

단원테스트 클리닉

1. $\sqrt{x^2 + 35} = y$ 이고, x, y 는 자연수일 때, y 의 값을 모두 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 6 ② 9 ③ 14 ④ 18 ⑤ 20

해설

$$\sqrt{x^2 + 35} = y$$

$$x^2 = 1 \text{ 일 때 } y = 6$$

$$x^2 = 289 \text{ 일 때 } y = 18$$

2. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?(단, $a > 0$) [배점 5, 중상]

- ① 모든 수의 제곱근은 항상 2 개이다.
 ② a^2 의 제곱근은 a 이다.
 ③ \sqrt{a} 는 제곱근 a 와 같다.
 ④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 \sqrt{a} 이다.
 ⑤ 모든 자연수의 제곱근은 항상 2 개이다.

해설

- ① 0 의 제곱근은 한 개이고 음수의 제곱근은 없다.
 ② a^2 의 제곱근은 $\pm a$
 ④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\pm\sqrt{a}$

3. 다음 중 무한집합을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

- ① $\{x | 0 < x < 10, x \text{는 정수}\}$
 ② $\{x | 0 < x < 10, x \text{는 무리수}\}$
 ③ $\{x | 0 < x < 10, x \text{는 자연수}\}$
 ④ $\{x | 0 < x < 10, x \text{는 유리수}\}$
 ⑤ $\{x | 0 < x < 10, x \text{는 실수}\}$

해설

조건을 만족하는 유리수, 무리수, 실수는 그 집합의 원소들이 무수히 많으므로, 무한집합이다.

4. 다음 중 그 결과가 반드시 무리수인 것은? [배점 5, 중상]

- ① (무리수) + (무리수)
 ② (무리수) - (무리수)
 ③ (유리수) × (무리수)
 ④ (무리수) ÷ (무리수)
 ⑤ (무리수) - (유리수)

해설

- ① $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ (유리수)
 ② $\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$ (유리수)
 ③ $0 \times \sqrt{2} = 0$ (유리수)
 ④ $\sqrt{2} \div \sqrt{2} = 1$ (유리수)

5. $(-9)^2$ 의 양의 제곱근을 a , $\sqrt{625}$ 의 음의 제곱근을 b 라고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$$(-9)^2 = 81 = (\pm 9)^2$$

$$\therefore a = 9$$

$$\sqrt{625} = 25 = (\pm 5)^2$$

$$\therefore b = -5$$

$$\therefore a + b = 9 - 5 = 4$$

6. $a < 0$ 일 때, $\sqrt{81a^2} \div (-\sqrt{3a})^2 + \sqrt{(-0.5a)^2} \times \left(\sqrt{\frac{1}{5}a}\right)^2$ 을 계산하면? [배점 5, 중상]

① $0.1a^2 - 3$ ② $0.1a^2 + 3$ ③ $0.5a^2 - 3$

④ $0.5a^2 + 3$ ⑤ $a^2 - 3$

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{81a^2} \div (-\sqrt{3a})^2 + \sqrt{(-0.5a)^2} \times \left(\sqrt{\frac{1}{5}a}\right)^2 &= \\ -9a \times \left(-\frac{1}{3a}\right) + (-0.5a) \times \left(-\frac{1}{5}a\right) &= \\ = 3 + 0.1a^2 \end{aligned}$$

7. $-1 < x < 0$ 일 때, 다음 보기 중 그 값이 가장 큰 것을 구하여라.

보기

㉠ $-x^2$

㉡ x

㉢ \sqrt{x}

㉣ $-\frac{1}{x}$

㉤ $-\frac{1}{\sqrt{x}}$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{1}{x}$

해설

$-\frac{1}{x}$ 이 양수이고 1보다 크므로 답이다.

8. 다음 중 옳은 것은? [배점 5, 중상]

① 유리수의 제곱근은 항상 무리수이다.

② 네 변의 길이가 무리수인 직사각형의 넓이는 항상 무리수이다.

③ 서로 다른 두 유리수의 곱은 항상 유리수이다.

④ 순환하지 않는 무한소수도 유리수일 수 있다.

⑤ 모든 유리수의 제곱근은 2개이다.

해설

① 유리수 9의 제곱근은 ± 3 으로 유리수이므로 옳지 않다.

② 가로, 세로의 길이가 각각 $\sqrt{3}$, $\sqrt{12}$ 인 무리수인 직사각형의 넓이는 $\sqrt{36} = 6$ 이 되어 유리수이므로 옳지 않다.

④ 순환하지 않는 무한소수는 모두 무리수이다.

⑤ 0의 제곱근은 1개, -1의 제곱근은 0개이므로 옳지 않다.

따라서 옳은 것을 고르면 ③이다.

9. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? [배점 5, 중상]

- ① 순환하는 무한소수는 반드시 유리수이다.
- ② 서로 다른 두 무리수 사이에는 적어도 하나 이상의 자연수가 존재한다.
- ③ 반지름의 길이가 0 이 아닌 실수인 원의 넓이는 반드시 무리수이다.
- ④ 완전제곱수의 제곱근은 항상 유리수이다.
- ⑤ 서로 다른 두 무리수의 곱은 항상 무리수이다.

