실력 확인 문제

1. 삼각형의 가장 긴 변은 나머지 두 변의 길이의 합보다 짧다고 한다. 삼각형의 세 변의 길이가 각각 x cm, $(x+1)$ cm, $(x+2)$ cm 일 때, x 의 값의 범위를 구하여라. [배점 2, 하하]

▶ 답:

▷ 정답: $x > 1$

▷ 정답: $1 < x$

해설

삼각형의 가장 긴 변의 길이가 나머지 두 변의 길이의 합보다 짧으므로 $x+2 < (x+1)+x$ 가 된다.
정리하면 $x+2 < x+1+x$, $x-x-x < 1-2$,
$-x < -1$, $x > 1$
x 의 값의 범위는 $x > 1$ 이 된다.

2. 일차부등식 $ax < 6-x$ 의 해가 $x > -3$ 일 때, a 의 값은? [배점 2, 하하]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ -3 ⑤ -2

해설

$ax < 6-x$, $ax+x < 6$
$(a+1)x < 6$의 해가 $x > -3$ 이므로
$a+1$ 은 음수이다.
$(a+1)x < 6$, $x > \dfrac{6}{a+1}$
$\dfrac{6}{a+1} = -3$
$\therefore\ a = -3$

3. 다음 중 일차부등식인 것을 모두 고르면?(정답 2개) [배점 2, 하하]

① $3x+2=4$

② $2x(3-x)+1 < 2$

③ $0.5x-2 \geq 6-0.3x$

④ $\dfrac{x}{2}+1 < 5+\dfrac{x}{2}$

⑤ $2x-\dfrac{2}{3} \geq -2x+\dfrac{2}{3}$

해설

③ $0.5x-2 \geq 6-0.3x$
$8x-80 \geq 0$
⑤ $2x-\dfrac{2}{3} \geq -2x+\dfrac{2}{3}$
$4x-\dfrac{4}{3} \geq 0$

4. x가 집합 $\{-1, 0, 1, 2\}$의 원소일 때, 부등식 $5-x > 3$을 참이 되게 하는 x의 해집합은? [배점 2, 하하]

① $\{-1, 0, 1, 2\}$ ② $\{-1, 0, 1\}$

③ $\{0, 1, 2\}$ ④ $\{1, 2\}$

⑤ $\{2\}$

해설

$5-x > 3$에서
$x = -1$이면 $5-(-1) > 3$ (참)
$x = 0$이면 $5-0 > 3$ (참)
$x = 1$이면 $5-1 > 3$ (참)
$5-x > 3$을 만족하는 x는 $\{-1, 0, 1\}$이다.

5. 한 개에 500 원 하는 사과와 한 개에 1000 원 하는 배 한 개와 합쳐서 4000 원 이하가 되려고 한다. 이때 사과는 몇 개까지 살 수 있는지 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6 개

해설

사과의 수를 x 개,
$500x + 1000 \leq 4000$
$500x \leq 3000$
$x \leq 6$
따라서 6 개까지 살 수 있다.

6. x 가 집합 $\{1, 2, 3, 4\}$ 의 원소일 때, 일차부등식 $1 - x < -2$ 를 참이 되게 하는 x 의 값을 모두 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$1 - x < -2$
$-x < -3$
따라서 $x > 3$ 을 만족시키는 x 의 값은 4 이다.

7. 다음 중 일차부등식인 것은?

[배점 2, 하중]

① $x + 4 \geq -1$ ② $2x + 4 = 6$

③ $x - 5x < 3 - 4x$ ④ $2 > x - x^2$

⑤ $6 + x - (1 + 3x)$

해설

① $x + 4 \geq -1 \Rightarrow x + 5 \geq 0$
좌변으로 정리하였을 때 $ax + b$ $(a \neq 0)$ 형태로 정리된다.

8. $a < b$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

[배점 2, 하중]

① $4a < 4b$

② $a - 5 < b - 5$

③ $-3a > -3b$

④ $2a - 1 < 2b - 1$

⑤ $-2a + 3 < -2b + 3$

해설

양변에 음수를 곱하면 부등호 방향은 바뀐다.

