

실력 확인 문제

1. 두 집합 $A = \{3, 4\}$, $B = \{2, 3, x\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, x 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

집합 A 의 모든 원소가 집합 B 에 포함 되어야 하므로 집합 B 에 원소 4가 있어야 한다.

2. 다음 중 10보다 작은 3의 배수의 집합을 원소나열법으로 바르게 나타낸 것은?

[배점 2, 하중]

- ① $\{1, 3, 6\}$ ② $\{2, 3, 6\}$
 ③ $\{3, 6, 9\}$ ④ $\{1, 2, 3, 6\}$
 ⑤ $\{3, 6, 9, 12\}$

해설

$\{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 } 3 \text{의 배수}\} = \{3, 6, 9\}$

3. 다음 중 유한집합인 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 5의 배수의 집합
 ㉡ 5와 6 사이의 자연수
 ㉢ 짝수의 집합
 ㉣ 100보다 큰 3의 배수의 집합
 ㉤ 우리나라 중학생의 집합
 ㉥ 1보다 작은 자연수의 집합

[배점 2, 하중]

- ① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉢, ㉣, ㉤ ③ ㉣, ㉤, ㉥
 ④ ㉠, ㉣, ㉤ ⑤ ㉡, ㉢, ㉤

해설

- ㉠ $\{5, 10, 15, \dots\}$ 이므로 무한집합이다.
 ㉡ 5와 6 사이에는 자연수가 존재하지 않으므로 공집합 즉, 유한집합이다.
 ㉢ $\{2, 4, 6, \dots\}$ 이므로 무한집합이다.
 ㉣ $\{102, 105, 108, 111, \dots\}$ 이므로 무한집합이다.
 ㉤ 중학생의 수는 한정되어 있으므로 유한집합이다.
 ㉥ 1보다 작은 자연수는 존재하지 않으므로 공집합 즉, 유한집합이다.

4. 다음은 지성이가 부분집합의 갯수를 구하기 위하여 자신이 생각한 방법을 친구에게 설명한 것이다.

공집합의 부분집합의 갯수는 1개야. 원소가 한 개인 집합의 부분집합의 갯수는 원소가 없는 집합 1개와 원소가 1개인 집합 1개로 모두 2개야. 원소가 두 개인 집합의 부분집합의 갯수는 원소가 없는 집합 1개, 원소가 1개인 집합 2개, 원소가 2개인 집합 1개로 모두 4개야. 이와 같은 방법으로 원소가 3개인 집합의 부분집합의 갯수도 쉽게 구할수 있어. 이상을 정리하여 각 단계를 수로 나타내면 다음과 같음을 알수 있어.

원소가 없는 집합(공집합)	1		1개
원소가 1개인 집합	1	1	 2개
원소가 2개인 집합	1	2	1 4개
원소가 3개인 집합	1	3	3 1 8개

같은 방법으로 집합 {가, 나, 다}의 부분집합의 갯수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 8개

해설

- ① {가, 나, 다}의 부분집합을 원소의 갯수에 따라 구한다.
 원소가 0개 : $\emptyset$
 원소가 1개 : {가}, {나}, {다}
 원소가 2개 : {가, 나}, {나, 다}, {다, 가}
 원소가 3개 : {가, 나, 다}
 따라서 부분집합의 갯수는 8개이다.
 ② 원소의 갯수만큼 2를 곱한다.
 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

5. 집합 $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ 의 부분집합의 개수가 16개일 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 4

해설

$$2^n = 16 \therefore n = 4$$

6. 다음 중 옳은 것은?

보기

- ㉠ $n(\emptyset) = 0$
 ㉡ $A \subset B$ 이면, $n(A) \leq n(B)$ 이다.
 ㉢ $n(\{x \mid x \text{는 } 1 \text{ 이상 } 4 \text{ 이하의 짝수}\}) = 2$
 ㉣ $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$
 ㉤ $n(\{a, b, c, d\}) - n(\{e\}) = 3$

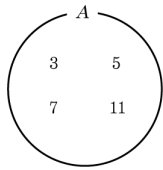
[배점 3, 하상]

- ① ㉠, ㉢, ㉤ ② ㉠, ㉢, ㉣
 ③ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤ ④ ㉡, ㉢, ㉣, ㉤
 ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉢ 반례 : $A = \{2\}, B = \{1, 3\}$

7. 다음 집합 A 를 조건제시법으로 나타내면?



[배점 3, 하상]

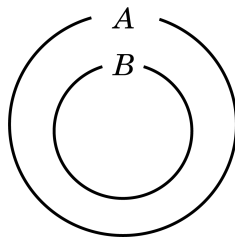
- ① $\{x \mid x \text{는 } 11 \text{ 이하의 자연수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{ 이상 } 11 \text{ 이하의 소수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 11 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{ 이상 } 12 \text{ 이하의 홀수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 11 \text{의 약수}\}$

해설

$\{3, 5, 7, 11\}$ 는 소수 중 3 이상이고 11 이하의 소수이다.