해설

② $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 자연수가 존재하지 않는다.
 ⑤ $\sqrt{2}$ 와 $-\sqrt{2}$ 의 곱은 유리수이다.
 따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

10. $x > 0, y < 0$ 일 때, 다음 식을 간단히 한 것 중 옳은 것을 모두 고르면?

- (1) $\sqrt{(x-y)^2} = x-y$
- (2) $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} + \sqrt{(y-x)^2} = 2x$
- (3) $\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} - \sqrt{(x-y)^2} = 2y$

[배점 5, 중상]

- ① (1) ② (2) ③ (3)
- ④ (1), (2) ⑤ (1), (3)

해설

(1) $x-y > 0, \sqrt{(x-y)^2} = x-y$
 (2) $y-x < 0, \sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} + \sqrt{(y-x)^2} = x + (-y) - (y-x) = 2x - 2y$
 (3) $\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} - \sqrt{(x-y)^2} = x - (-y) - (x-y) = x + y - x + y = 2y$

11. $3x - y = 12$ 일 때, $\sqrt{5x+y}$ 가 자연수가 되게 만드는 가장 작은 자연수 x 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:
 ▷ 정답: 2

해설

$3x - y = 12 \Rightarrow y = 3x - 12$
 $\sqrt{5x+y} = \sqrt{5x+3x-12} = \sqrt{8x-12}$
 $\sqrt{8x-12} = 1 \Rightarrow 8x-12 = 1, x = \frac{13}{8}$
 (x 는 자연수가 아니다.)
 $\sqrt{8x-12} = 2 \Rightarrow 8x-12 = 4, x = 2$
 따라서 $x = 2$ 이다.

12. $a < 0$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $-\sqrt{a^2} = -a$
- ㉡ $\sqrt{(3a)^2} = 3a$
- ㉢ $\sqrt{(-2a)^2} = -2a$
- ㉣ $-\sqrt{25a^2} = 5a$
- ㉤ $10\sqrt{100a^2} = 100a$

[배점 5, 중상]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉣ ③ ㉡, ㉣
- ④ ㉡, ㉣, ㉤ ⑤ ㉢, ㉣

해설

㉠ $-\sqrt{a^2} = (-a) = -a$
 ㉡ $\sqrt{(3a)^2} = 3a$
 ㉢ $10\sqrt{100a^2} = 10\sqrt{(10a)^2} = 10 \times (-10a) = -100a$

13. 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ 양수 A 의 제곱근이 a 이면 $A = a^2$ 이다.
- ㉡ a 가 제곱근 16 이면 $a = 4$ 이다.
- ㉢ 제곱근 $\frac{4}{9}$ 의 값은 $\pm\frac{2}{3}$ 이다.
- ㉣ 25 의 제곱근은 ± 5 이다.

[배점 5, 중상]

해설

$$\ominus \text{제곱근 } \frac{4}{9} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

14. 다음 중 수직선에 나타낼 때, 가장 오른쪽에 있는 수는?

$$3 + \sqrt{3} \quad 2\sqrt{3} - 1 \quad 1 + \sqrt{2} \quad \sqrt{3} - 2 \quad 6 - \sqrt{3}$$

[배점 5, 중상]

- ㉠ $3 + \sqrt{3}$
- ㉡ $2\sqrt{3} - 1$
- ㉢ $1 + \sqrt{2}$
- ㉣ $\sqrt{3} - 2$
- ㉤ $6 - \sqrt{3}$

해설

- ㉠ $\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$
 $3 + \sqrt{1} < 3 + \sqrt{3} < 3 + \sqrt{4}$
 $\therefore 4 < 3 + \sqrt{3} < 5$
 - ㉡ $2\sqrt{3} - 1 = \sqrt{12} - 1$
 $\sqrt{9} < \sqrt{12} < \sqrt{16}$
 $\sqrt{9} - 1 < \sqrt{12} - 1 < \sqrt{16} - 1$
 $\therefore 2 < \sqrt{12} - 1 < 3$
 - ㉢ $\sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4}$
 $1 + \sqrt{1} < 1 + \sqrt{2} < 1 + \sqrt{4}$
 $\therefore 2 < 1 + \sqrt{2} < 3$
 - ㉣ $\sqrt{3} - 2 = \sqrt{3} - \sqrt{4} < 0$
 음수이므로 제일 왼쪽에 있다.
 - ㉤ $-\sqrt{4} < -\sqrt{3} < -\sqrt{1}$
 $6 - \sqrt{4} < 6 - \sqrt{3} < 6 - \sqrt{1}$
 $\therefore 4 < 6 - \sqrt{3} < 5$
- ㉠과 ㉤를 비교해 보면
 $3 + \sqrt{3} - (6 - \sqrt{3}) = 2\sqrt{3} - 3 = \sqrt{12} - \sqrt{9} > 0$
 $\therefore 3 + \sqrt{3} > 6 - \sqrt{3}$

