약점 보강 1

1. 연속하는 세 자연수의 합이 66 보다 크고 70 보다 작을 때, 세 수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 22

▷ 정답: 23

▷ 정답: 24

해설

연속하는 세 자연수를 $x-1$, x, $x+1$로 각각 두면

$66 < (x-1)+x+(x+1) < 70$

$66 < 3x < 70$

$\Rightarrow \begin{cases} 66 < 3x \\ 3x < 70 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 22 \\ x < \dfrac{70}{3} \end{cases}$

따라서 $x = 23$ 이므로 세 수는 22, 23, 24 이다.

2. 두 집합 $A = \{x \mid 3x-3 \le x-6\}$, $B = \{x \mid 4x+6 \le 6x+9\}$ 일 때, $A \cap B$ 의 원소는? [배점 3, 하상]

① $-\dfrac{5}{2}$ ② $-\dfrac{3}{2}$ ③ $-\dfrac{1}{2}$

④ 0 ⑤ $\dfrac{1}{2}$

해설

$A = \{x \mid 3x-3 \le x-6\}$ 에서 $2x \le -3$

$\therefore\ x \le -\dfrac{3}{2}$

$B = \{x \mid 4x+6 \le 6x+9\}$ 에서 $-3 \le 2x$

$\therefore\ -\dfrac{3}{2} \le x$

$\therefore\ A \cap B = \left\{-\dfrac{3}{2}\right\}$

3. 다음 연립부등식 중에서 해가 없는 것을 모두 고르면? [배점 3, 하상]

① $\begin{cases} x \le 3 \\ x \ge 3 \end{cases}$ ② $\begin{cases} x+1 \le 0 \\ x > 2 \end{cases}$

③ $\begin{cases} x+1 \le 0 \\ x+1 < 0 \end{cases}$ ④ $\begin{cases} x < -3 \\ x \ge 2 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} x < 0 \\ x > -1 \end{cases}$

해설

②, ④ : 해가 없다.

② $\begin{cases} x+1 \le 0 \\ x > 2 \end{cases}$ 에서 $x \le -1$ 또는 $x > 2$이다.

④ $\begin{cases} x < -3 \\ x \ge 2 \end{cases}$

① $x = 3$

③ $x < -1$

⑤ $-1 < x < 0$

4. x에 관한 연립부등식 $-1 \le -\dfrac{1}{2}x - a \le 3$의 해가 $-2 \le x \le 6$일 때, a의 값은? [배점 3, 하상]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ −3 ⑤ −2

해설

(i) $-1 \le -\dfrac{1}{2}x - a,\ x \le -2a+2$

(ii) $-\dfrac{1}{2}x - a \le 3,\ x \ge -2a-6$

$-2a-6 \le x \le -2a+2$와 $-2 \le x \le 6$이 같으므로

$-2a-6 = -2,\ a = -2$

$-2a+2 = 6,\ a = -2$

$\therefore\ a = -2$

5. 다음 연립부등식의 해가 $a < x < b$ 일 때, $a + b$의 값은?

$$\begin{cases} 2(3x-3) > 3(x+2) \\ 3(x+9)+3 > 15(x-2) \end{cases}$$

[배점 3, 하상]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

i) $2(3x-3) > 3(x+2)$

$\Rightarrow\ 6x-6 > 3x+6$

$\Rightarrow\ 3x > 12$

$\Rightarrow\ x > 4$

ii) $3(x+9)+3 > 15(x-2)$

$\Rightarrow\ x+9+1 > 5x-10$

$\Rightarrow\ x < 5$

$\therefore\ 4 < x < 5$

$a = 4,\ b = 5$

$\therefore\ a + b = 4 + 5 = 9$

6. 연립부등식 $\begin{cases} 3x+4 < -2x+7 \\ x \geq a \end{cases}$ 을 만족하는 정수가 2개일 때, a 의 값의 범위는?

[배점 3, 하상]

① $-1 \leq a < 0$ ② $-1 < a \leq 0$

③ $-2 \leq a < -1$ ④ $-2 < a \leq -1$

⑤ $-3 < a \leq -2$

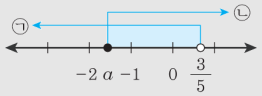
해설

$3x+4 < -2x+7$ 에서

$$x < \frac{3}{5} \quad \cdots ㉠$$

$x \geq a \quad \cdots ㉡$

㉠, ㉡의 공통부분에 정수가 2 개 존재하도록 수직선 위에 나타내면



$\therefore\ -2 < a \leq -1$

7. 연립부등식 $4x-3 < -6(1-x) < 7x-2$ 의 해 중 가장 작은 정수를 구하면? [배점 3, 하상]

① 3 ② 2 ③ 1 ④ 0 ⑤ -1

해설

$\begin{cases} 4x-3 < -6(1-x) \\ -6(1-x) < 7x-2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > \frac{3}{2} \\ x > -4 \end{cases}$

연립부등식의 해가 $x > \frac{3}{2}$ 이므로 가장 작은 정수는 2이다.

