실력 확인 문제

1. 똑같은 크기의 정사각형 모양의 천을 꿰매어 가로, 세로의 길이가 각각 120cm , 180cm 인 식탁보를 만들려고 한다. 가능한 한 큰 정사각형 조각을 이용해 만들려고 할 때, 정사각형 조각의 한 변의 길이는?

[배점 2, 하하]

- ① 12cm ② 15cm ③ 30cm
 ④ 45cm ⑤ 60cm

해설

꿰매려는 정사각형 모양의 천의 한 변의 길이는 120 과 180 의 공약수이다.

그런데 가능한 한 큰 정사각형 모양의 천을 꿰맸다고 했으므로 한 변의 길이는 120 과 180 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r} 2) \ 120 \ 180 \\ 2) \ 60 \ 90 \\ 3) \ 30 \ 45 \\ 5) \ 10 \ 15 \\ \quad 2 \quad 3 \end{array}$$

$$\therefore 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60(\text{cm})$$

2. $2^a = 8$, $6^2 = b$ 를 만족하는 자연수 a, b 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 3$

▷ 정답: $b = 36$

해설

$$2^1 = 2, 2^2 = 2 \times 2 = 4, 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

이므로 $a = 3$ 이다.

$$6^2 = 6 \times 6 = 36 \text{ 이므로 } b = 36 \text{ 이다.}$$

3. $1110_{(2)}$ 를 $a \times 10 + b \times 1$ 로 나타내었을 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하하]

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$1110_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 = 8 + 4 + 2 = 14$$

$$14 = 1 \times 10 + 4 \times 1$$

$$\therefore a = 1, b = 4$$

4. 두 자연수 a, b 의 최대공약수가 2×3^2 일 때, a, b 의 공약수의 개수를 구하여라.

[배점 2, 하하]

▶ 답:

▷ 정답: 6개

해설

a, b 의 공약수는 최대공약수 $2 \times 3^2 = 18$ 의 약수와 같으므로

(a, b 의 공약수의 개수)

= (18의 약수의 개수)

= (2×3^2 의 약수의 개수)

= $(1 + 1) \times (2 + 1)$

= 6(개)

5. 다음 수들의 최대공약수와 최소공배수를 차례로 써라.

144, 96

[배점 2, 하하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 최대공약수 : 48

▷ 정답: 최소공배수 : 288

해설

$$\begin{array}{r} 2) 96 \quad 144 \\ 2) 48 \quad 72 \\ 2) 24 \quad 36 \\ 2) 12 \quad 18 \\ 3) 6 \quad 9 \\ \quad 2 \quad 3 \end{array}$$

최대공약수 : $2^4 \times 3 = 48$

최소공배수 : $2^5 \times 3^2 = 288$

6. 다음 수 중에서 약수가 가장 많은 수를 써라.

36 48 64 120

[배점 2, 하하]

▶ 답:

▷ 정답: 120

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$ 이므로 $(2+1) \times (2+1) = 9(\text{개})$

$48 = 2^4 \times 3$ 이므로 $(4+1) \times (1+1) = 10(\text{개})$

$64 = 2^6$ 이므로 $6+1 = 7(\text{개})$

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 이므로 $(3+1) \times (1+1) \times (1+1) = 16(\text{개})$

7. 학교 게시판은 가로, 세로의 길이가 각각 270cm , 180cm 이다. 게시판에 가능한 한 큰 정사각형 모양의 종이를 빈틈없이 붙이려고 한다. 이때, 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이를 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 90cm

해설

붙이려는 정사각형 모양의 종이의 한 변의 길이는 270 과 180 의 공약수이다.

그런데 가능한 한 큰 정사각형 모양의 종이를 붙인다고 했으므로 한 변의 길이는 270 과 180 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r} 2) 270 \quad 180 \\ 5) 135 \quad 90 \\ 3) 27 \quad 18 \\ 3) 9 \quad 6 \\ \quad 3 \quad 2 \end{array}$$

$\therefore 2 \times 5 \times 3 \times 3 = 90(\text{cm})$

8. 다음은 희망이의 수학일기 중 일부이다. 밑줄 친 부분 중 틀린 부분을 말하여라.

