

단원테스트 2차

1. $a > 0, b > 0$ 일 때, 옳지 않은 것은?

[배점 4, 중중]

① $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$

② $-a\sqrt{b} = -\sqrt{a^2b}$

③ $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

④ $\sqrt{a} + \sqrt{b} < \sqrt{a+b}$

⑤ $a > b$ 이면 $\sqrt{a} > \sqrt{b}$

해설

$$\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$$

2. $A = \sqrt{81} - \sqrt{(-3)^2} - (-\sqrt{2})^2, B = \sqrt{50} - (-\sqrt{3})^2 - \frac{10}{\sqrt{2}}$ 일 때, $\frac{10B}{A}$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : -7.5

해설

$$A = \sqrt{81} - \sqrt{(-3)^2} - (-\sqrt{2})^2 = 9 - 3 - 2 = 4$$

$$B = \sqrt{50} - (-\sqrt{3})^2 - \frac{10}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{2} - 3 - 5\sqrt{2} = -3$$

$$\text{따라서 } \frac{10B}{A} = -\frac{30}{4} = -7.5 \text{ 이다.}$$

3. 다음 중 계산한 값이 다른 하나는? [배점 4, 중중]

① $\sqrt{100} - \sqrt{13^2}$

② $-\frac{\sqrt{4 \times 3^2}}{2}$

③ $-\sqrt{(-5)^2} \times \frac{3}{\sqrt{25}}$

④ $-\sqrt{5^2} + \sqrt{64}$

⑤ $(-\sqrt{2})^2 \times (\sqrt{3})^2 \div (-\sqrt{4})$

해설

① $\sqrt{100} - \sqrt{13^2} = 10 - 13 = -3$

② $-\frac{\sqrt{4 \times 3^2}}{2} = -2 \times \frac{3}{2} = -3$

③ $-\sqrt{(-5)^2} \times \frac{3}{\sqrt{25}} = -3$

④ $-\sqrt{5^2} + \sqrt{64} = -5 + 8 = 3$

⑤ $(-\sqrt{2})^2 \times (\sqrt{3})^2 \div (-\sqrt{4}) = -3$

4. 다음 중 대소 관계가 바르지 않은 것은?

[배점 4, 중중]

① $\sqrt{11} < 2\sqrt{3}$

② $\sqrt{6} + \sqrt{8} > \sqrt{8} + 2$

③ $\sqrt{13} + 1 > 4$

④ $-\sqrt{18} < -4$

⑤ $5\sqrt{6} + \sqrt{7} > \sqrt{7} + 6\sqrt{5}$

해설

⑤ $5\sqrt{6} + \sqrt{7} - \sqrt{7} - 6\sqrt{5}$

$= 5\sqrt{6} - 6\sqrt{5} < 0$

$\therefore 5\sqrt{6} + \sqrt{7} < \sqrt{7} + 6\sqrt{5}$

5. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{25}{36}$ 의 제곱근은 $\frac{5}{6}$ 이다.
- ② 음이 아닌 수의 제곱근은 양수와 음수 2 개가 있다.
- ③ 제곱근 $\frac{9}{16}$ 는 $\frac{3}{4}$ 이다.
- ④ 제곱근 7 은 $\sqrt{7}$ 이다.
- ⑤ 3.9 의 제곱근은 1 개이다.

해설

- ① $\frac{25}{36}$ 의 제곱근은 $\pm\frac{5}{6}$ 이다.
- ② 0 의 제곱근은 0 이다.
- ⑤ 3.9 의 제곱근은 2 개이다.

6. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{7}{9}$ 의 제곱근은 $\pm\frac{\sqrt{7}}{3}$ 이다.
- ② 1.5 의 제곱근은 1 개이다.
- ③ 제곱근 $\frac{9}{4}$ 는 $\frac{3}{2}$ 이다.
- ④ 제곱근 25 는 5 이다.
- ⑤ 자연수가 아닌 수의 제곱근은 없다.

