

문제 풀이 과제

1. 다음 중 입체도형의 면의 개수가 다른 하나는?

[배점 2, 하중]

- ① 직육면체 ② 사각뿔대 ③ 오각뿔
 ④ 사각기둥 ⑤ 삼각기둥

해설

- ①, ②, ③, ④ : 6 개
 ⑤ : 5 개

2. 다음 중 옳지 않은 것은?

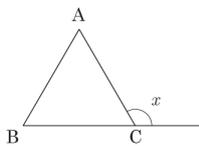
[배점 2, 하중]

- ① 다각형에서 변의 개수와 꼭짓점의 개수는 같다.
 ② 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례한다.
 ③ 다각형의 이웃하지 않는 두 꼭짓점을 이은 선분을 다각형의 대각선이라고 한다.
 ④ 모든 변의 길이가 같고 모든 내각의 크기가 같은 다각형을 정다각형이라고 한다.
 ⑤ 한 원에서 중심각의 크기가 같은 두 호의 길이는 같다.

해설

- ② 현의 길이는 중심각의 크기에 비례하지 않는다.

3. 다음 그림의 정삼각형에서 $\angle C$ 의 외각인 각 x 의 크기를 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답:

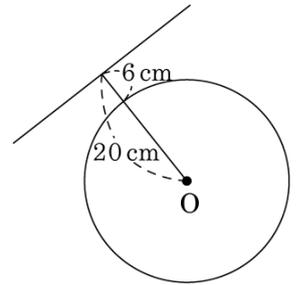
▷ 정답: 120°

해설

$\triangle ABC$ 가 정삼각형이므로 $\angle ACB = 60^\circ$ 이다.
 $\therefore \angle x = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

4. 다음 그림과 같이

원의 중심 O에서 직선 l까지의 거리가 20cm 일 때, 이 직선을 원과 접하도록 하려면 6cm를 움직이면 된다고 한다. 원의 반지름의 길이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 14cm

해설

원의 중심과 직선사이의 거리가 같을 때 접하므로 $20 - 6 = 14$, 따라서 14cm이다.

5. 다음 입체도형에 대한 설명 중 옳은 것을 보기에서 모두 골라라.

보기

- (ㄱ) 오각기둥은 칠면체이다.
- (ㄴ) 육각기둥, 정팔면체, 칠각뿔, 육각뿔대는 모두 면의 개수가 8개이다.
- (ㄷ) 사각뿔대의 옆면은 삼각형이다.
- (ㄹ) 원뿔대의 두 밑면은 서로 평행하고, 합동이다.
- (ㅁ) 반원을 지름을 포함하는 직선을 축으로 하여 1회전 시켜서만든 회전체는 원이다.

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

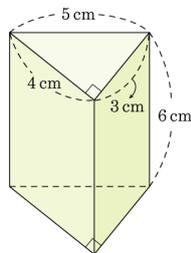
▷ 정답: (ㄱ)

▷ 정답: (ㄴ)

해설

- (ㄷ) 모든 각뿔대의 옆면은 사다리꼴이다.
- (ㄹ) 원뿔대의 두 밑면은 서로 평행하지만 두 원의 크기는 다르다.
- (ㅁ) 반원을 지름을 포함하는 직선을 축으로 하여 1회전 시켜서 만든 회전체는 구이다.

6. 다음 그림과 같은 각기둥의 겉넓이는?



[배점 3, 하상]

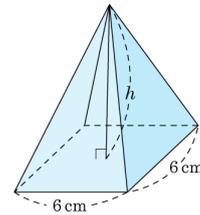
- ① 84cm² ② 88cm² ③ 92cm²
- ④ 96cm² ⑤ 108cm²

해설

$$(각기둥의 겉넓이) = (밑넓이) \times (옆넓이)$$

$$S = 2 \times (4 \times 3 \times \frac{1}{2}) + 6 \times (5 + 4 + 3) = 84(\text{cm}^2)$$

7. 밑면이 한 변의 길이가 6cm 인 정사각형인 정사각뿔의 부피가 60cm² 일 때, 이 사각뿔이 높이 h 의 값을 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 5cm

해설

$$\frac{1}{3} \times 6 \times 6 \times h = 60$$

$$\therefore h = 5(\text{cm})$$

8. 다음 중 공통접선의 개수가 3 개인 경우는?