오늘은 수학시간에 수의 약수의 개수를 구할 때, 직접 그 수의 약수를 모두 구하지 않고도 소인수분해만을 이용하여 약수의 개수를 구하는 방법을 배웠다. 소인수분해만 구하면 약수의 개수를 구할 수 있다니! 정말 신기하다!! 그럼 오늘 배운 내용을 복습해 볼까.

문제) 98 의 약수의 개수 구하기

풀이) ① 먼저 98 을 소인수분해하면 $98 = 2 \times 7^2$ 이다.

② 약수의 개수를 구할 때는, 각 지수에 1을 더하여 곱한다.

③ 따라서 98 의 약수의 개수는 $(0+1) \times (2+1) = 3$ (개) 이다.

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: ③

해설

③ 98 을 소인수분해하면 $98 = 2 \times 7^2$ 이다. 한편 2와 7^2 의 지수는 각각 1, 2 이므로 98 의 약수의 개수는

$(1+1) \times (2+1) = 6$ (개) 이다.

9. 다음 중 약수의 개수가 다른 하나는?

[배점 2, 하중]

① 3^{11}

② $2^3 \times 3^2$

③ $3^3 \times 7^2$

④ $3^2 \times 5 \times 7$

⑤ $2^5 \times 5^2$

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $11 + 1 = 12$ (개)

② $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)

③ $(3 + 1) \times (2 + 1) = 12$ (개)

④ $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$ (개)

⑤ $(5 + 1) \times (2 + 1) = 18$ (개)

10. 소인수분해를 이용하여 50 의 약수의 개수를 구하려고 한다. 다음 중 a, b, c 에 들어갈 알맞은 수를 차례대로 나열한 것은?

$50 = 2^a \times 5^b$ 약수의 개수 : $(a+1) \times (b+1) = c$ (개)

[배점 2, 하중]

① 1, 2, 3

② 1, 2, 6

③ 2, 4, 8

④ 2, 5, 8

⑤ 3, 4, 5

해설

50 을 소인수분해하면 $50 = 2 \times 5^2$ 이므로 $a = 1, b = 2$ 이다.

또한 50 의 약수의 개수는 $(1+1) \times (2+1) = 6$ (개) 이므로 $c = 6$ 이다.

따라서 $a = 1, b = 2, c = 6$ 이다.

11. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

- ① $360 = 3 \times 10^2 + 6 \times 10$
- ② $9100 = 9 \times 10^3 + 1 \times 10^2$
- ③ $135 = 1 \times 10^2 + 3 \times 10 + 5 \times 1$
- ④ $6040 = 6 \times 10^2 + 4 \times 10$
- ⑤ $1904 = 1 \times 10^3 + 9 \times 10^2 + 4 \times 1$

해설

④ $6040 = 6 \times 10^3 + 4 \times 10$

12. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

- ① $7 \times 10^3 + 6 \times 10 + 3 \times 1 = 7063$
- ② $4 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 8 \times 10 = 43080$
- ③ $5 \times 10^4 + 3 \times 10^3 + 8 \times 10^2 + 2 \times 10 + 1 \times 1 = 53821$
- ④ $6 \times 10^4 + 3 \times 10^2 + 2 \times 1 = 6302$
- ⑤ $3 \times 10^4 + 5 \times 10^2 = 30200$

해설

④ $6 \times 10^4 + 3 \times 10^2 + 2 \times 1 = 60302$

13. $11010_{(2)}$ 을 십진법의 전개식으로 바르게 나타낸 것은?

[배점 2, 하중]

- ① $2 \times 10 + 6 \times 1$
- ② $2 \times 10 + 5 \times 1$
- ③ $1 \times 10 + 3 \times 1$
- ④ $2 \times 10 + 2 \times 1$
- ⑤ $5 \times 10 + 2 \times 1$

해설

$$\begin{aligned}
 11010_{(2)} &= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2 \\
 &= 16 + 8 + 2 = 26 \\
 &= 2 \times 10 + 6 \times 1
 \end{aligned}$$

14. 다음 수를 이진법의 전개식으로 나타내었을 때, □에 들어갈 수를 순서대로 구한 것은?