해설

- ② 1.5 의 제곱근은 $\pm\sqrt{1.5}$ 로 2 개이다.
- ⑤ 0 의 제곱근은 0 이다.

7. 다음 중 옳은 것은? [배점 5, 중상]

- ① (무리수) + (유리수) = (무리수)
- ② (무리수) × (무리수) = (무리수)
- ③ (유리수) ÷ (무리수) = (무리수)
- ④ (무리수) + (무리수) = (무리수)
- ⑤ (유리수) × (무리수) = (무리수)

해설

- ② $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$: 유리수
- ③ $\frac{0}{\sqrt{3}} = 0$: 유리수
- ④ $\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0$: 유리수
- ⑤ $0 \times \sqrt{3} = 0$: 유리수

8. 다음 중에서 옳은 설명을 모두 고른 것은?

모든 무리수 x, y 에 대하여
 ㄱ. $x + y$ 는 항상 무리수이다.
 ㄴ. $x - y$ 는 항상 무리수이다.
 ㄷ. $x \times y$ 는 항상 무리수이다.
 ㄹ. $x \div y$ 는 항상 무리수이다.

[배점 5, 중상]

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ
 ③ ㄱ, ㄴ, ㄷ ④ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ

⑤ 없다

해설

ㄱ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = -\sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$

ㄴ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$

ㄷ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = (\sqrt{2})^2 = 2$

ㄹ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} \div \sqrt{2} = 1$

따라서, 옳은 것은 ⑤ 없다.

9. $4 < \sqrt{|2x - 4|} < 5$ 를 만족하는 정수 x 의 값을 모두 찾아 그 합을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$4 < \sqrt{|2x - 4|} < 5$$

$$2x - 4 \geq 0 \text{ 일 때,}$$

$$16 < 2x - 4 < 25, 10 < x < 14.5$$

$$2x - 4 < 0 \text{ 일 때,}$$

$$-25 < 2x - 4 < -16, -10.5 < x < -6$$

$$x = -10, -9, -8, -7, 11, 12, 13, 14$$

$$-10 - 9 - 8 - 7 + 11 + 12 + 13 + 14 = 16$$

10. $\sqrt{90x}$ 와 $\sqrt{15+x}$ 가 모두 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\sqrt{90x} = \sqrt{2 \times 3^2 \times 5 \times x} \text{ 가 자연수가 되려면}$$

$$\therefore x = 2 \times 5, 2 \times 3^2 \times 5, \dots \textcircled{㉠}$$

$$\sqrt{15+x} \text{ 가 자연수가 되려면}$$

$$15+x = 16, 25, 36, 49, 64, \dots$$

$$\therefore x = 1, 10, 21, 34, 49, \dots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡에서 가장 작은 자연수 x 는 10 이다.

11. $-2 < x < y < 0$ 일 때, 다음 양수를 모두 고르면?

- | | |
|---------------------|---------------------|
| ㉠ $\sqrt{(2-x)^2}$ | ㉡ $-\sqrt{(x-2)^2}$ |
| ㉢ $\sqrt{(2+y)^2}$ | ㉣ $-\sqrt{(-y)^2}$ |
| ㉤ $-\sqrt{(y-2)^2}$ | |

[배점 5, 중상]

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉣

- ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉣, ㉤

해설

㉠ $-2 < x < y < 0$ 이므로 $2 < 2-x < 4$
 $\Rightarrow 2 < \sqrt{(2-x)^2} = 2-x < 4$
 ㉡ $-2 < x < 0$ 이므로 $-4 < x-2 < -2$
 $\Rightarrow -4 < x-2 < -2$
 ㉢ $-2 < y < 0$ 이므로 $0 < y+2 < 2$
 $\Rightarrow 0 < \sqrt{(2+y)^2} = y+2 < 2$
 ㉣ $-2 < y < 0$ 이므로 $0 < -y < 2$
 $\Rightarrow -2 < -\sqrt{(-y)^2} = -(-y) = y < 0$
 ㉤ $-2 < y < 0$ 이므로 $-4 < y-2 < -2$

12. a, b, c 가 $a > 0, b > 0, c > 0$ 이고, $c > b > a$ 일 때,
 $\sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(b-c)^2} - \sqrt{(c-a)^2}$ 을 간단히 하면?