8. 두 부등식 $10-3x > 4$, $2x+1 > -3$을 동시에 만족하는 해가 $a < x < b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

[배점 3, 하상]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$i) 10-3x>4$

$\Rightarrow x<2$

$ii)\ 2x+1>-3$

$\Rightarrow x>-2$

부등식의 해의 범위가 $-2<x<2$ 이므로,

$a+b=(-2)+2=0$ 이다.

9. 연립부등식 $\begin{cases} 5x+7\le 3(x+a) \\ 3(x-1)+4<5x+25 \end{cases}$ 의 해가 $-b<x\le -5$ 일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은? [배점 3, 중하]

① -12 ② -6 ③ 2

④ 6 ⑤ 12

해설

$\begin{cases} 5x+7\le 3(x+a) \\ 3(x-1)+4<5x+25 \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} 5x-3x\le 3a-7 \\ 3x-5x<25-1 \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} x\le \frac{3a-7}{2} \\ x>-12 \end{cases}$

$-b=-12$ 이고 $\frac{3a-7}{2}=-5 \therefore\ a=-1, b=12$

$\frac{b}{a}=-12$

10. 연립부등식 $\begin{cases} 5x-7<2x+2 \\ 2x+a>-x-4 \end{cases}$ 를 풀었더니 해가 $1<x<b$ 가 되었다. 이 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$\begin{cases} 5x-7<2x+2 \\ 2x+a>-x-4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 5x-2x<2+7 \\ 2x+x>-4-a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x<3 \\ x>\frac{-4-a}{3} \end{cases}$ 이므로

$b=3$이 되고 $\frac{-4-a}{3}=1$이 된다.

그러므로 $a=-7$ 이 된다.

따라서 $a+b$ 의 값은 $-7+3=-4$이다.

11. 어떤 정수에 3 을 곱하고 5 를 더하면 14 보다 크고, 원래 정수에 4 배하고 2 를 빼면 18 보다 작다고 한다. 이 때, 어떤 정수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

어떤 정수를 x 라고 하고, 문제의 조건에 따라 두 개의 식을 만든다. "어떤 정수에 3 을 곱하고 5 를 더하면 14 보다 크고"을 식으로 표현하면, $3x+5>14$ 이다. "원래 정수에 4 배하고 2 를 빼면 18 보다 작다"를 식으로 표현하면, $4x-2<18$ 이다. 두 개의 식을 연립방정식으로 표현하면, $\begin{cases} 3x+5>14 \\ 4x-2<18 \end{cases}$ 이고, 이를 간단히 하면, $\begin{cases} x>3 \\ x<5 \end{cases}$ 이다. 따라서 어떤 정수는 $3<x<5$ 이므로 4이다.

12. 관희는 집에서 김밥을 50개 만들었다. 아직 앞으로 10개를 더 만 들 수 있는 재료가 남아있는 데, 얼만큼을 더 만들지는 모르겠다고 한다. 김밥은 5개가 들어가는 도시락과 8개가 들어가는 도시락에 나누어 담을 생각이고, 도시락의 수는 10개로 하려고 한다. 김밥이 8개가 들어가는 도시락의 최소의 개수와 최대의 개수를 순서대로 나열한 것으로 옳은 것은? [배점 3, 중하]

① 0개 , 1개 ② 0개, 2개 ③ 1개, 2개

④ 0개, 3개 ⑤ 2개, 3개

해설

8개가 들어가는 도시락의 수를 x 개라고 두면 5개가 들어가는 도시락의 수는 $(10-x)$개이다. 이를 이용하여 김밥의 개수를 식으로 나타내면 $8x+5(10-x)$개이다. 김밥의 개수는 최소 50개, 최대 60개가 될 것이므로, $50 \le 8x+5(10-x) \le 60$ 이고 연립방정식으로 나타내면, $\begin{cases} 60 \ge 8x+5(10-x) \\ 8x+5(10-x) \ge 50 \end{cases}$ 이다. 간단히 하면 $\begin{cases} x \le \dfrac{10}{3} \\ x \ge 0 \end{cases}$ 이다. x 의 범위를 나타내면 $0 \le x \le \dfrac{10}{3}$ 이다.
따라서 김밥이 8개 들어가는 도시락의 수는 최소 0개, 최대 3개이다.