조건제시법으로 나타내면 $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{ 이상 } 11 \text{ 이하의 소수}\}$ 이다.

8. 다음 벤 다이어그램에서 집합 $A = \{5, 10, 15, 20, 25, 30\}$ 일 때, 집합 B 가 될 수 있는 것을 모두 고르면?



[배점 3, 하상]

- ① $\{\emptyset\}$
- ② $\{5, 10\}$
- ③ $\{5, 15, 20\}$
- ④ $\{32\}$
- ⑤ $\{5, 50, \dots\}$

해설

$B \subset A$ 이어야 한다.

① $\emptyset \notin A$ 이므로 $\{\emptyset\} \not\subset A$

9. 다음 중에서 집합인 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 5의 배수의 모임
- ㉡ 가장 작은 자연수의 모임
- ㉢ 1보다 크고 2보다 작은 자연수의 모임
- ㉣ 50에 가까운 수의 모임
- ㉤ 유명한 축구 선수의 모임

[배점 3, 중하]

- ① ㉠
- ② ㉠, ㉡
- ③ ㉠, ㉡, ㉣
- ④ ㉠, ㉡, ㉣, ㉤
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉣, ㉤, ㉥

해설

㉣ '가까운' 이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.

㉤ '유명한' 이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.

10. 다음 집합 중에서 조건제시법을 원소나열법으로, 원소나열법을 조건제시법으로 바르게 나타낸 것은?
(정답 2개) [배점 3, 중하]

- ① $A = \{x \mid x \text{는 홀수}\} = \{1, 3, 6, \dots\}$
- ② $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 4, 8, \dots\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 30 \text{보다 작은 소수}\} = \{2, 3, 5, 7, \dots, 23, 29\}$
- ④ $\{3, 6, 9, 12\} = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$
- ⑤ $\{1, 3, 5, 7, \dots, 99\} = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이하의 홀수}\}$

해설

- ① $\{1, 3, 5 \dots\}$
- ② $\{1, 2, 5, 10\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$

11. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{ 이하의 짝수}\}$ 일 때, A 의 진부분집합을 모두 구한 것은? [배점 3, 중하]

- ① $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}$
- ② $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}$
- ③ $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 4, 6\}$
- ④ $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{4, 6\}, \{2, 4, 6\}$
- ⑤ $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{4, 6\}$

해설

$A = \{2, 4, 6\}$
 집합 $\{2, 4, 6\}$ 의 부분집합 :
 $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{4, 6\}, \{2, 4, 6\}$
 집합 $\{2, 4, 6\}$ 의 진부분집합 :
 $\emptyset, \{2\}, \{4\}, \{6\}, \{2, 4\}, \{2, 6\}, \{4, 6\}$ 이므로
 ⑤이다.

12. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$,
 $C = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 자연수}\}$ 사이의 포함관계를
 기호를 사용하여 나타낸 것으로 옳은 것을 골라라.
 [배점 3, 중하]

- ① $A \subset B \subset C$
- ② $A \subset C \subset B$
- ③ $B \subset A \subset C$
- ④ $A \subset B = C$
- ⑤ $B \subset A = C$

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
 $B = \{1, 3, 9\}$
 $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
 $\therefore B \subset A \subset C$

13. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 3, 중하]

- ① $A = \{x \mid x \text{는 짝수}\}$ 이면 A 는 유한집합이다.
- ② $B = \{0, 1, 2\}$ 이면 $2 \in B$ 이다.
- ③ $C = \{x \mid x \text{는 } 2 < x < 4 \text{인 짝수}\}$ 이면
 $n(C) = 1$ 이다.
- ④ $D = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}$ 이면
 $D = \emptyset$ 이다.
- ⑤ $n(\{0, 1, 4\}) - n(\{1, 2\}) = 1$ 이다.

해설

① $A = \{x \mid x \text{는 짝수}\}$ 이면 A 는 무한집합이다.
 ③ $C = \{x \mid x \text{는 } 2 < x < 4 \text{인 짝수}\}$ 이면 $n(C) = 0$ 이다.
 ④ $D = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}$ 이면 $D = \{2, 4\}$ 이다.

14. 다음 중 부분집합의 갯수가 8개가 아닌 것은?

