

실력 확인 문제

1. 다음 두 집합 사이의 관계를 기호 $\subset$, $\not\subset$ 를 나타냈을 경우 $A \subset B$ 인 개수를 구하여라.

- ㉠ $A = \{a, b, c\}, B = \{a, b, c, d, e\}$
 ㉡ $A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{3, 4, 5\}$
 ㉢ $A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{x | x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$
 ㉣ $A = \{x | x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}, B = \{x | x \text{는 } 8 \text{의 배수}\}$

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 2개

해설

- ㉠ $A \subset B$ ㉡ $A \not\subset B$ ㉢ $A \subset B$ ㉣ $B \subset A$

2. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 15 \text{ 이하의 소수}\}$,
 $B = \{a, 3, 5, 2, 13, b\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고,
 $B \subset A$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, 소수는 1
 보다 큰 자연수 중에 1 과 자기 자신만을 약수로
 가지는 수이다.) [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

$A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.
 $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$ 이고
 $B = \{2, 3, 5, 13, a, b\}$ 이므로
 $\therefore a + b = 7 + 11 = 18$ 이다.

3. 다음 중 옳은 것은?

[배점 3, 하상]

- ① $\{\emptyset\} \subset \emptyset$
 ② $A \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 이고 $A \subset B$ 이면 $\{1, 5\} \subset B$
 ③ $\{4, 5\} \subset \{5, 2 \times 2\}$
 ④ $\{a, b, c, e\} \subset \{a, b, c, d, f\}$
 ⑤ $A = \{x | x \text{는 } 5 \text{보다 작은 홀수}\}$ 이면,
 $\{1, 3, 5, 7\} \subset A$ 이다.

해설

- ① $\{\emptyset\} \not\subset \emptyset$
 ② $A \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 이고 $A \subset B$ 이면 $\{1, 5\} \not\subset B$
 ④ $\{a, b, c, e\} \not\subset \{a, b, c, d, f\}$
 ⑤ $A = \{x | x \text{는 } 5 \text{보다 작은 홀수}\}$ 이면,
 $\{1, 3, 5, 7\} \not\subset A$

4. 다음 집합을 원소나열법으로 나타낸 것은?

$\{x | x \text{는 } 10 \text{이하의 소수}\}$ [배점 3, 하상]

- ① $\{2, 3, 5\}$ ② $\{2, 3, 5, 7\}$
 ③ $\{2, 3, 5, 7, 9\}$ ④ $\{2, 3, 5, 7, 11\}$
 ⑤ $\{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$

해설

$\{x | x \text{는 } 10 \text{이하의 소수}\} = \{2, 3, 5, 7\}$

5. 두 집합

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $B = \{x | x \text{는 } a \text{의 약수}\}$
 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 일 때, a 의 값은?

[배점 3, 중하]

- ① 2 ② 3 ③ 6 ④ 12 ⑤ 18

해설

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 는 $A = B$ 이다. 집합 A 는 12의 약수들의 모임이므로 $a = 12$ 이다.

6. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B, B \subset A$ 이다.
 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 일 때, 집합 B 의 원소의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6개

해설

$A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이면, $A = B$ 이다.
 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로
 $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
 따라서 $n(B) = 6$ 이다.

7. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 } 2 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $n(X) = 4$ 인 집합 A 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

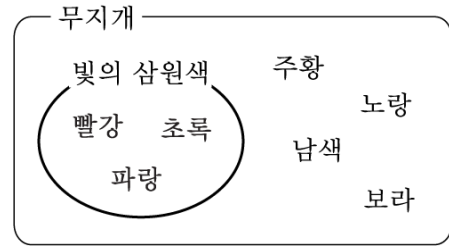
▶ 답 :

▷ 정답 : 5개

해설

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 의 부분집합 중에서 원소의 개수가 4개인 부분집합 X 는
 $\{2, 4, 6, 8\}, \{2, 4, 6, 10\}, \{2, 4, 8, 10\},$
 $\{2, 6, 8, 10\}, \{4, 6, 8, 10\}$ 의 5개이다.