보기

- ㉠ 두 원의 반지름이 각각 5cm, 7cm 이고 중심거리가 10cm 이다.
- ㉡ 두 원의 반지름이 각각 4cm, 9cm 이고 중심거리가 9cm 이다.
- ㉢ 두 원의 반지름이 각각 3cm, 4cm 이고 중심거리가 12cm 이다.
- ㉣ 두 원의 반지름이 각각 6cm, 3cm 이고 중심거리가 9cm 이다.
- ㉤ 두 원의 반지름이 각각 1cm, 2cm 이고 중심거리가 3cm 이다.

[배점 3, 하상]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣
- ④ ㉢, ㉤ ⑤ ㉣, ㉤

해설

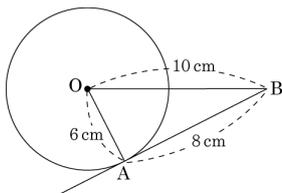
공통접선의 개수가 3 개인 경우는 두 원이 외접하는 경우

즉, $d = r + r'$ 일 때이다.

㉠ $6 + 3 = 9$

㉡ $1 + 2 = 3$ 이므로 ㉡, ㉤의 경우에 공통접선의 개수가 3 개다.

9. 다음 그림은 원 O 밖의 한 점 B 에서 접선 BA 를 그은 것이다. $\triangle OAB$ 의 넓이는?



[배점 3, 하상]

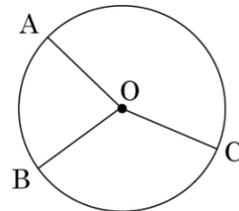
- ① 10cm^2 ② 14cm^2 ③ 16cm^2
- ④ 20cm^2 ⑤ 24cm^2

해설

원의 접선은 그 접점을 지나는 반지름에 수직이므로 $\angle OAB = 90^\circ$ 이다.

따라서 삼각형 OAB 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$
 \therefore 삼각형 OAB 의 넓이는 24 이다.

10. 다음 그림의 원 O 에서 $\widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CA} = 3 : 4 : 5$ 이다. \widehat{AB} 에 대한 중심각의 크기를 구하여라.



[배점 3, 하상]

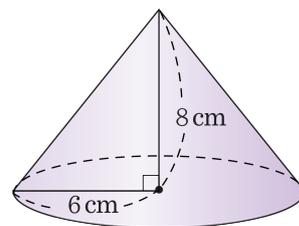
▶ 답:

▶ 정답: 90°

해설

부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로 $\angle AOB = 360^\circ \times \frac{3}{12} = 90^\circ$ 이다.

11. 다음 그림은 밑면인 원의 반지름의 길이가 6cm 이고, 높이가 8cm 인 원뿔이다. 이 원뿔의 부피를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $96\pi \text{ cm}^3$

해설

$$\begin{aligned}
 (\text{원뿔 부피}) &= \frac{1}{3} \times (\text{밑넓이}) \times (\text{높이}) \\
 &= \frac{1}{3} \times (6 \times 6 \times \pi) \times 8 \\
 &= 96\pi(\text{cm}^3)
 \end{aligned}$$

12. 지름의 길이가 28cm 인 원 O 가 있다. 직선 l 이 원 O 의 접선일 때, 원의 중심에서 접점까지의 거리를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 14cm

해설

원의 중심에서 접점까지의 거리는 반지름의 길이와 같다.

$$\text{반지름의 길이} : 28 \div 2 = 14(\text{cm})$$

13. 밑면의 반지름이 3cm , 모선의 길이가 6cm 인 원뿔에서 옆면의 넓이를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $18\pi \text{ cm}^2$

해설

원뿔에서

$$\begin{aligned}
 (\text{옆넓이}) &= \pi \times (\text{반지름}) \times (\text{모선}) \\
 &= \pi \times 3 \times 6 = 18\pi(\text{cm}^2)
 \end{aligned}$$

14. 거북이는 다음과 같은 명령에 따라 움직인다.