15. 다음의 두 식 A, B 에 대하여 $A + B$ 를 계산하여라.

$$A = \sqrt{(3 - \sqrt{10})^2} - \sqrt{(\sqrt{10} - 3)^2}$$

$$B = \sqrt{(3 - 2\sqrt{2})^2} + \sqrt{(2\sqrt{2} - 2)^2}$$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$3 < \sqrt{10}, 2 < 2\sqrt{2} < 3$$

$$A = -(3 - \sqrt{10}) - (\sqrt{10} - 3) = 0$$

$$B = (3 - 2\sqrt{2}) + (2\sqrt{2} - 2) = 1$$

$$\therefore A + B = 0 + 1 = 1$$

16. 다음 식을 간단히 하여라.

$$-\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2} - \sqrt{\left(-\frac{1}{4}\right)^2} \times \sqrt{0.4^2} - \sqrt{(-1.2)^2}$$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: -1.8

해설

$$-\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2} - \sqrt{\left(-\frac{1}{4}\right)^2} \times \sqrt{0.4^2} - \sqrt{(-1.2)^2}$$

$$= -\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \times 0.4 - 1.2$$

$$= -0.5 - 0.1 - 1.2 = -1.8$$

17. $\sqrt{196} \div \sqrt{(-2)^2} + \sqrt{(-3)^4} = x$, $2 \times \sqrt{4^2 \times (-2)^4} - \sqrt{225} = y$, $\sqrt{0.64} - \sqrt{0.01} = z$ 일 때, $x + y + 10z$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 40

해설

$$x = \sqrt{196} \div \sqrt{(-2)^2} + \sqrt{(-3)^4} = 14 \div 2 + 9 = 7 + 9 = 16$$

$$y = 2 \times \sqrt{4^2 \times (-2)^4} - \sqrt{225} = 2 \times 16 - 15 = 32 - 15 = 17$$

$$z = \sqrt{0.64} - \sqrt{0.01} = 0.8 - 0.1 = 0.7$$

따라서 $x + y + 10z = 16 + 17 + 7 = 40$ 이다.

18. $\sqrt{32} - 2$ 와 $\sqrt{8} + 3$ 중 더 작은 수와 $\sqrt{2} + 2$ 와 $\sqrt{3} - 1$ 중 더 큰 수의 합을 구했더니 $a\sqrt{b}$ 였다. $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$$\sqrt{32} - 2 - (\sqrt{8} + 3) < 0 \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{32} - 2 < \sqrt{8} + 3$$

$$\sqrt{2} + 2 - (\sqrt{3} - 1) > 0 \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{2} + 2 > \sqrt{3} - 1$$

두 수의 합은 $\sqrt{32} - 2 + \sqrt{2} + 2 = 4\sqrt{2} + \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$
따라서 $a + b = 7$ 이다.

19. 다음 보기의 수를 각각 제곱근으로 나타낼 때, 근호를 사용하지 않아도 되는 것을 모두 고르면?

보기

- | | |
|-------------------|------------------|
| ㉠ $\sqrt{36}$ | ㉡ 25 |
| ㉢ $\sqrt{(-3)^2}$ | ㉣ 1.6 |
| ㉤ $\frac{49}{9}$ | ㉥ $\frac{81}{6}$ |

[배점 5, 중상]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉡, ㉤
 ④ ㉠, ㉣, ㉤ ⑤ ㉡, ㉣, ㉥

해설

- ㉠ $\sqrt{36} = 6$ 이므로 6의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$ 이다.
 ㉢ $\sqrt{(-3)^2} = 3$ 이므로 3의 제곱근은 $\pm\sqrt{3}$ 이다.
 ㉣ (1.6의 제곱근) = $\pm\sqrt{1.6}$ (1.6은 제곱수가 아니다.)
 ㉤ ($\frac{81}{6}$ 의 제곱근) = $\pm\frac{9}{\sqrt{6}}$

20. 다음 중 옳은 것은?(단, $a > 0, b > 0$)

[배점 5, 중상]

- ① $-\sqrt{0.121} = -0.11$
 ② $\frac{1}{\sqrt{\frac{9}{100}}} = 0.3$
 ③ $\sqrt{(-1)^2}$ 의 제곱근은 -1이다.
 ④ $a > 0$ 이면, $\frac{-\sqrt{(-a)^2}}{a} = -1$ 이다.
 ⑤ $A = -\sqrt{a^2}, B = (\sqrt{-b})^2$ 이면, $A \times B = ab$ 이다.

해설

- ① $-0.11 = -\sqrt{0.11^2} = -\sqrt{0.0121}$
 ② $\frac{1}{\sqrt{\frac{9}{100}}} = \frac{1}{0.3} = \frac{10}{3}$
 ③ $\sqrt{(-1)^2} = 1$ 의 제곱근은 ± 1 이다.
 ⑤ $A = -\sqrt{a^2} = -a, B = (\sqrt{-b})^2 = b$ 이므로 $A \times B = -ab$