9. 다음을 부등식으로 나타내고, 좌변과 우변을 각각 말하여라.

x 의 3 배에 2 를 더하면 8 보다 크다.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 부등식 : $3x + 2 > 8$

▷ 정답 : 좌변 : $3x + 2$

▷ 정답 : 우변 : 8

해설

$3x + 2 > 8$, 좌변 : $3x + 2$, 우변 : 8

10. 부등식 $3x+2 \le 3a$을 만족하는 해의 최댓값이 -1일 때, 상수 a의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{1}{3}$

해설

부등식 $3x+2 \le 3a$를 정리하면
$3x \le 3a-2$, $x \le \frac{3a-2}{3}$ 에서 해의 최댓값이 -1 이므로
$\frac{3a-2}{3} = -1$, $3a = -1$
$\therefore\ a = -\frac{1}{3}$

11. 다음 부등식 중 해가 $x > 3$ 인 것은? [배점 3, 하상]

① $2x+1 < 11$ ② $x-1 < 0$

③ $2-x < 2(x+4)$ ④ $5x-7 > 3$

⑤ $4x+1 > x+10$

해설

(x항) < (상수항), (x항) > (상수항), (x항) ≤ (상수항), (x항) ≥ (상수항) 꼴로 만든다.

12. $x < 4$ 를 만족하는 일차부등식을 고르면? [배점 3, 하상]

① $x-1 < 3$ ② $5-x > -9$

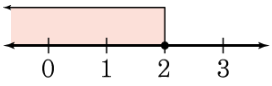
③ $-2x < -8$ ④ $\frac{x}{2} > 2$

⑤ $x+3 < 1$

해설

② $x < 14$
③ $x > 4$
④ $x > 4$
⑤ $x < -2$

13. 부등식 $5x+a \le 7$의 해가 다음과 같을 때, a의 값을 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$5x+a \le 7$, $5x \le 7-a$
$\therefore\ x \le \frac{7-a}{5}$
부등식의 해가 $x \le 2$ 이므로
$\frac{7-a}{5} = 2$, $7-a = 10$
$\therefore\ a = -3$

14. $-1 < x \le 3$, $A = 5-2x$일 때, 정수 A의 개수는? [배점 3, 하상]

① 4개 ② 5개 ③ 6개

④ 7개 ⑤ 8개

해설

$-1 < x \leq 3,\ -2 < 2x \leq 6$

$-6 \leq -2x < 2$

$\therefore -1 \leq 5 - 2x < 7$

따라서 정수 A는 $-1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$의 8개이다.

15. 부등식 $3x - 2 < 7$과 부등식 $x + 2a > 4x - 1$의 해가 서로 같을 때, 상수 a의 값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$3x < 9 \qquad \therefore x < 3$

$3x < 2a + 1 \qquad \therefore x < \dfrac{2a+1}{3}$

두 부등식의 해가 서로 같으므로

$\dfrac{2a+1}{3} = 3,\ 2a + 1 = 9$

$\therefore a = 4$

16. 다음 부등식의 해를 바르게 나타낸 것은?

보기

$5x + 6 > 2x - 6$

[배점 3, 하상]

① $x > -4$ ② $x < -4$ ③ $x > -3$

④ $x < -3$ ⑤ $x > 4$

해설

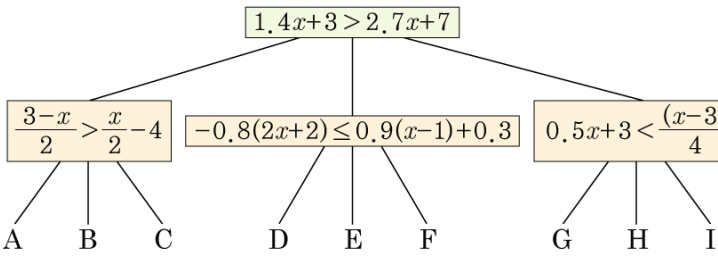
$5x + 6 > 2x - 6$

$5x - 2x > -6 - 6$

$3x > -12$

$x > -4$

17. 다음을 위에서부터 계산하여 x 의 최솟값이 0보다 크면 오른쪽 선을 따라, x 의 최댓값이 0 보다 작으면 왼쪽 선을 따라, 그 외의 경우에는 가운데 선을 따라 갔을 때, 도착하는 마을은 어디인가?



