 = 2 \text{에서 양변을 } x \text{로 나누면, } x - \frac{1}{x} = 3 \\ &\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 3^2 + 2 = 11 \end{aligned}$$

20. $xy + 2x - 3y - 6 = 5$ 를 만족하는 정수 x, y 의 순서쌍 (x, y) 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4 개

해설

$x(y+2) - 3(y+2) = 5, (x-3)(y+2) = 5$
 $(x-3, y+2)$
 $= (1, 5) \text{ or } (5, 1) \text{ or } (-1, -5) \text{ or } (-5, -1)$
따라서 x, y 의 순서쌍 (x, y) 는 4 개가 존재한다.

21. 다음 중에서 유리수 범위에서 인수분해 되는 것은?
[배점 5, 상하]

- ① $x^2 + x + 2$ ② $x^2 - 12$
③ $x^2 - 40$ ④ $3x^2 - \frac{1}{3}$
⑤ $x^2 + 9$

해설

$$\textcircled{4} \quad 3x^2 - \frac{1}{3} = 3(x^2 - \frac{1}{9}) = 3(x + \frac{1}{3})(x - \frac{1}{3})$$

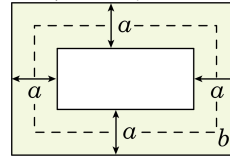
22. $x = \sqrt{2} + 1$ 일 때, $\frac{|x|}{x - |x|} + \frac{2x + |x|}{|x|}$ 의 값을 바르게 구한 것은? (단, $|x|$ 는 x 를 넘지 않는 최대 정수이다.) [배점 6, 상중]

- ① $3\sqrt{2} + 4$ ② $3\sqrt{2} - 4$ ③ $4\sqrt{2} + 3$
④ $4\sqrt{2} - 3$ ⑤ $2\sqrt{2} + 5$

해설

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{2} + 1, |x| = 2 \\ (\text{준식}) &= \frac{2}{\sqrt{2} + 1 - 2} + \frac{2\sqrt{2} + 2 + 2}{2} \\ &= \frac{2}{\sqrt{2} - 1} + \sqrt{2} + 2 \\ &= 2(\sqrt{2} + 1) + \sqrt{2} + 2 \\ &= 3\sqrt{2} + 4 \end{aligned}$$

23. 직사각형 모양의 운동장에 폭이 a 인 길을 만들었다. 길 중앙을 지나는 선의 길이를 b 라 할 때, 이 길의 넓이를 a 와 b 를 사용하여 나타내면?



[배점 6, 상중]

- ① $2ab$ ② ab ③ $a + b$
④ $b - 4a$ ⑤ $b - a$

해설

운동장의 가로 길이를 x , 세로 길이를 y 라고 하면, 길 중앙을 지나는 선을 이은 직사각형의 가로 길이는 $(x + a)$, 세로 길이는 $(y + a)$ 가 된다.

$$\begin{aligned} \therefore b &= 2(x + a) + 2(y + a) = 2x + 2y + 4a \\ (\text{길의 넓이}) &= (\text{길까지 포함한 직사각형의 넓이}) - (\text{운동장의 넓이}) \\ &= (x + 2a)(y + 2a) - xy \\ &= 2ax + 2ay + 4a^2 \\ &= a(2x + 2y + 4a) = ab \end{aligned}$$

24. $a = \frac{1}{3-2\sqrt{2}}$, $b = \frac{1}{3+2\sqrt{2}}$ 일 때, $a^2 + 3ab + b^2$ 의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 37

해설

$$\begin{aligned}
 & a^2 + 3ab + b^2 \\
 &= (a+b)^2 + ab \\
 &= \left(\frac{1}{3-2\sqrt{2}} + \frac{1}{3+2\sqrt{2}} \right)^2 + \frac{1}{3-2\sqrt{2}} \times \frac{1}{3+2\sqrt{2}} \\
 &= \left(\frac{3+2\sqrt{2}+3-2\sqrt{2}}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})} \right)^2 + \frac{1}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})} \\
 &= \left(\frac{6}{9-8} \right)^2 + \frac{1}{9-8} = 36 + 1 = 37
 \end{aligned}$$

25. 다음 설명 중 옳지 않은 것은? [배점 6, 상중]

- ① 연속한 두 자연수의 제곱의 차는 그 두 수의 합과 같다.
- ② 연속한 두 홀수의 제곱의 차는 8의 배수이다.
- ③ 연속한 두 짝수의 제곱의 차는 그 두 수의 합의 3배와 같다.
- ④ 차가 3인 두 자연수의 제곱의 차는 그 두 수의 합의 3배와 같다.
- ⑤ 연속한 세 자연수에서 가운데 수의 제곱은 나머지 두 수의 곱에 1을 더한 수와 같다.

해설

- ① $(n+1)^2 - n^2 = 2n + 1$
- ② $(2n+1)^2 - (2n-1)^2 = 8n$
- ③ $(2n+2)^2 - (2n)^2 = 2(4n+2)$
- ④ $(n+3)^2 - n^2 = 3(2n+3)$
- ⑤ $n^2 = (n-1)(n+1) + 1$