

실력 확인 문제

1. 이차방정식 $x^2 + 2mx + 3m = 0$ 이 중근을 가질 때,
 m 의 값과 근을 구하여라. (단, $m \neq 0$)

[배점 2, 하하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 3$

▷ 정답 : $x = -3$

해설

$x^2 + 2mx + 3m = 0$ 이 완전제곱식이 되어야하므로
 $\left(\frac{2m}{2}\right)^2 = 3m, \quad m(m-3) = 0$
 $\therefore m = 0$ 또는 $m = 3$
 그런데 $m \neq 0$ 이므로 $m = 3$
 주어진 이차방정식은 $(x+3)^2 = 0$ 이므로
 $x = -3$

2. 이차방정식 $x^2 - 6x + 3m - 1 = 0$ 의 두 근의 합이
 $-n$ 이고, 곱이 8 일 때, $m+n$ 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하하]

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$\alpha + \beta = 6 = -n, \alpha\beta = 3m - 1 = 8$ 이므로
 $n = -6, m = 3$ 이다.
 $\therefore m + n = -3$

3. 이차방정식 $x^2 - Ax + 4 = 0$ 의 두 근이 1, B 일 때,
 A, B 의 값을 구하여라. [배점 2, 하하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = 5$

▷ 정답 : $B = 4$

해설

근과 계수의 관계에 의하여
 $4 = 1 \times B$ 이므로 $B = 4$
 $A = 1 + B$ 이므로 $A = 5$ 이다.

4. n 각형의 대각선의 총수가 $\frac{n(n-3)}{2}$ 개일 때,
 대각선의 총수가 20 개인 다각형을 구하여라.

[배점 2, 하하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 팔각형

해설

$\frac{n(n-3)}{2} = 20$ 이므로
 $n^2 - 3n - 40 = 0$
 $(n+5)(n-8) = 0$
 $\therefore n = 8$ (n 은 자연수)

5. 다음 보기와 같은 방법으로 이차방정식을 구하여라.

보기

$$\begin{aligned} &\text{이차항의 계수 : 1} \\ &\text{두 근 : 1, 3} \\ &(x-1)(x-3) = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 3 = 0 \end{aligned}$$

- (1) 이차항의 계수 : 1 $\Rightarrow$ -
 두 근 : 2, -1
- (2) 이차항의 계수 : 2 $\Rightarrow$ -
 두 근 : -1, 3
- (3) 이차항의 계수 : 3 $\Rightarrow$ - [배점 2, 하하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 풀이참조

해설

$$\begin{aligned} &\text{이차항의 계수 : 1} \\ (1) &\quad \text{두 근 : 2, -1} \\ &\quad (x-2)(x+1) = 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \\ &\quad \text{이차항의 계수 : 2} \\ (2) &\quad \text{두 근 : -1, 3} \\ &\quad 2(x+1)(x-3) = 0 \Rightarrow 2x^2 - 4x - 6 = 0 \\ &\quad \text{이차항의 계수 : 3} \\ (3) &\quad \text{두 근 : -2, -3} \\ &\quad 3(x+2)(x+3) = 0 \Rightarrow 3x^2 + 15x + 18 = 0 \end{aligned}$$

6. 연속하는 두 홀수의 곱이 35 일 때, 이 두 수의 합을 고르면? [배점 2, 하중]

- ① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

해설

두 수를 $x, x+2$ 라 하면 (x 는 홀수)
 $x(x+2) = 35$,
 $x^2 + 2x - 35 = 0$
 $(x-5)(x+7) = 0$
 $\therefore x = 5$ 또는 $x = -7$
 $x = 5(x > 0)$ 이므로
 따라서 두 수는 5, 7 이다.

7. 이차방정식 $x^2 - 12x + 3 = 0$ 의 근의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2 개

해설

$x^2 - 12x + 3 = 0$ 에서
 $\frac{D}{4} = (-6)^2 - 1 \times 3 = 36 - 3 > 0$
 따라서 서로 다른 두 개의 근을 가진다.

8. 다음은 이차방정식의 해를 구한 것이다. 옳지 못한 것은? [배점 2, 하중]

- ① $x^2 - 4x + 1 = 0, x = 2 \pm \sqrt{3}$
- ② $3x^2 + 7x - 5 = 0, x = \frac{-7 \pm \sqrt{109}}{6}$
- ③ $4x^2 - 5x - 3 = 0, x = \frac{5 \pm \sqrt{73}}{8}$
- ④ $3x^2 + 2x - 4 = 0, x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{3}$
- ⑤ $3x^2 - 6x + 2 = 0, x = \frac{6 \pm \sqrt{3}}{6}$

해설

$$\textcircled{5} x = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$$

9. 야구 경기에서 어떤 선수가 공을 쳤다고 할 때, 공을 친 지 x 초 후의 지면으로부터 공의 높이는 $(3 + 14x - 5x^2)$ m 라고 한다. 공을 친 지 몇 초 후에 지면에 떨어지게 되는지 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3초

해설

지면에 떨어지므로, 높이는 0m 이다.

$$3 + 14x - 5x^2 = 0 \text{ 에서}$$

$$5x^2 - 14x - 3 = 0$$

$$(x - 3)(5x + 1) = 0$$

따라서 $x = 3$ (초) 이다.