[배점 5, 중상]

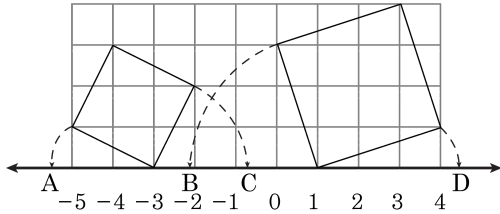
- ① $a+b+c$ ② $a-b-c$ ③ $2b-2c$

- ④ 0 ⑤ $2a-2b$

해설

$a-b < 0, b-c < 0, c-a > 0$ 이므로
 $\sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{(b-c)^2} - \sqrt{(c-a)^2}$
 $= -(a-b) - \{-(b-c)\} - (c-a)$
 $= -a+b+b-c-c+a$
 $= 2b-2c$

13. 다음 그림의 수직선 위의 점 A, B, C, D 에 대응하는 수를 각각 a, b, c, d 라고 할 때, $(b + d) - (a + c)$ 값을 구하여라. (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 8

해설

- (1) 작은 정사각형 한 변의 길이 : $\sqrt{5}$
 $\therefore a = -3 - \sqrt{5}, c = -3 + \sqrt{5}$
 (2) 큰 정사각형 한 변의 길이 : $\sqrt{10}$
 $\therefore b = 1 - \sqrt{10}, d = 1 + \sqrt{10}$
 $\therefore b + d = 1 - \sqrt{10} + 1 + \sqrt{10} = 2$
 $\therefore a + c = -3 - \sqrt{5} + (-3 + \sqrt{5}) = -6$
 따라서 $(b + d) - (a + c) = 2 - (-6) = 8$ 이다.

14. $x^2 = 4, y^2 = 9$ 이고 $x - y$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① -10 ② -5 ③ 0
 ④ 5 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} x &= \pm 2, y = \pm 3 \\ x - y &= -1, 5, -5, 1 \\ \therefore M - m &= 5 - (-5) = 10 \end{aligned}$$

15. 반지름의 길이의 비가 1 : 3 인 두 원이 있다. 이 두 원의 넓이의 합이 $40\pi\text{cm}^2$ 일 때, 작은 원의 반지름의 길이는 몇 cm 인가? [배점 5, 중상]

- ① 1cm ② 2cm ③ 3cm
 ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

작은 원의 반지름을 r 라고 하면, 큰 원의 반지름은 $3r$ 이다.

$$(\text{두 원의 넓이의 합}) = \pi r^2 + \pi(3r)^2 = 10\pi r^2 = 40\pi \text{ cm}^2$$

$$r^2 = 4$$

$$\therefore r = 2 \text{ cm } (\because r > 0)$$

16. 두 자연수 a, b 에 대하여 $\sqrt{270a} = b$ 일 때, $a + b$ 의 최솟값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 120

해설

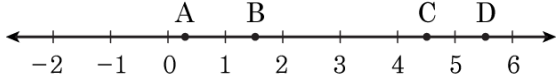
$$\sqrt{270a} = \sqrt{3^3 \times 2 \times 5 \times a}$$

근호 안의 소인수의 지수가 모두 짝수가 되어야 하므로 $a = 3 \times 2 \times 5 = 30$ 이다.

$$a \text{ 를 대입하면 } \sqrt{270a} = \sqrt{3^3 \times 2 \times 5 \times a} = \sqrt{3^4 \times 2^2 \times 5^2} = 3^2 \times 2 \times 5 = b \text{ 이다.}$$

따라서 $b = 90$ 이다.

17. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $\sqrt{12}+2, 3\sqrt{2}-4, 4-2\sqrt{2}, 3+\sqrt{3}$ 이다. 점 A, B, C, D에 대응하는 수를 각각 a, b, c, d 라 할 때, 다음 중 틀린 것은?