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: B

해설

$1.4x + 3 > 2.7x + 7$

$14x + 30 > 27x + 70$

$14x - 27x > 70 - 30$

$-13x > 40$

$x < -\dfrac{40}{13}$

x 의 최솟값은 없고 최댓값은 $-\dfrac{40}{13}$ 보다 작으므로 0 보다 작다. 따라서 왼쪽선을 따라간다.

$\dfrac{3-x}{2} > \dfrac{x}{2} - 4$

$3 - x > x - 8$

$-x - x > -8 - 3$

$-2x > -11$

$x < \dfrac{11}{2}$

x 의 최솟값은 없고 최댓값은 0 보다 크므로 가운데로 가야한다. 따라서 B 에 도착한다.

18. 다음은 지호, 연주, 은희가 $a < 0$ 일 때, 부등식 $5ax - 3a > 7ax + 5a$ 를 각각 풀이한 과정이다. 다음 중 옳게 푼 학생은 누구인지 골라라.

<지호>
$a < 0$ 일 때,
$5ax - 3a > 7ax + 5a$
$5ax - 7ax > 5a + 3a$
$-2ax > 8a$
$x > -4$

<연주>
$a < 0$ 일 때,
$5ax - 3a > 7ax + 5a$
$5ax - 7ax > 5a + 3a$
$-2ax > 8a$
$ax < -4a$
$x < -4$

<은희>
$a < 0$ 일 때,
$5ax - 3a > 7ax + 5a$
$5ax + 7ax > 5a - 3a$
$12ax > 2a$
$x > \frac{2}{12}$
$x > \frac{1}{6}$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

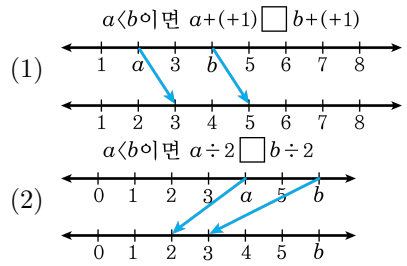
▷ 정답: 지호

해설

$5ax - 3a > 7ax + 5a$ 을 정리하면 $5ax - 7ax > 5a + 3a$ 이고 간단히 하면 $-2ax > 8a$ 이다. 양변을 -2 로 나누면 $ax < -4a$ 이고, 다시 $a < 0$ 이므로, 양변을 나누면 부등호의 방향이 다시 바뀌어야 한다. 따라서 $x > -4$ 이다. 따라서 지호의 풀이가 올바른 풀이다. 연주의 풀이는 $ax < -4a$ 에서 양변을 $a < 0$ 로 나눌 때 부등호의 방향이 바뀌지 않았다. 은희의 풀이는 $5ax - 3a > 7ax + 5a$ 를 정리하는 과정에서 하나의 항이 우변에서 좌변으로 갈 때와 좌변에서 우변으로 갈 때 $+$ 는 $-$ 로, $-$ 는 $+$ 로 바뀌지 않았다.

19. 다음 보기는 부등식의 성질을 수직선 위에 나타낸 것이다. 다음 □ 안에 알맞은 부등호를 써넣어라.

보기



[배점 3, 중하]

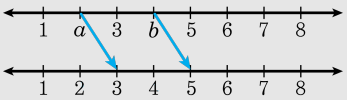
▶ 답:

▷ 정답: <

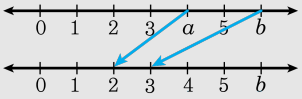
▷ 정답: <

해설

(1) $a<b$이면 $a+(+1)<b+(+1)$



(2) $a<b$이면 $a\div 2<b\div 2$



20. 다음은 학생들이 문제를 풀이하며 나눈 이야기 과정이다. 다음 중 틀린 말을 한 학생을 모두 골라라.

> $a<0$일 때, $ax-8a>2ax+10a$를 계산한다.
> 정민 : 우선 이항을 해야겠네. x가 있는 항과 없는 항으로.
> 민호 : 그럼 계산을 하면 $-ax>18a$가 되겠네.
> 지현 : a는 음수이니깐 $-a>0$ 이겠구나.
> 지윤 : 맞아. a는 음수이니깐 $-a$를 양변으로 나누면 $x<-\dfrac{18a}{a}$가 나오겠네.
> 정희 : 그렇다면 $x<-18$이 되는구나.

[배점 3, 중하]

① 정민 ② 민호 ③ 지현

④ 지윤 ⑤ 정희

해설

학생들이 올바른 대화를 했다면 다음과 같다.