$1001_{(2)} = 1 \times \square + 0 \times \square + 0 \times \square + \square \times 1$

[배점 2, 하중]

- ① 1, 2, 2, 0
- ② 2^2 , 1, 0, 1
- ③ 2^3 , 2^2 , 2, 1
- ④ 1, 2, 2^2 , 2^3
- ⑤ 0, 1, 2, 3

해설

$1001_{(2)} = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1 \times 1$

15. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{의 배수}\}$ 일 때, $A \cap B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 배수}\}$ 이다.
 □ 안에 알맞은 수를 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 36

해설

$A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 배수}\} = \{12, 24, 36, 48, \dots\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{의 배수}\} = \{18, 36, 54, \dots\}$
 이므로 $A \cap B = \{36, 72, 108, \dots\}$ 이다.
 따라서 $A \cap B$ 를 조건제시법으로 나타내면 $\{x \mid x \text{는 } 36 \text{의 배수}\}$ 이다.

16. 청소년을 위한 마라톤이 이번 일요일에 개최된다. 마라톤을 하는 중간에 물은 6km 지점마다, 수건은 8km 지점마다 준비된다고 한다. 마라톤이 시작되고 3km 지점에 물과 수건이 처음으로 준비된 후, 다음에 처음으로 물과 수건이 함께 준비된 것은 몇 km 후인지 나눗셈을 이용하여 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 27 km

해설

의 최소공배수를 나눗셈을 이용하여 구하면 된다.

2)	6	8
	3	4

 최소공배수는 24 이므로 물과 수건이 함께 준비된 것은 $3 + 24 = 27(\text{km})$ 이다.

17. 다음 수 중에서 이진법으로 나타낼 때 쓰이는 1의 개수가 다른 하나는? [배점 2, 하중]

- ① 11 ② 14 ③ 19 ④ 20 ⑤ 22

해설

- ① $11 = 1011_{(2)}$
 ② $14 = 1110_{(2)}$
 ③ $19 = 10011_{(2)}$
 ④ $20 = 10100_{(2)}$
 ⑤ $22 = 10110_{(2)}$

18. 세 자연수 4, 5, 6 어느 것으로 나누어도 1이 남는 세 자리 자연수 중에서 가장 작은 자연수는? [배점 3, 하상]

- ① 60 ② 61 ③ 120
 ④ 181 ⑤ 121

해설

구하는 수는 (4, 5, 6의 공배수)+1인 수 중 가장 작은 세 자리 자연수이다.
 4, 5, 6의 최소공배수는 60이고, 세 수의 공배수 중에서 세 자리인 가장 작은 자연수는 120이다.
 $\therefore 120 + 1 = 121$

19. 세 자연수 $7 \times x$, $4 \times x$, $10 \times x$ 의 최소공배수가 420 일 때, x 의 값으로 옳은 것은? [배점 3, 하상]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$7 \times x$, $4 \times x = 2^2 \times x$, $10 \times x = 2 \times 5 \times x$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 5 \times 7 \times x = 420$ 따라서 $x = 3$ 이다.

20. 두 수 $2 \times x$, $7 \times x$ 의 최소공배수가 42 일 때, x 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$2 \times x$, $7 \times x$ 의 최소공배수는 $2 \times 7 \times x = 42$ 이다. 따라서 $x = 3$ 이다.

21. 두 수 $A = 2^3 \times 3^2$, $B = 2^3 \times 3 \times 5$ 에 대하여 A , B 의 공약수의 개수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 8 개

해설

A , B 의 최대공약수가 $2^3 \times 3$ 이고 공약수는 최대공약수의 약수이므로 개수는 $(3 + 1) \times (1 + 1) = 8$ (개)

22. 다음 중 소수가 아닌 것은? [배점 3, 하상]

- ① 7 ② 11 ③ 13 ④ 19 ⑤ 21

해설

소수는 1 보다 큰 자연수 중 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.

$21 = 3 \times 7$ 이므로 소수가 아니다.

23. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

① $1100_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2$

② $1 \times 2^2 + 1 \times 1 = 101_{(2)}$

③ $1001_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 1$

④ $1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 1111_{(2)}$

⑤ $10011_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2 + 1 \times 1$

해설

③ $1001_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 1$

24. 다음 중 두 수가 서로소인 것은? [배점 3, 하상]

- ① 36, 66 ② 21, 49 ③ 25, 52
 ④ 34, 51 ⑤ 18, 94

해설

주어진 두 수의 최대공약수는 다음과 같다.

① $36 = 2^2 \times 3^2$

$66 = 2 \times 3 \times 11$

두 수의 최대공약수는 2×3 이다.

② $21 = 3 \times 7$

$49 = 7^2$

두 수의 최대공약수는 7이다.

③ $25 = 5^2$

$52 = 2^2 \times 13$

두 수의 최대공약수는 1이다.

④ $34 = 2 \times 17$

$51 = 3 \times 17$

두 수의 최대공약수는 17이다.

⑤ $18 = 2 \times 3^2$

$94 = 2 \times 47$

두 수의 최대공약수는 2이다.

25. 세 자연수 4, 5, 6 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 3인 자연수 중에서 가장 작은 수는? [배점 3, 중하]

- ① 60 ② 61 ③ 62 ④ 63 ⑤ 64

해설

4, 5, 6 의 최소공배수는 60 이므로 구하는 자연수는

$60 + 3 = 63$ 이다.

26. 10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 6 과 서로소인 것은 모두 몇 개인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ **답:**

▷ **정답:** 4개

해설

10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 6 과 최대공약수가 1 인 수들을 모두 구하면

11, 13, 17, 19 의 4 개이다.

따라서 10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 6 과 서로소인 자연수는 모두 4 개이다.

27. 다음 중 서로소인 두 수끼리 짝지어진 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

㉠ 7, 11	㉡ 8, 15	㉢ 9, 21
㉣ 15, 22	㉤ 12, 60	㉥ 11, 121

[배점 3, 중하]

▶ **답:**

▷ **정답:** 3개

해설

㉢ 9, 21 의 최대공약수는 3 이므로 서로소가 아니다.

㉤ 12, 60 의 최대공약수는 12 이므로 서로소가 아니다.

㉥ 11, 121 의 최대공약수는 11 이므로 서로소가 아니다.

따라서 서로소인 두 수끼리 짝지어진 것은 ㉠, ㉡, ㉣ 의 3 개이다.

28. 다음 이진법으로 나타낸 수에서 ㉠이 실제로 나타내는 값은 ㉡이 실제로 나타내는 값의 몇 배인가?

$$\begin{array}{cccccccc} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & & \\ \text{㉠} & & & & \text{㉡} & & & \end{array}$$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 8배

해설

㉠은 2^5 의 자리의 수이므로 $1 \times 2^5 = 32$ 이고,
 ㉡은 2^2 의 자리의 수이므로 $1 \times 2^2 = 4$ 이다.
 $\therefore \text{㉠} \div \text{㉡} = 32 \div 4 = 8$

29. 다음 식을 만족하는 a, b, c 의 곱은?

$$1 \times 2 \times 4 \times 5 \times 10 \times 20 = 2^a \times 3^b \times 5^c$$

[배점 3, 중하]

- ① 0 ② 1 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$1 \times 2 \times (2 \times 2) \times 5 \times (2 \times 5) \times (2 \times 2 \times 5) = 2^6 \times 3^0 \times 5^3$
 $\therefore a = 6, b = 0, c = 3$
 $\therefore 6 \times 0 \times 3 = 0$

30. 세 자연수 A, B, C 의 최소공배수가 26 일 때, A, B, C 의 공배수 중 80 이하의 자연수는 몇 개인가?

[배점 3, 중하]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

세 자연수의 공배수는 최소공배수의 배수를 구하면 된다.
 세 자연수 A, B, C 의 최소공배수가 26 이므로 A, B, C 의 공배수중 80 이하의 자연수는 26, 52, 78 이다.
 따라서 3 개이다.