[배점 5, 중상]

- ① $a+b=\sqrt{2}$ ② $c+d=3\sqrt{3}+5$
 ③ $3(a+b) > c+d$ ④ $b-a > 0$
 ⑤ $c-d < 0$

해설

$\sqrt{12}+2=5. \times \times \times \leftarrow d$
 $3\sqrt{2}-4=0. \times \times \times \leftarrow a$
 $4-2\sqrt{2}=1. \times \times \times \leftarrow b$
 $3+\sqrt{3}=4. \times \times \times \leftarrow c$
 ③ $a+b=\sqrt{2} \rightarrow 3(a+b)=3\sqrt{2}$
 $c+d=3\sqrt{3}+5$
 $3a+3b-(c+d)=3\sqrt{2}-(3\sqrt{3}+5)=\sqrt{18}-\sqrt{27}-5 < 0$
 $\therefore 3(a+b) < c+d$

18. 두 실수 a, b 가 $a=\sqrt{7}-6, b=\sqrt{3}+\sqrt{7}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

보기

- ㉠ $b-a > 0$ ㉡ $a-b < 0$
 ㉢ $ab < 0$ ㉣ $a+3 < 0$
 ㉤ $b-\sqrt{7} < 2$

[배점 5, 중상]

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡
 ③ ㉡, ㉢, ㉤ ④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉠ $b-a=\sqrt{3}+\sqrt{7}-(\sqrt{7}-6)=-\sqrt{3}+6=\sqrt{36}-\sqrt{9} > 0$
 $\therefore b-a > 0$
 ㉡ $a-b=\sqrt{7}-6-(\sqrt{3}+\sqrt{7})=-6-\sqrt{3}=-\sqrt{36}-\sqrt{3} < 0$
 $\therefore a-b < 0$
 ㉢ $a=\sqrt{7}-6=\sqrt{7}-\sqrt{36} < 0$
 $b=\sqrt{3}+\sqrt{7} > 0$
 $\therefore ab < 0$
 ㉣ $a+3=(\sqrt{7}-6)+3=\sqrt{7}-3=\sqrt{7}-\sqrt{9} < 0$
 $\therefore a+3 < 0$
 ㉤ (좌변) $=b-\sqrt{7}=\sqrt{3}+\sqrt{7}-\sqrt{7}=\sqrt{3}$
 (우변) $=2=\sqrt{4}$
 $\therefore b-\sqrt{7} < 2$

19. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 대소 관계가 옳은 것은?

[배점 5, 중상]

- ① $a^2 > \sqrt{a}$ ② $a > \frac{1}{a}$ ③ $\sqrt{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$
 ④ $\frac{1}{\sqrt{a}} > \frac{1}{a^2}$ ⑤ $\frac{1}{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$0 < a < 1 \rightarrow a$ 를 $\frac{1}{2}$ 라고 놓고 풀자.

① $\frac{1}{4} > \frac{1}{\sqrt{2}}$ (×)

② $\frac{1}{2} > 2$ (×)

③ $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{2}{\sqrt{2}}$ (×)

④ $\sqrt{2} > 4$ (×)

20. $a\sqrt{(-a)^2}$ 의 양의 제곱근을 m , $-\sqrt{0.0144}$ 를 n 이라고 할 때, $m \times 100n$ 의 값은? (단, $a > 0$)

[배점 5, 중상]

- ① $-12a$ ② $12a$ ③ $12a^2$
 ④ $-12a^2$ ⑤ $-120a^2$

해설

$a\sqrt{(-a)^2} = a \times \sqrt{a^2} = a \times a = a^2$ 이므로,

$a\sqrt{(-a)^2}$ 의 양의 제곱근은 a 이다. $\therefore m = a$

$-\sqrt{0.0144} = -\sqrt{(0.12)^2} = -0.12 = n$

$\therefore m \times 100n = a \times 100 \times (-0.12) = -12a$