10. 이차방정식 $3x^2 - 6x + 8 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2$ 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = \frac{8}{3} \text{ 이므로}$$

$$\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 3\alpha\beta = 2^2 - 3 \times \frac{8}{3} = -4$$

11. 이차방정식 $3x^2 + 4x - 2 = 0$ 의 두 근 중 작은 근을 A 라 할 때, $3A + \sqrt{10}$ 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 3 \times (-2)}}{2 \times 3} = \frac{-4 \pm \sqrt{40}}{6} = \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{3}$$

따라서 작은 근 $A = \frac{-2 - \sqrt{10}}{3}$ 이므로

$$3A + \sqrt{10} = 3 \times \frac{-2 - \sqrt{10}}{3} + \sqrt{10} = -2 \text{ 이다.}$$

12. 이차방정식 $x^2 + 3x - 1 = 0$ 의 해가 $\frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, A, B 의 값을 각각 구하여라.

(단, A, B 는 유리수)

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = -3$

▷ 정답 : $B = 13$

해설

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2 \times 1} = \frac{-3 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$\therefore A = -3, B = 13$$

13. 자연수 1 부터 n 까지의 합이 136 이다. n 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\frac{n(n+1)}{2} = 136 \text{ 이므로}$$

$$n^2 + n - 272 = 0$$

$$(n-16)(n+17) = 0$$

$$\therefore n = 16 \text{ (} n \text{ 은 자연수)}$$

14. 자연수 1부터 n 까지의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 합이 210이 되려면 1부터 몇까지 더해야 하는지 n 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 20

해설

$$\frac{n(n+1)}{2} = 210 \text{ 이므로}$$

$$n^2 + n - 420 = 0$$

$$(n-20)(n+21) = 0$$

$$\therefore n = 20 \text{ (} n \text{ 은 자연수)}$$

15. 이차방정식 $x^2 + (m+1)x + 20 = 0$ 의 한 근이 다른 근 보다 1 클 때, 이것을 만족하는 m 의 값들의 합을 구하면? [배점 3, 하상]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ -1 ⑤ -2

해설

한 근을 a , 다른 한 근은 $a+1$ 이라 하면
 근과 계수와의 관계에 의해
 두 근의 합 $a + (a+1) = -(m+1) \cdots \textcircled{1}$
 두 근의 곱 $a(a+1) = 20 \cdots \textcircled{2}$
 ②를 풀면 $a = 4, -5$
 $a = 4, -5$ 를 각각 ①에 대입하면
 $a = 4$ 일 때, $m = -10$
 $a = -5$ 일 때, $m = 8$
 $\therefore (-10) + 8 = -2$

16. n 각형의 대각선의 총수는 $\frac{n(n-3)}{2}$ 개이다. 대각선의 총수가 54 개인 다각형의 변의 수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 12 개

해설

$$\frac{n(n-3)}{2} = 54 \text{ 이므로}$$

$$n(n-3) = 108$$

$$n^2 - 3n - 108 = 0$$

$$(n-12)(n+9) = 0$$

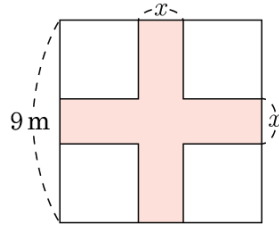
$$\therefore n = 12 \text{ 또는 } n = -9$$

$$n > 0 \text{ 이므로 12 각형}$$

따라서 변의 수는 12 개

17. 다음 그림과 같이

한 변이 9m 인 정사각형
모양의 땅이 있다. 이 땅에
넓이가 32m^2 인 십자형의
길을 만들려고 할 때, 길의
폭은? [배점 3, 하상]



- ① 1m ② 2m ③ 3m
④ 4m ⑤ 5m

해설

$$\begin{aligned} 9x + 9x - x^2 &= 32 \\ (x-2)(x-16) &= 0 \\ \therefore x &= 2 \quad (x < 9) \end{aligned}$$

18. 이차방정식 $\frac{1}{4}x^2 + \frac{5}{6}x = \frac{5}{12}$ 의 두 근의 합을 a , 두
근의 곱을 b 라 할 때, $a+b$ 의 값은?
[배점 3, 하상]

