

실력 확인 문제

1. 다음 식을 간단히 한 것 중 옳지 않은 것은?

[배점 2, 하중]

① $(-x^2y^3)^2 \div \left(\frac{1}{3}xy\right)^2 = 9x^2y^4$

② $(-2x^2y)^3 \times (2xy)^2 = 32x^8y^5$

③ $-4(x^2)^2 \div 2x^4 = -2$

④ $2x^3 \times (-3x^2) = -6x^5$

⑤ $16x^2y \div 2xy \times 4x = 32x^2$

해설

② $-32x^8y^5$

2. 다음 중 x 의 값이 다른 것은?

[배점 2, 하중]

① $(ab)^x \times ab = a^3b^3$

② $(a^xb)^2 \times \frac{a^2}{b^5} = \frac{a^6}{b^3}$

③ $(-2a)^2 \times (xb)^3 = 32a^2b^3$

④ $\left(\frac{a}{x}\right)^2 \times (a^2b)^3 = \frac{a^8b^3}{16}$

⑤ $\left(\frac{a}{4}\right)^2 \div \left(\frac{1}{a}\right)^2 \times a^xb = \frac{a^6b}{16}$

해설

① $(ab)^x \times ab = a^3b^3,$

$a^{x+1}b^{x+1} = a^3b^3, x+1=3 \therefore x=2$

② $(a^xb)^2 \times \frac{a^2}{b^5} = \frac{a^6}{b^3},$

$\frac{a^{2x+2}}{b^{5-2}} = \frac{a^6}{b^3}$

$2x+2=6 \therefore x=2$

③ $(-2a)^2 \times (xb)^3 = 32a^2b^3, 4a^2x^3b^3 = 32a^2b^3, x^3=8 \therefore x=2$

④ $\left(\frac{a}{x}\right)^2 \times (a^2b)^3 = \frac{a^8b^3}{16}, \frac{a^2}{x^2} \times a^6b^3 = \frac{a^8b^3}{16}, x^2=16 \therefore x=\pm 4$

⑤ $\left(\frac{a}{4}\right)^2 \div \left(\frac{1}{a}\right)^2 \times a^xb = \frac{a^2}{16} \times a^2 \times a^xb = \frac{a^{4+x}b}{16} = \frac{a^6b}{16}$
 $x+4=6 \therefore x=2$

3. $(a^2b^x)^3 \div a^yb^3 = a^5b^9$ 일 때, $x+y$ 의 값은?

[배점 2, 하중]

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$(a^2b^x)^3 \div a^yb^3 = a^5b^9$

$a^{6-y}b^{3x-3} = a^5b^9$

$6-y=5 \therefore y=1$

$3x-3=9 \therefore x=4$

$\therefore x+y=5$

4. 다음 계산 중 옳은 것을 모두 찾으시오?

[배점 2, 하중]

① $a^3 \times a^7 = a^{10}$

② $a^2 \times a^2 \times a^2 = a^8$

③ $(x^2)^2 \times (x^3)^2 = x^{10}$

④ $x^2 \times y^4 \times x^6 \times y^2 = x^8 y^6$

⑤ $(x^3)^2 \times x^2 \times (x^2)^2 = x^{11}$

해설

② $a^2 \times a^2 \times a^2 = a^{2+2+2} = a^6$

⑤ $(x^3)^2 \times x^2 \times (x^2)^2 = x^{3 \times 2} \times x^2 \times x^{2 \times 2}$
 $= x^{6+2+4} = x^{12}$

5. $2^3 \times 32 = 2^{\square}$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 수는?

[배점 3, 하상]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$32 = 2^5$ 이므로 $2^3 \times 2^5 = 2^8$

6. $\square \div \{8x^2y \times (x^2y)^2\} = -2x^2y^4$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 식은?