가자 $x : x$ 만큼 앞으로 나아가며 선을 긋는다.
 돌자 $y : y^\circ$ 만큼 오른쪽으로 머리 방향을 돌린다.
 반복 $n \{ \text{명령들} \} : \text{명령들을 } n \text{ 번 반복해서 실행시킨다.}$

다음 그림과 같이 한 번의 길이가 10 인 정육각형을 그리기 위하여 □ 안에 어떤 수를 입력해야 하는지 구하여라.
 반복6 {가자10 : 돌자 □} [배점 3, 중하]

▶ 답 :

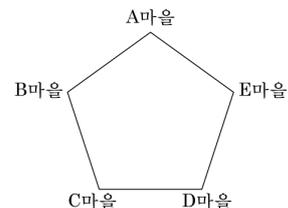
▷ 정답 : 60

해설

거북이가 정육각형인 길을 가려면 정육각형의 내각의 크기만큼 남기고 회전을 해야 한다. 정육각형의 한 내각의 크기는 $\frac{6-2}{6} \times 180^\circ = 120^\circ$ 이므로 거북이는 60° 만큼 회전해야 120° 를 내각으로 하는 도형을 그리게 된다.



15. 다음 그림과 같이 5 개의 마을이 있고 이웃하는 마을 사이에는 버스가 왕복 운행한다. 이때, 다른 모든 마을들 사이에도 서로 직통으로 연결하는 버스 노선을 만든다면 모두 몇 개의 노선이 더 필요한지 구하여라.



[배점 3, 중하]

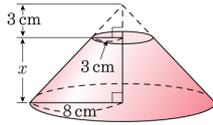
▶ 답 :

▷ 정답 : 5개

해설

이미 이웃 마을과는 버스 노선이 운행됨으로 새로 만들어지는 노선은 그림의 오각형의 대각선과 같다. 따라서 오각형의 대각선의 총 개수를 구하면 된다. 오각형은 $n = 5$ 이므로 대각선의 총 개수는 $\frac{5(5-3)}{2} = 5$ (개)이다.

16. 부피가 $\frac{485\pi}{3}\text{cm}^3$ 인 원뿔대에서 x 의 값을 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

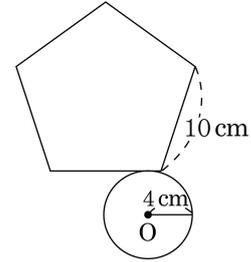
▷ 정답 : 5 cm

해설

$$\frac{1}{3} \times \pi \times 8^2 \times (3+x) - \frac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 3 = \frac{485}{3}\pi$$

$$\therefore x = 5$$

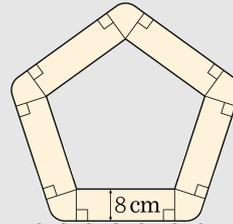
17. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 4cm 인 원을 한 변의 길이가 10cm 인 정오각형의 둘레를 따라 한 바퀴 돌렸을 때, 원이 지나간 자리의 넓이는?



[배점 4, 중중]

- ① $400 + 60\pi(\text{cm}^2)$ ② $400 + 64\pi(\text{cm}^2)$
 ③ $420 + 60\pi(\text{cm}^2)$ ④ $420 + 64\pi(\text{cm}^2)$
 ⑤ $440 + 60\pi(\text{cm}^2)$

해설

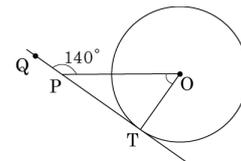


$$(\text{직사각형의 넓이}) \times 5 + (\text{부채꼴의 넓이}) \times 5$$

$$= (10 \times 8) \times 5 + \left(\pi \times 8^2 \times \frac{72}{360} \right) \times 5$$

$$= 400 + 64\pi(\text{cm}^2)$$

18. 다음 그림에서 직선 QT 는 원 O 의 접선이다. $\angle QPO = 140^\circ$ 일 때, $\angle POT$ 의 크기를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 50°

해설

$\angle OPT = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$
 직선 QT 가 원 O 의 접선이므로 $\angle PTO = 90^\circ$,
 삼각형 세 내각의 합은 180° 이므로
 $\angle POT = 180^\circ - 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$ 이다.