> $a<0$일 때, $ax-8a>2ax+10a$를 계산한다.
> 정민 : 우선 이항을 해야겠네. x가 있는 항과 없는 항으로.
> 민호 : 그럼 계산을 하면 $-ax>18a$가 되겠네.
> 지현 : a는 음수이니깐 $-a>0$ 이겠구나.
> 지윤 : 맞아. a는 음수이니깐 $-a$를 양변으로 나누면 $x>-\dfrac{18a}{a}$가 나오겠네.
> 정희 : 그렇다면 $x>-18$이 되는구나.

지윤은 $a<0$임을 알고 있었지만 $-a>0$를 생각하지 못하고 부등호의 방향을 바꾸어 버렸다. 또 정희는 지윤의 말을 그대로 받아 $x>-18$이 아닌 $x<-18$ 이라고 하였다.

21. 0 이 아닌 세 실수 a, b, c 에 대해서 $a>b$, $ab<0$, $bc<0$ 의 관계일 때,
$4(-a+3b-c)x\geq 13(3b+c)-13(a+2c)$ 을
만족하는 자연수를 모두 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 3

해설

$ab < 0$ 이므로 a 와 b 의 부호는 서로 다르다.
$bc < 0$ 이므로 b 와 c 의 부호는 서로 다르다. $a > b$ 이므로 a 가 양수이고 b 가 음수가 된다. b 와 c 의 부호가 서로 다르므로 c 의 부호는 양수이다.
즉, $a > 0,\ b < 0,\ c > 0$ 이다.
따라서 $a - 3b + c > 0$ 임을 알 수 있다.
$4(-a + 3b - c)x \geq 13(3b + c) - 13(a + 2c)$
$-4(a - 3b + c)x \geq 13(-a + 3b - c)$
$-4(a - 3b + c)x \geq -13(a - 3b + c)$
$-4x \geq -13$
$x \leq \frac{13}{4} = 3.25$
3.25 보다 작은 자연수이므로 1, 2, 3 이 된다.

22. $a < 0$ 일 때, $ax > b$ 를 풀어라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < \frac{b}{a}$

▷ 정답 : $\frac{b}{a} > x$

해설

$a < 0$ 이므로 양변을 a 로 나누면 부등호의 방향은 바뀐다.
$\therefore\ x < \frac{b}{a}$

23. $A = \left\{x \middle| 0.3x + \frac{1}{2} > \frac{4}{5}x - 4,\ x\text{는 자연수}\right\}$ 에 대하여 $n(A)$ 를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$0.3x + \frac{1}{2} > \frac{4}{5}x - 4$
양변에 10 을 곱한다.
$3x + 5 > 8x - 40$
$3x - 8x > -40 - 5$
$-5x > -45$
$\therefore\ x < 9$
따라서 자연수 x 는 1, 2, 3, $\cdots$, 7, 8 이다.
$\therefore\ n(A) = 8$

24. 현재 물통에 들어 있는 물에 5 L 의 물을 더 붓고, 그 전체 양의 $\frac{3}{2}$ 을 더 부어도 물의 양이 25 L 를 넘지 않는다고 한다. 현재 물통에는 최대 몇 L 의 물이 있는가? [배점 4, 중중]

① 3 L ② 5 L ③ 7 L
④ 10 L ⑤ 12 L

해설

처음 들어있는 물의 양을 x L 라 하면
$(x + 5) + \frac{3}{2}(x + 5) \leq 25$ 에서 $x \leq 5$ 이다.
따라서 처음 물통에 들어있던 물의 양은 5 L 이하이다.

25. 어느 방송국의 다시 보기 서비스를 이용하려고 한다. 한 달에 5000 원을 내면 5 개의 프로그램을 다시 볼 수 있고, 6 개부터는 1 개당 500 원의 추가 요금을 내야 한다. 전체 요금이 13000 원 이하가 되게 하려면 프로그램을 최대 몇 개까지 다시 볼 수 있는지 구하면? [배점 4, 중중]

① 19 개 ② 20 개 ③ 21 개
④ 22 개 ⑤ 23 개

해설

다시 보는 프로그램의 수를 x 개라 하자.

$$5000 + 500(x - 5) \leq 13000$$

$$x \leq 21$$

따라서 최대 21 개까지 볼 수 있다.