[배점 3, 하상]

① $-4x^6y^8$ ② $-8x^8y^6$ ③ $-16x^8y^7$

④ $-16x^6y^8$ ⑤ $-4x^8y^7$

해설

$$\begin{aligned} \square &= -2x^2y^4 \times \{8x^2y \times (x^2y)^2\} \\ &= -2x^2y^4 \times 8x^2y \times x^4y^2 \\ &= -16x^8y^7 \end{aligned}$$

7. $\left(\frac{2}{3}a^xb^2\right)^3 \div \frac{4}{81}ab^2 = 6a^8b^y$ 일 때, 상수 x, y 에 대하여 $x+y$ 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{3}a^xb^2\right)^3 \div \frac{4}{81}ab^2 &= \left(\frac{2^3}{3^3}a^{3x}b^6\right) \times \frac{3^4}{2^2ab^2} \\ &= 6a^8b^y \end{aligned}$$

이므로 $x=3, y=4$ 이다.

$\therefore x+y=7$

8. $48^5 = 2^a \times 3^b$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

$48^5 = (2^4 \times 3)^5 = 2^{20} \times 3^5$ 이므로

$a=20, b=5$

$\therefore ab=100$

9. 다음 □에 들어갈 숫자를 차례로 나열한 것은?

$$(ab^2)^{\square} \times \left(\frac{1}{ab^2}\right)^2 \times \left(\frac{2}{b^{\square}}\right)^2 = \square a^2$$

[배점 3, 중하]

- ① 4, 1, 4 ② 4, 2, 4 ③ 4, 3, 3
④ 4, 3, 2 ⑤ 4, 4, 2

해설

$$(ab^2)^4 \times \left(\frac{1}{ab^2}\right)^2 \times \left(\frac{2}{b^2}\right)^2 = 4a^2 \text{ 이므로 빈칸에 들어갈 숫자는 } 4, 2, 4$$

10. 다음 중 옳지 않은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① $a^6 \div a^3 = a^3$ ② $b^6 \div b^{12} = \frac{1}{b^2}$
③ $a^8 \div a^2 \div a^2 = a^4$ ④ $c^9 \div c^{10} = \frac{1}{c}$
⑤ $y^2 \div y^3 \times y^5 = y^4$

해설

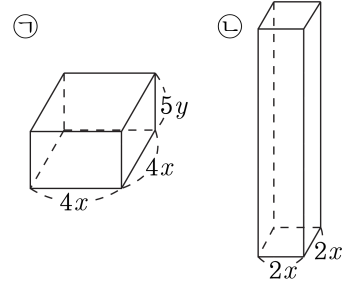
- ① $a^6 \div a^3 = a^{6-3} = a^3$
② $b^6 \div b^{12} = b^{6-12} = b^{-6} = \frac{1}{b^6}$
③ $a^8 \div a^2 \div a^2 = a^{8-2-2} = a^4$
④ $c^9 \div c^{10} = c^{9-10} = c^{-1} = \frac{1}{c}$
⑤ $y^2 \div y^3 \times y^5 = y^{2-3+5} = y^4$

11. 다음 그림은

밑면이 정사각형인
직육면체이다.

㉠의 직육면체는
밑면인 정사각형의 한
변의 길이가 $4x$ 이고,
높이가 $5y$ 이다. ㉠과
㉡의 부피가 같고, ㉡의 밑면인 정사각형의 한 변의
길이가 $2x$ 라면 ㉡의 높이는 얼마인지 구하여라.