[배점 3, 중하]

- ① $\{a, b, c\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{ 이하의 자연수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 짝수}\}$

해설

- ① $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)
- ② $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{ 이하의 자연수}\} = \{1, 2, 3\}$ 이므로 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\} = \{1, 3, 5\}$ 이므로 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 4\}$ 이므로 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 짝수}\} = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로 $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ (개)

15. 다음 <보기>의 네 가지 조건으로 확실히 말할 수 없는 것은?

보기

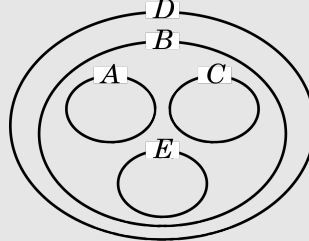
- 모든 A 의 원소는 B 의 원소이다.
- 모든 C 의 원소는 B 의 원소이다.
- 모든 E 의 원소는 B 의 원소이다.
- 모든 B 의 원소는 D 의 원소이다.

[배점 4, 중중]

- ① 모든 A 의 원소는 D 의 원소이다.
- ② 모든 C 의 원소는 E 의 원소이다.
- ③ 모든 E 의 원소는 D 의 원소이다.
- ④ A 와 C 의 관계는 알 수 없다.
- ⑤ D 의 원소 중 C 의 원소가 아닌 것이 있다.

해설

- 모든 A 의 원소는 B 의 원소이다. $A \subset B$
- 모든 C 의 원소는 B 의 원소이다. $C \subset B$
- 모든 E 의 원소는 B 의 원소이다. $E \subset B$
- 모든 B 의 원소는 D 의 원소이다. $B \subset D$



A, C, E 사이의 포함관계는 알 수 없다.

- ① $A \subset B$ 이고 $B \subset D \therefore A \subset D$
- ② C 와 E 의 포함관계는 알 수 없다.
- ③ $E \subset B$ 이고 $B \subset D$ 이므로 $E \subset D$ 이다.
- ④ A, C, E 사이의 포함관계는 알 수 없다.
- ⑤ D 의 원소 중 C 에 포함되지 않는 원소가 있기 때문에 C 의 원소가 아닌 것도 있다.

16. 집합 $A = \{a, b, c\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $d \in A$
- ② $a \notin A$
- ③ $\emptyset \in A$
- ④ $\{\emptyset\} \subset A$
- ⑤ $\{c\} \subset A$

해설

- ① $d \notin A$
- ② $a \in A$
- ③ $\emptyset \subset A$
- ④ $\emptyset$ 이 집합 A 의 원소가 아니므로 $\{\emptyset\} \not\subset A$

17. $\{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\} \subset X \subset \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 5 개
④ 6 개 ⑤ 8 개

해설

$\{1, 2, 3, 6\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로
집합 X 는 $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 의 부분집합 중
원소 1, 2, 3, 6 을 포함하는 집합이다.
 $\therefore$ 집합 X 의 개수는 $2^2 = 4$ (개)

18. $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\} \subset X \subset \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 를 만족하는 집합 X 는 모두 몇 개인가? [배점 4, 중중]

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개
④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

$\{1, 2, 4\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
집합 X 는 원소 1, 2, 4 를 반드시 포함하는
 $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 의 부분집합이므로
그 개수는 $2^3 = 8$ (개) 이다.

19. 집합 $A = \{1, 2, 4, 5, 7\}$ 의 부분집합 중에서 적어도 한 개의 홀수를 원소로 갖는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

- ① 12 개 ② 24 개 ③ 28 개
④ 32 개 ⑤ 64 개

해설

집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개) 이고,
이 중에서 홀수를 원소로 하나도 갖지 않는 부분
집합은 원소 2, 4 로 만든 부분집합이므로 $2^2 = 4$
(개) 이다.
 $\therefore 32 - 4 = 28$ (개)

20. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 4, 중중]

- ① $A = \emptyset$ 이면 $n(A) = 0$
② $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$
③ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$
④ $A \subset B$ 이면 $n(A) < n(B)$
⑤ $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $n(B) < n(A)$

해설

③ $A = \{1, 2\}$, $B = \{a, b\}$ 일 때, $n(A) = n(B)$
이지만 $A \neq B$ 이다.
④ $A = B$ 일 때, $n(A) = n(B)$ 이다. $A \subset B$ 일
때, $n(A) \leq n(B)$
⑤ $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이므로,
 $n(A) = n(B)$ 이다.