- ① -5 ② -3 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} \text{양 변에 12를 곱하면 } 3x^2 + 10x &= 5, \quad 3x^2 + 10x - 5 = 0 \\ \text{두 근의 합 } a &= -\frac{10}{3} \\ \text{두 근의 곱 } b &= -\frac{5}{3} \\ a+b &= -\frac{10}{3} - \frac{5}{3} = -5 \end{aligned}$$

19. 이차방정식 $2x^2 + 6x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할
때, $\frac{2}{\alpha} + \frac{2}{\beta}$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned} \text{근과 계수의 관계로부터} \\ \alpha + \beta &= -3, \quad \alpha\beta = -\frac{1}{2} \\ \therefore \frac{2}{\alpha} + \frac{2}{\beta} &= \frac{2(\alpha + \beta)}{\alpha\beta} = \frac{-6}{-\frac{1}{2}} = 12 \end{aligned}$$

20. 어떤 자연수에 2를 더하여 제곱한 수는 이 수를
제곱하여 3배한 것보다 2보다 작다고 한다. 어떤
자연수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} \text{어떤 자연수를 } x \text{ 라고 하면} \\ (x+2)^2 &= 3x^2 - 2 \\ x^2 + 4x + 4 - 3x^2 + 2 &= 0 \\ 2x^2 - 4x - 6 &= 0 \\ (x-3)(x+1) &= 0 \\ x \text{ 는 자연수이므로 } x &= 3 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

21. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 을 풀었더니
 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 가 되었다. $A-B$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$$2x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 + 6}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{2}$$

$$A = 2, B = 10$$

$$A - B = 2 - 10 = -8$$

22. n 명 중에서 2 명을 뽑아 줄을 세우는 경우의 수는 $n(n-1)$ 가지이다. 어느 동호회에서 회장과 부회장 2 명을 뽑는 경우의 수가 156 가지 일 때, 동호회 회원은 모두 몇 명인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 13 명

해설

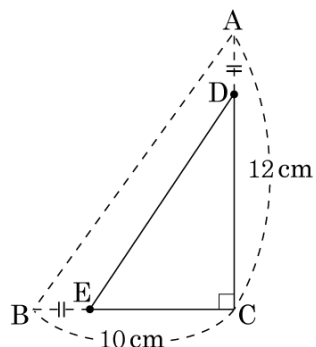
$$n(n-1) = 156 \text{ 이므로}$$

$$n^2 - n - 156 = 0 \text{ 이고,}$$

$$(n+12)(n-13) = 0 \text{ 이다.}$$

따라서 $n = 13$ (n 은 자연수)이다.

23. 다음 그림과 같은 직각 삼각형 ABC 에서 높이와 밑변을 서로 동일한 길이만큼 짧게 만들었을 때, 직각삼각형 DEC 의 넓이가 12 cm^2 가 되었다. 줄어든 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6 cm

해설

줄어든 길이를 $x \text{ cm}$ 라고 할 때
 밑변의 길이는 $(10-x) \text{ cm}$, 높이의 길이는 $(12-x) \text{ cm}$ 이다.
 $\frac{1}{2}(10-x)(12-x) = 12$ 이므로
 $x^2 - 22x + 96 = 0$
 $(x-6)(x-16) = 0$
 따라서 $x = 6$ ($\because 0 < x < 10$)이다.

24. 이차방정식 $2x^2 - 2x + m = 0$ 의 두 근의 차가 3 일 때, m 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

한 근을 α 라 하면 다른 한 근은 $\alpha - 3$ 이므로
 $\alpha + \alpha - 3 = 1$
 따라서 $\alpha = 2$ 이다.
 $\alpha(\alpha - 3) = \frac{m}{2} \quad \therefore m = -4$

25. 다음 그림에서 사각형 ABCD 와 FCHG 는 정사각형이다. $\overline{BC} = 6 \text{ cm}$ 이고, 정사각형 ABCD 와 직사각형 EBHG 의 넓이가 같을 때, 직사각형 EBCF 의 둘레의 길이를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $12\sqrt{5} \text{ cm}$

해설

$\overline{CH} = x\text{cm}$ 라고 하면

$$6 \times 6 = x(6 + x)$$

$$36 = 6x + x^2$$

$$x^2 + 6x - 36 = 0$$

$$x = -3 \pm 3\sqrt{5}$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = -3 + 3\sqrt{5}(\text{cm})$$

따라서 직사각형 EBCF 의 둘레의 길이는
 $\{6 + 2(-3 + 3\sqrt{5})\} \times 2 = 12\sqrt{5}(\text{cm})$ 이다.