19. 밑면의 지름의 길이가 12cm 인 원기둥이 있다.
 원기둥의 겉넓이를 $720\pi\text{cm}^2$ 가 되게 만들려고
 한다면 이 원기둥의 높이를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 54 cm

해설

원기둥의 높이를 h 라 할 때,
 밑면의 넓이는 $\pi \times 6^2 = 36\pi$,
 밑면의 둘레는 $\pi \times 6 \times 2 = 12\pi$,
 겉넓이는 $(36\pi \times 2) + 12\pi \times h = 720\pi$
 $12\pi \times h = 648\pi$
 $\therefore h = 54(\text{cm})$

20. 다음은 십이각형의 대각선의 총수를 구하는
 과정이다. A + B + C 의 값을 구하여라.

십이각형의 대각선의 총수를 구할 때, 한 꼭짓점
 에서 그을 수 있는 대각선은 (A) 개이고, 각 꼭
 짓점에서 그을 수 있는 대각선은 모두 (B) 개이
 다. 그런데 이 개수는 한 대각선은 2 번씩 계산한
 것이므로 2 로 나누어야 한다. 그러면 대각선의
 개수는 (C) 개이다.

[배점 4, 중중]

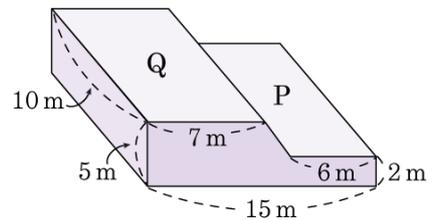
▶ 답:

▷ 정답: 171

해설

$A = 12 - 3 = 9$
 $B = 9 \times 12 = 108$
 $C = \frac{108}{2} = 54$
 $\therefore A + B + C = 9 + 108 + 54 = 171$

21. 다음 그림과 같은 모양의 토지에서 Q 를 깎아 P 를
 덮어 P, Q 의 높이를 같게 만들었다. 새로 만든
 토지의 높이를 구하여라.

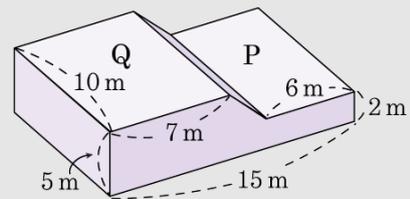


[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 3.6 m

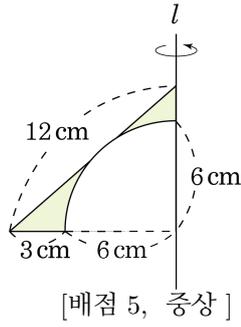
해설



다음 그림과 같이 전체 토지의 부피는 사각기둥의
 부피와 직육면체의 부피의 합이다.

$\frac{1}{2} \times (7 + 15) \times 2 \times 10 + 15 \times 10 \times 2 = 540(\text{m}^3)$
 따라서, 토지를 고르게 했을 때의 높이를 h 라 하면
 $15 \times 10 \times h = 540$
 $\therefore h = 3.6(\text{m})$

22. 다음 그림과 같이 색칠한 부분을 직선 l 을 축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형의 겉넓이를 구하면?