[배점 3, 중하]



▶ 답:

▷ 정답: $20y$

해설

직육면체의 부피는 (가로)×(세로)×(높이) 이다.

$$\text{㉠의 부피} = (4x)^2 \times 5y = 80x^2y$$

$$\text{㉡의 부피} = (2x)^2 \times (\text{높이}) = 4x^2 \times (\text{높이}) \text{ 이므로 } 80x^2y = 4x^2 \times (\text{높이})$$

$$\therefore (\text{높이}) = 20y$$

12. 부피가 $100\pi a^3b$ 인 원기둥의 밑면은 지름이 $10a$ 인
원이다. 이 원기둥의 높이를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $4ab$

해설

$$\pi \times 5a \times 5a \times (\text{높이}) = 100\pi a^3b$$

$$(\text{높이}) = 100\pi a^3b \div 5a \div 5a \div \pi = 4ab$$

13. $2^{12} \times 3^2 \times 5^{10}$ 은 몇 자리의 수인지 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 12자리 수

▷ 정답: 열 두 자리 수

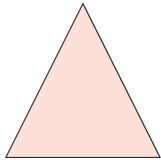
▷ 정답: 12자리

▷ 정답: 열 두 자리

해설

$$\begin{aligned}2^{12} \times 3^2 \times 5^{10} &= 2^{10} \times 2^2 \times 3^2 \times 5^{10} \\&= 2^2 \times 3^2 \times (2 \times 5)^{10} \\&= 2^2 \times 3^2 \times (10)^{10} \\&= 36 \times (10)^{10}\end{aligned}$$

14. 다음과 같이 삼각형 모양인 선물 상자가 있다. 선물 상자의 평면의 넓이는 2^5cm^2 이라고 한다. 가로가 2^3cm 이라 할 때, 높이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 8 cm

해설

(삼각형의 넓이) = $\frac{1}{2} \times (\text{가로의 길이}) \times (\text{높이})$ 에 의해서
 $\frac{1}{2} \times 2^3 \times x = 2^5$,
 $2^{3-1} \times x = 2^5$,
 $2^2 \times x = 2^5$, $x = 2^{5-2} = 2^3$
높이는 8 이다.

15. $2^{x+2} + 2^x = 160$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$\begin{aligned}2^{x+2} + 2^x &= 5 \times 2^x = 160 \\2^x &= 32 = 2^5 \\ \therefore x &= 5\end{aligned}$$

16. $x^4 \div x^3 \div x^5$ 을 간단히 하면?

[배점 4, 중중]

- ① $\frac{1}{x}$ ② $\frac{1}{x^2}$ ③ $\frac{1}{x^3}$ ④ $\frac{1}{x^4}$ ⑤ $\frac{1}{x^5}$

해설

$$x^{4-3-5} = x^{-4} = \frac{1}{x^4}$$

17. $-(-a^4) \times \left(\frac{2}{a}\right)^3 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^4$ 을 간단히 하면?

[배점 4, 중중]

- ① $-6a$ ② $6a$ ③ $\frac{1}{2}a$
④ $-\frac{1}{2}a$ ⑤ $\frac{1}{4}a$

해설

$$-(-a^4) \times \left(\frac{2}{a}\right)^3 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^4 = a^4 \times \frac{8}{a^3} \times \frac{1}{16} = \frac{1}{2}a$$

18. $2^{x+4} = 4^{x-1}$ 이 성립할 때, x 의 값으로 옳은 것은?
[배점 4, 중중]

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} 2^{x+4} &= 2^{2(2x-1)} \\ x+4 &= 2(2x-1) \\ x &= 2 \end{aligned}$$

19. $-16x^2y^3 \times \square \div 8xy^2 = -4x^3y^2$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 식은?
[배점 4, 중중]

① $-2xy^2$ ② $2xy^2$ ③ $-2x^2y$
④ $2x^2y$ ⑤ $-2xy$

해설

$$\begin{aligned} -2xy \times \square &= -4x^3y^2 \\ \square &= 2x^2y \end{aligned}$$

20. $x = 3, y = -2, z = 6$ 일 때,
 $xy^4z \times (-2x^2y)^3 \div (2x^3y^3z)^2$ 의 값은?
[배점 4, 중중]

① -6 ② -4 ③ -2 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= xy^4z \times (-8x^6y^3) \times \frac{1}{4x^6y^6z^2} = -\frac{2xy}{z} \\ \text{식의 값} &: -\frac{2 \times 3 \times (-2)}{6} = 2 \end{aligned}$$