13. 110 개의 노트를 학생들에게 8 권씩 나누어주면 노트가 남고, 9 권씩 나누어주면 노트가 부족하다. 이 때 학생의 수는 몇 명인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 13 명

해설

문제에서 구하고자 하는 학생의 수를 x 명이라고 놓자.
모든 학생이 노트를 8권씩 가지고 있을 때 전체 노트 수는 $8x$ 권이고, 모든 학생이 9권씩 가지고 있을 때 전체 노트 수는 $9x$ 권이다. 그러나 노트 수는 모든 학생이 8권씩 가질 때보다 많고, 모든 학생이 9권씩 가질 때보다 적으므로, 이를 식으로 나타내면 $8x < 110 < 9x$ 이다.
이를 연립부등식으로 표현하면 $\begin{cases} 8x < 110 \\ 9x > 110 \end{cases}$ 이고, 간단히 하면, $\begin{cases} x < \dfrac{110}{8} \\ x > \dfrac{110}{9} \end{cases}$ 이다. 이를 다시 나타내면 $\dfrac{110}{9} < x < \dfrac{110}{8}$ 이다. $\dfrac{120}{7} = 13.75$ 이고 $\dfrac{110}{9} = 12.2\cdots$ 이므로 학생의 수는 13명이 가능하다.

14. 어떤 삼각형의 세변의 길이가 a, $a+4$, $a+6$ 이라고 할 때, 가능한 a 의 범위로 옳은 것은? [배점 3, 중하]

① $a<2$ ② $a>2$ ③ $0<a<2$

④ $0 \le a<2$ ⑤ $0<a \le 2$

해설

삼각형은 가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 하므로, $a+6<a+(a+4)$ 이고 정리하면 $a>2$이다.

15. 민수는 각각 a, $a+2$, $a+4$ 인 막대로 삼각형을 만들려고 한다. 민수가 삼각형을 만들 수 있는 a 의 범위를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $a > 2$

해설

삼각형은 가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 하므로, $a+4 < a+(a+2)$ 이고 정리하면 $a > 2$ 이다.

16. 연립부등식 $\begin{cases} 2x-(5x+11) > -17 \\ 3(2-x) \le a \end{cases}$ 의 해가 $-1 \le x < 2$ 일 때, 상수 a 의 값은? [배점 4, 중중]

① 9 ② 6 ③ 4 ④ -3 ⑤ -9

해설

(i) $2x-(5x+11) > -17$, $x < 2$
(ii) $3(2-x) \le a$, $x \ge \dfrac{6-a}{3}$
따라서 $\dfrac{6-a}{3} \le x < 2$ 이므로
$-1 \le x < 2$ 에서 $\dfrac{6-a}{3} = -1$
$\therefore\ a = 9$

17. 연립부등식 $\begin{cases} 3(2x-3) < 9 \\ 2(5-x) \le 18 \end{cases}$ 을 만족하는 정수 x 의 집합을 A 라 할 때 다음 설명 중 옳지 않은 것은? [배점 4, 중중]

① 집합 A 에 속하는 원소의 개수는 7 개이다.
② 집합 A 에 속하는 원소 중 자연수의 개수는 2 개이다.
③ 집합 A 에 속하는 원소 중 0 보다 큰 홀수의 개수는 1 개이다.
④ 집합 A 에 속하는 원소 중 0 보다 작은 정수의 개수는 4 개이다.
⑤ 집합 A 에 속하는 원소 중 0 보다 큰 짝수의 개수는 2 개이다.

해설

$3(2x-3) < 9 \Rightarrow x < 3$
$2(5-x) \le 18 \Rightarrow x \ge -4$
$\therefore\ A = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$

18. 연립부등식 $3x-a < 2x+1 \le \dfrac{10x+b}{3}$ 의 해가 $-1 \le x < 9$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

① 15 ② 13 ③ 11 ④ 9 ⑤ 7

해설

i) $3x - a < 2x + 1$

$x < 1 + a$

ii) $2x + 1 \leq \dfrac{10x + b}{3}$

양변에 3 을 곱하면

$6x + 3 \leq 10x + b$

$x \geq \dfrac{3 - b}{4}$

부등식의 해 $\dfrac{3 - b}{4} \leq x < a + 1$ 과 $-1 \leq x < 9$

가 같아야 하므로

$\dfrac{3 - b}{4} = -1, \quad b = 7$

$a + 1 = 9, \quad a = 8$

$\therefore \ a + b = 15$