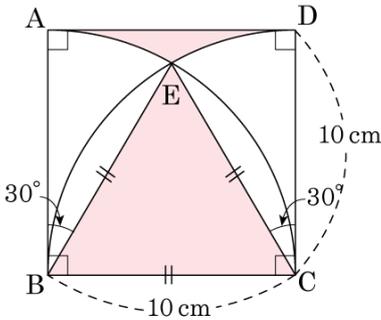


- ① $219\pi \text{ cm}^2$ ② $221\pi \text{ cm}^2$ ③ $223\pi \text{ cm}^2$
 ④ $225\pi \text{ cm}^2$ ⑤ $227\pi \text{ cm}^2$

해설

$$(\pi \times 9 \times 12) + \left(\frac{1}{2} \times 4\pi \times 6^2\right) + (\pi \times 9^2) - (\pi \times 6^2) = 225\pi \text{ (cm}^2\text{)}$$

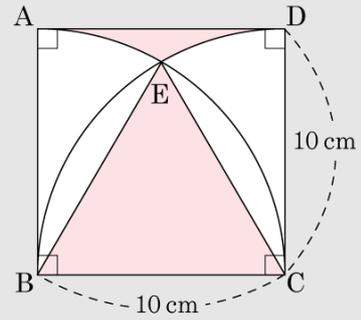
23. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 색칠한 부분의 넓이는?



[배점 5, 중상]

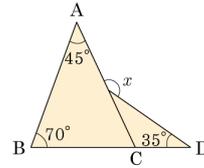
- ① $\left(100 - \frac{50}{3}\pi\right) \text{ cm}^2$
 ② $\left(100 - \frac{25}{3}\pi\right) \text{ cm}^2$
 ③ $\left(100 - \frac{100}{3}\pi\right) \text{ cm}^2$
 ④ $\left(100 - \frac{20}{3}\pi\right) \text{ cm}^2$
 ⑤ $(100 - 24\pi) \text{ cm}^2$

해설



$$S = 10^2 - 2 \times \pi \times 10^2 \times \frac{30^\circ}{360^\circ} = \left(100 - \frac{50}{3}\pi\right) \text{ (cm}^2\text{)}$$

24. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 150°

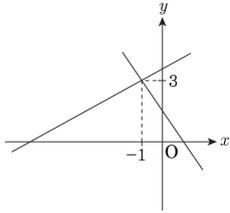
해설

$$\angle ACD = 45^\circ + 70^\circ = 115^\circ$$

$$\therefore \angle x = 115^\circ + 35^\circ = 150^\circ$$

25.

다음 그래프는 연립방정식 $\begin{cases} ax - 3y + 5 = 1 \\ -2x + 5y - b = 5 \end{cases}$ 를 풀기 위한 것이다. $2a + b$ 의 값을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

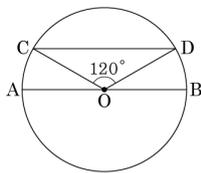
교점 $(-1, 3)$ 을 식에 대입하면.

$$-a - 9 + 5 = 1, a = -5$$

$$2 + 15 - b = 5, b = 12$$

$$\therefore 2a + b = -10 + 12 = 2$$

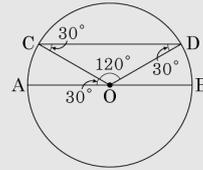
26. 다음 그림의 원에서 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 이고, $\angle COD = 120^\circ$ 일 때, \widehat{AC} 의 길이는 원의 둘레의 길이의 몇 배인가?(단, 점 O는 원의 중심)



[배점 5, 상하]

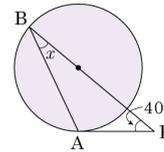
- ① $\frac{1}{4}$ 배 ② $\frac{1}{6}$ 배 ③ $\frac{1}{12}$ 배
 ④ $\frac{1}{20}$ 배 ⑤ $\frac{1}{24}$ 배

해설



따라서 \widehat{AC} 는 원의 둘레의 길이의 $\frac{30^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{12}$ (배)이다.