21. $a \neq 0, b \neq 0$ 이고 x, y 가 자연수일 때,
 $a^{(x-1)}b^{(1-x)} \div b^{(x-1)}a^{(1-x)}$ 을 간단히 하면? (단,
 $x > y$) [배점 5, 중상]

① 2 ② $\frac{a}{b}$ ③ $\left(\frac{a}{b}\right)^{2x-2}$
④ $\frac{b^{2x}}{a^2}$ ⑤ $\left(\frac{b}{a}\right)^{2x+2}$

해설

$$\begin{aligned} a^{(x-1)}b^{(1-x)} \div b^{(x-1)}a^{(1-x)} &= a^{2x-2}b^{2-2x} \\ &= \frac{a^{2x-2}}{b^{2x-2}} \\ &= \left(\frac{a}{b}\right)^{2x-2} \end{aligned}$$

22. $a : b = 2 : 3$ 이고, $\left(b - \frac{1}{a}\right) \div \left(\frac{1}{b} - a\right) = \square$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 수를 구하여라.
[배점 5, 중상]

① $\frac{3}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ -3
④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{3}{2}$

해설

$$\begin{aligned} \square &= \left(b - \frac{1}{a}\right) \div \left(\frac{1}{b} - a\right) \\ &= \left(\frac{ab-1}{a}\right) \div \left(\frac{1-ab}{b}\right) \\ &= \frac{ab-1}{a} \times \frac{b}{1-ab} \\ &= \frac{ab-1}{a} \times \frac{b}{-(ab-1)} \\ &= -\frac{b}{a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a : b = 2 : 3 \text{ 에서 } \frac{a}{b} &= \frac{2}{3} \text{ 이므로} \\ \square &= -\frac{b}{a} = -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

23. $A = 2^{x-3}$, $B = 3^{x+1}$ 일 때, $\frac{8^x}{9^x}$ 를 A, B 에 관한 식으로 나타내면? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{4606}{B^2} A^3$ ② $\frac{4607}{B^2} A^3$ ③ $\frac{4608}{B^2} A^3$
 ④ $\frac{4609}{B^2} A^3$ ⑤ $\frac{4610}{B^2} A^3$

해설

$$\begin{aligned} A &= 2^{x-3} = 2^x \div 8 \text{ 이므로 } 2^x = 8A \\ B &= 3^{x+1} = 3^x \times 3 \text{ 이므로 } 3^x = \frac{B}{3} \\ \frac{8^x}{9^x} &= \frac{(2^x)^3}{(3^x)^2} = \frac{(8A)^3}{\left(\frac{B}{3}\right)^2} \\ &= \frac{3^2 \times 2^9 \times A^3}{B^2} \\ &= \frac{4608A^3}{B^2} \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} (\text{원기둥 부피}) &: a^2\pi \times b = a^2b\pi \\ (\text{원뿔의 부피}) &: \frac{1}{3}b^2\pi \times a = \frac{1}{3}ab^2\pi \\ \frac{(\text{원기둥의 부피})}{(\text{원뿔의 부피})} &= \frac{a^2b\pi}{\frac{1}{3}ab^2\pi} = \frac{3a}{b} \end{aligned}$$

24. $X = 2^a$ 일 때, $K(X) = a$ 로 정한다. 이때, $K(2^{4(m-2)} \div 4^{2m-6})$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} 2^{4(m-2)} \div 4^{2m-6} &= 2^a \\ 2^{4m-8} \div 2^{2(2m-6)} &= 2^{4m-8-4m+12} = 2^4 \\ \therefore a &= 4 \end{aligned}$$

25. 반지름이 a 이고 높이가 b 인 원기둥의 부피는 반지름이 b 이고 높이가 a 인 원뿔의 부피의 몇 배인지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3a}{b}$ 배