8. 다음은 무지개 색상과 빛의 삼원색을 나타낸 것이다. 빛의 삼원색을 집합 A 라고 하자. $\{\text{파랑}, \text{㉠}\} \subset A$ 일 때, ㉠이 될 수 있는 색을 모두 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 빨강

▷ 정답 : 초록

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면
 $A = \{\text{빨강}, \text{파랑}, \text{초록}\}$ 이다.
 따라서 $\{\text{파랑}, \text{㉠}\} \subset A$ 는 A 의 부분집합을 나타내므로 ㉠은 빨강 또는 초록이다.

9. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 1, 2를 포함하지 않는 부분집합의 개수가 8개일 때, 자연수 n 의 값은? [배점 4, 중중]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$2^{(1, 2 \text{를 제외한 원소의 개수})} = 2^{n-2} = 8 = 2^3 \therefore n = 5$

10. 두 집합 A, B 에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $A \subset B$ 이면 $n(A) \leq n(B)$ 이다.
 ② $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.
 ③ $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $n(A) \neq n(B)$ 이다.
 ④ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.
 ⑤ $n(A) = n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.

해설

- ② 반례: $A = \{1\}, B = \{2, 3\}$
 ③ $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $A = B, n(A) = n(B)$ 이다.
 ④ 반례: $A = \{1, 2\}, B = \{3, 4\}$
 ⑤ 반례: $A = \{1, 2\}, B = \{3, 4\}$

11. $\{3\} \subset X \subset \{1, 3, 5, 7\}$ 을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 8개

해설

집합 X 는 3 을 반드시 원소로 가지는 $\{1, 3, 5, 7\}$ 의 부분집합이므로 개수는 $2^3 = 8$ (개)

12. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}, B = \{1, 2, 12, a-3, b+3, 4\}$ 가 서로 같을 때, $a \div b$ 의 값을 구하여라. (단, $b > 0$)

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\},$
 $B = \{1, 2, 4, 12, a-3, b+3\}$ 이므로,
 $a-3 = 3, b+3 = 6$ 또는 $a-3 = 6, b+3 = 3$ 이어야 한다.
 하지만 조건에서 $b > 0$ 이라 했으므로 $a-3 = 3, b+3 = 6$ 이다.
 따라서 $a = 6, b = 3$ 이고, $a \div b = 2$ 이다.

13. n 이 자연수이고 집합 A, B 가 $A = \{x \mid x = 2 \times n\}, B = \{x \mid x = 2 \times n + 1\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $1 \notin B$ ② $4 \in A$ ③ $7 \notin A$
 ④ $8 \notin A$ ⑤ $7 \in B$

해설

집합 A 의 원소는 2, 4, 6, ... 이고 집합 B 의 원소는 3, 5, 7, ... 이므로 $8 \in A$ 이다.

14. 집합 $A = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 4, 6 을 반드시 포함하는 부분집합의 개수가 64 개일 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

집합 A 의 원소의 개수가 n 개이므로 원소 4, 6을 반드시 포함하는 부분집합의 개수는 2^{n-2} (개)이다.

$$2^{n-2} = 64, 2^{n-2} = 2^6$$

$$n - 2 = 6 \text{ 이므로 } n = 8$$

해설

$b \backslash a$	-1	1	2
-1	-2	0	1
1	0	2	3
2	1	3	4

표에 의하여 $B = \{-2, 0, 1, 2, 3, 4\}$ 이므로 집합 B 의 부분집합의 개수는 $2^6 = 64$ (개)이다.

15. 두 집합

$A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 수를 모두 골라라.

2, 3, 9, 11, 15, 18

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 9

해설

$A \subset B$ 이면 $\square$ 는 9의 약수이어야 한다. 따라서, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 수는 1, 3, 9 중 하나이며 보기 중에는 3, 9이다.