21. 두 집합 $A = \{3, a, a^2\}$, $B = \{b, c, 9\}$ 에 대하여
 $A \subset B$, $B \subset A$ 이고, a, b, c 가 서로 다른 자연수일
때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 93

해설

$A \subset B, B \subset A$ 이므로 $A = B$

$9 \in B$ 이므로 $9 \in A$

$a = 9$ 또는 $a^2 = 9$

(i) $a = 9$ 일 때, $A = \{3, 9, 81\}, B = \{b, c, 9\}$

$\therefore b = 3, c = 81$ 또는 $b = 81, c = 3$

(ii) $a^2 = 9$ 일 때, $a = 3$ (a 는 자연수)

$A = \{3, 3^2\} = \{3, 9\}, B = \{b, c, 9\}$

b 또는 c 가 3 이어야 하므로 a, b, c 가 서로 다른 자연수가 될 수 없다.

$\therefore a + b + c = 9 + 3 + 81 = 93$

22. 집합 $A_a = \{x \mid x \text{ 는 } a \text{ 의 배수}\}$, 집합

$B_b = \{x \mid x \text{ 는 } b \text{ 의 약수}\}$ 라고 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

① $A_2 \subset A_4$

② $B_2 \subset B_4$

③ $A_4 = B_4$

④ $n(B_{15}) = 5$

⑤ $A_8 \subset A_4 \subset A_2$

해설

$A_2 = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots\}$

$A_4 = \{4, 8, 12, 16, \dots\}$

$A_8 = \{8, 16, 24, \dots\}$

$B_2 = \{1, 2\}$

$B_4 = \{1, 2, 4\}$

$B_{15} = \{1, 3, 5, 15\}$

① $A_4 \subset A_2$ ③ $A_4 \neq B_4$ ④ $n(B_{15}) = 4$

23. 다음을 만족하는 집합을 조건제시법으로 알맞게 나타내지 않은 것을 고르면?

3 개의 홀수와 1 개의 짝수로 이루어져있다.
원소들은 각각 2 개의 약수만을 가진 수이다.
원소는 10 미만의 자연수이다.

[배점 5, 중상]

① $\{x \mid x \text{ 는 } 7 \text{ 미만의 소수}\}$

② $\{x \mid x \text{ 는 } 7 \text{ 이하의 소수}\}$

③ $\{x \mid x \text{ 는 } 9 \text{ 미만의 소수}\}$

④ $\{x \mid x \text{ 는 } 9 \text{ 이하의 소수}\}$

⑤ $\{x \mid x \text{ 는 } 10 \text{ 미만의 소수}\}$

해설

3 개의 홀수와 1 개의 짝수로 이루어진 집합이므로 원소의 개수는 4 개임을 알 수 있다.

원소들은 각각 2 개의 약수만을 가지므로 소수임을 알 수 있다.

원소는 10 미만의 소수이므로 $\{2, 3, 5, 7\}$ 임을 알 수 있다.

① $\{x \mid x \text{ 는 } 7 \text{ 미만의 소수}\} = \{2, 3, 5\}$

② $\{x \mid x \text{ 는 } 7 \text{ 이하의 소수}\} = \{2, 3, 5, 7\}$

③ $\{x \mid x \text{ 는 } 9 \text{ 미만의 소수}\} = \{2, 3, 5, 7\}$

④ $\{x \mid x \text{ 는 } 9 \text{ 이하의 소수}\} = \{2, 3, 5, 7\}$

⑤ $\{x \mid x \text{ 는 } 10 \text{ 미만의 소수}\} = \{2, 3, 5, 7\}$

24. 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

- ㉠ $A = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = 3$
- ㉡ $C = \{0\}$ 이면 $n(C) = 0$
- ㉢ $A \subset B$ 이면 $n(A) \leq n(B)$
- ㉣ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$
- ㉤ $n(\{1, 2, 3, 4\}) - n(\{1, 2, 3\}) = \{4\}$

[매점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

해설

- ㉡ $C = \{0\}$ 이면 $n(C) = 1$
- ㉣ A 와 B 집합의 원소 개수가 같아도 원소는 다를 수 있다.
- ㉤ $4 - 3 = 1$

25. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이상 } 15 \text{ 이하의 자연수}\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 이상 } 18 \text{ 미만의 } 3 \text{의 배수}\}$ 에
 대하여 다음 조건을 만족하는 집합 X 의 개수를
 구하여라.

보기

$$X \subset A, B \subset X, n(X) = 4$$

[매점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6 개

해설

$$A = \{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

$$B = \{12, 15\}$$

$$X \subset A, B \subset X \text{ 이므로 } B \subset X \subset A$$

$$\{12, 15\} \subset X \subset \{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

집합 X 는 집합 A 의 부분집합 중 원소 12, 15는 반드시 포함하고 원소의 개수가 4개인 집합이므로 $\{10, 11, 12, 15\}$, $\{10, 12, 13, 15\}$, $\{10, 12, 14, 15\}$, $\{11, 12, 13, 15\}$, $\{11, 12, 14, 15\}$, $\{12, 13, 14, 15\}$ 의 6개이다.