27. 다음 그림에서 \overline{PA} 는 원 O의 접선이다. $\angle BPA = 40^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

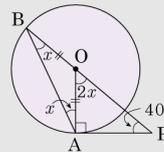


[배점 5, 상하]

- ① 15° ② 20° ③ 25°
 ④ 30° ⑤ 35°

해설

접점 A와 원의 중심 O를 이으면,

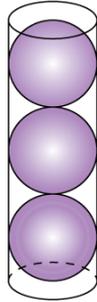


$$\angle BAO = x, \angle OAP = \angle R = 90^\circ$$

$$\angle AOP = 50^\circ \text{ 이므로 } 2x = 50^\circ$$

$$\therefore \angle x = 25^\circ$$

28. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 4cm 인 원기둥에 물을 가득 채운 후, 공 3개를 넣었더니 꼭 맞게 들어갔다. 흘러넘친 물의 부피를 구하여라.



[배점 5, 상하]

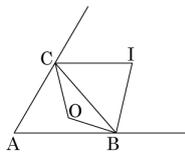
▶ 답:

▷ 정답: $256\pi \text{ cm}^3$

해설

흘러넘친 물의 부피는 공 3개의 부피와 같다.
 \therefore (흘러넘친 물의 부피) = $3 \times \left(\frac{4}{3}\pi \times 4^3\right) = 256\pi(\text{cm}^3)$

29. 다음 그림에서 삼각형 ABC의 $\angle B$ 와 $\angle C$ 의 이등분선의 교점을 O, $\angle B$ 의 외각과 $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 I라고 정한다. $\angle A = \angle x$, $\angle BIC = \angle y$, $\angle BOC = \angle z$ 라 할 때, $\angle y + \angle z$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 180°

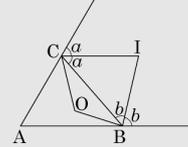
해설

그림과 같이 $\angle B$ 와 $\angle C$ 의 외각의 이등분선에 의해 나누어진 각을 각각 $\angle a$, $\angle b$ 라 하면

$$\angle y + \angle a + \angle b = 180^\circ, \quad \angle a + \angle b = 180^\circ - \angle y$$

삼각형의 세 외각의 크기의 합은 360° 이므로

$$2\angle a + 2\angle b + (180^\circ - \angle x) = 360^\circ, \quad \angle y = \frac{180^\circ - \angle x}{2} \dots \text{㉠}$$

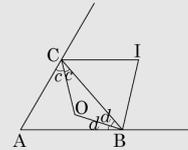


그림과 같이 $\angle B$ 와 $\angle C$ 의 내각의 이등분선에 의해 나누어진 각을 각각 $\angle c$, $\angle d$ 라 하면

$$\angle z + \angle c + \angle d = 180^\circ, \quad \angle c + \angle d = 180^\circ - \angle z$$

$\triangle ABC$ 의 세 내각의 크기의 합은 180° 이므로

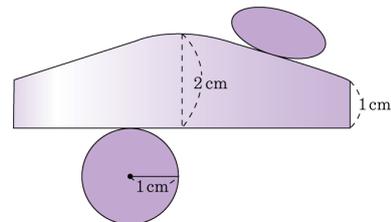
$$\angle x + 2\angle c + 2\angle d = 180^\circ, \quad \angle z = \frac{180^\circ + \angle x}{2} \dots \text{㉡}$$



㉠, ㉡에 의하면

$$\angle y + \angle z = \frac{180^\circ - \angle x}{2} + \frac{180^\circ + \angle x}{2} = 180^\circ$$

30. 다음은 기둥을 잘라 만든 도형의 전개도이다. 이 입체도형의 부피를 구하여라.

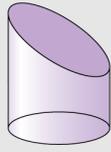


[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{3}{2}\pi \text{ cm}^2$

해설



주어진 전개도로 입체도형을 만들면 위의 그림과 같다.

따라서 구하는 입체도형의 부피는
(원기둥의 부피) - (잘린 부분의 부피)

$$\begin{aligned} &= \pi \times 1^2 \times 2 - \frac{1}{2} \times \pi \times 1^2 \times 1 \\ &= \frac{3}{2}\pi(\text{cm}^2) \end{aligned}$$