16. 집합 $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ 이고 집합 A 에 속하는 임의의 원소 a, b 에 대하여

$a * b = a + b$ ($a \neq 0$ 이고 $b \neq 0$)로 정의할 때, 집합

$B = \{x \mid x = a * b, a \in A, b \in A\}$ 의 부분집합의

개수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 64개

17. 자연수로 이루어진 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 $n-1$ 과, n 을 포함하지 않은 부분집합의 개수가 64일 때, n 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

집합 A 의 원소의 개수가 n 개이므로

$$2^{n-2} = 64 = 2^6 \text{ 이다.}$$

$$\therefore n - 2 = 6, n = 8$$

18. 다음을 만족하는 집합 A 의 원소가 될 수 없는 것은?

㉠ 모든 원소는 자연수이다.

㉡ $2 \in A, 6 \in A$

㉢ $a + b \in A, a \in A, b \in A$

[배점 5, 중상]

① 4 ② 5 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

$2 \in A, 6 \in A$ 이므로
 $2 + 2 = 4 \in A, 2 + 6 = 8 \in A$
 $4 + 6 = 10 \in A, 6 + 6 = 12 \in A$

19. 집합 $A = \{1, 3, 5, \{3, 5\}\}$ 에 대하여 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)
 [배점 5, 중상]

- ① $1 \notin A$ ② $\{3, 5\} \subset A$
 ③ $\{5\} \in A$ ④ $\{3, 5\} \in A$
 ⑤ $n(A) = 5$

해설

- ① $1 \in A$
 ③ $\{5\}$ 는 집합 A 의 부분집합이므로 $\subset$ 로 써야한다.
 ⑤ $\{3, 5\}$ 는 집합 A 의 하나의 원소이므로 $n(A) = 4$ 이다.

20. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이상 } 15 \text{ 이하의 자연수}\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 이상 } 18 \text{ 미만의 } 3 \text{의 배수}\}$ 에
 대하여 다음 조건을 만족하는 집합 X 의 개수를
 구하여라.

보기

$$X \subset A, B \subset X, n(X) = 4$$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 6개

해설

$A = \{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$
 $B = \{12, 15\}$
 $X \subset A, B \subset X$ 이므로 $B \subset X \subset A$
 $\{12, 15\} \subset X \subset \{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$
 집합 X 는 집합 A 의 부분집합 중 원소 12, 15는
 반드시 포함하고 원소의 개수가 4개인 집합이
 므로 $\{10, 11, 12, 15\}, \{10, 12, 13, 15\},$
 $\{10, 12, 14, 15\}, \{11, 12, 13, 15\},$
 $\{11, 12, 14, 15\}, \{12, 13, 14, 15\}$ 의 6개이다.

21. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$ 에 대하여 집합
 A 의 모든 부분집합의 원소의 합을 구하여라.
 [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 136

해설

$A = \{2, 3, 5, 7\}$ 의 부분집합은
 $\emptyset, \{2\}, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{2, 7\}, \{3,$
 $5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 3, 7\}, \{2, 5, 7\},$
 $\{3, 5, 7\}, \{2, 3, 5, 7\}$ 중에 원소 2, 3, 5, 7은 8
 번씩 포함되므로 부분집합의 원소의 합은 $(2 + 3 +$
 $5 + 7) \times 8 = 136$ 이다.

22. 집합 A 에 대하여 집합 $P = \{X \mid X \subset A\}$ 일 때, 집합
 P 의 부분집합 중 원소의 개수가 적어도 1개인
 부분집합의 개수는 15개이다. $n(A)$ 를 구하여라.
 [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 2

해설

원소의 개수가 n 인 진부분집합의 개수는 $2^n - 1$ (개) 이므로

$$n(P) = 4$$

집합 P 의 원소의 개수는 집합 A 의 부분집합의 개수와 같으므로

$$2^{n(A)} = 4, n(A) = 2$$

23. 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여

$$n(A - B) + n(B - C) + n(C - A) = 0 \text{ 이다.}$$

$n(A \cap B \cap C) = 3$ 일 때, $n(A) \times n(B) \times n(C)$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 27

해설

$$n(A - B) + n(B - C) + n(C - A) = 0,$$

$$n(A - B) = n(B - C) = n(C - A) = 0,$$

$$A - B = \emptyset, B - C = \emptyset, C - A = \emptyset,$$

$$A \subset B, B \subset C, C \subset A \text{ 이므로}$$

$$A = B = C,$$

$$n(A \cap B \cap C) = n(A) = n(B) = n(C) = 3 \text{ 이므로}$$

$$n(A) \times n(B) \times n(C) = 27$$

24. 다음 중 옳지 않은 것은 ?

[배점 5, 상하]

① $A \cup B = A, A \cap B = A$ 이면 $n(B - A) = 0$ 이다.

② $A^c \subset B^c$ 이면 $B - A$ 는 공집합이다.

③ A 가 무한집합, B 가 유한집합이면 $A \cup B$ 는 무한집합이다.

④ $A \cap B$ 가 유한집합이면 A, B 모두 유한집합이다.

⑤ $A = \{x | x \text{는 유리수}\}, B = \{x | x \text{는 자연수}\}$ 일 때, $A \cap B$ 는 무한집합이다.

해설

① $A \cup B = A, A \cap B = A$ 이면 $n(B - A) = 0$ 이다. $\rightarrow A = B$ 이므로 옳다.

② $A^c \subset B^c$ 이면 $B - A$ 는 공집합이다. $\rightarrow A^c \subset B^c$ 이면 $B \subset A$ 이므로 옳다.

③ A 가 무한집합, B 가 유한집합이면 $A \cup B$ 는 무한집합이다. $\rightarrow$ 무한집합과 유한집합의 합집합은 무한집합이다.

④ $A \cap B$ 가 유한집합이면 A, B 모두 유한집합이다. $\rightarrow$ 두 집합 중 어느 하나만 유한집합이라도 교집합은 유한집합이므로 틀렸다.

⑤ $A = \{x | x \text{는 유리수}\}, B = \{x | x \text{는 자연수}\}$ 일 때, $A \cap B$ 는 무한집합이다. $\rightarrow A \cap B$ 은 자연수 전체의 집합이므로 무한집합이다.

25. 다음 중 무한집합이 아닌 것을 모두 고르면 ? (정답 3 개) [배점 5, 상하]

① $\{x | x \text{는 짝수인 소수}\}$

② $\{x | x \text{는 1과 2사이의 유리수}\}$

③ $\{x | x \text{는 } \frac{4}{3x} = k, k \text{는 자연수}\}$

④ $\{2x + 1 | x, x \text{는 11보다 큰 소수}\}$

⑤ $\{[x] | 1.5 \leq x \leq 3.5, x \text{는 유리수}\}$ (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수)

해설

- ① $\{x|x \text{는 짝수인 소수}\} \rightarrow$ 짝수인 소수는 2 뿐이다.
- ② $\{x|x \text{는 1과 2사이의 유리수}\} \rightarrow$ 1 과 2 사이의 유리수는 무수히 많다.
- ③ $\left\{x|x \text{는 } \frac{4}{3x} = k, k \text{는 자연수}\right\} \rightarrow \frac{4}{3x}$ 가 자연수가 되는 x 의 값은 $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{3}$
- ④ $\{2x+1|x, x \text{는 11보다 큰 소수}\} \rightarrow$ 11 보다 큰 소수는 무수히 많다.
- ⑤ $\{[x]|1.5 \leq x \leq 3.5, x \text{는 유리수}\}$ (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수)
 $\rightarrow [x]$ 가 될 수 있는 수는 1, 2, 3 뿐이다.