

실력 확인 문제

1. $2 \leq \sqrt{2x} < 4$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수는?
[배점 2, 하하]

- ① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개
④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

$2 \leq \sqrt{2x} < 4$ 는 $4 \leq 2x < 16$ 이다. 따라서 $2 \leq x < 8$ 이므로 자연수 x 는 2, 3, 4, 5, 6, 7로 6개이다.

2. 다음 중 두 실수의 대소 관계가 옳지 않은 것은?

- ㉠ $\sqrt{21} + 3 < \sqrt{19} - 4$
㉡ $\sqrt{19} - \sqrt{5} > \sqrt{15} - \sqrt{7}$
㉢ $\sqrt{15} + 3 > \sqrt{15} + 2$

[배점 2, 하하]

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $\sqrt{21} + 3 - (\sqrt{19} - 4) = \sqrt{21} - \sqrt{19} + 7 > 0$
 $\therefore \sqrt{21} + 3 > \sqrt{19} - 4$
㉡ $(\sqrt{19} - \sqrt{5}) - (\sqrt{15} - \sqrt{7}) = (\sqrt{19} - \sqrt{15}) + (\sqrt{7} - \sqrt{5}) > 0 \therefore \sqrt{19} - \sqrt{5} > \sqrt{15} - \sqrt{7}$
㉢ $(\sqrt{15} + 3) - (\sqrt{15} + 2) = 3 - 2 > 0$

3. 다음 중 대소비교가 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ $\sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5}$
㉡ $4 - \sqrt{5} > 3 - \sqrt{6}$
㉢ $\sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5} - 1$

[배점 2, 하하]

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉡, ㉢
④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $\sqrt{5} - \sqrt{2} - \sqrt{5} = -\sqrt{2} < 0$
 $\therefore \sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5}$
㉡ $4 - \sqrt{5} - (3 - \sqrt{6}) = 1 - \sqrt{5} + \sqrt{6} = \sqrt{6} - \sqrt{5} + 1 > 0$
 $\therefore 4 - \sqrt{5} > 3 - \sqrt{6}$
㉢ $\sqrt{5} - \sqrt{2} - (\sqrt{5} - 1) = -\sqrt{2} + 1 < 0$
 $\therefore \sqrt{5} - \sqrt{2} < \sqrt{5} - 1$

4. 다음 중 가장 큰 값은?

[배점 2, 하하]

- ① $\sqrt{4^2} - \sqrt{2^2}$
- ② $\sqrt{3^2} + \sqrt{2^2}$
- ③ $\sqrt{(-5)^2} - \sqrt{(-2)^2}$
- ④ $\sqrt{3^2} - \sqrt{(-2)^2}$
- ⑤ $\sqrt{25} + (-\sqrt{2})^2$

해설

- ① $\sqrt{4^2} - \sqrt{2^2} = 4 - 2 = 2$
 - ② $\sqrt{3^2} + \sqrt{2^2} = 3 + 2 = 5$
 - ③ $\sqrt{(-5)^2} - \sqrt{(-2)^2} = 5 - 2 = 3$
 - ④ $\sqrt{3^2} - \sqrt{(-2)^2} = 3 - 2 = 1$
 - ⑤ $\sqrt{25} + (-\sqrt{2})^2 = 5 + 2 = 7$
- 이므로 $\sqrt{25} + (-\sqrt{2})^2$ 가 가장 크다.

5. $\sqrt{40-x}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수 x 는?

[배점 2, 하하]

- ① 1
- ② 4
- ③ 7
- ④ 10
- ⑤ 15

해설

$\sqrt{36}$ 이므로 $x = 4$ 이다.

6. 다음 부등식을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라.
 $\sqrt{2} < x < \sqrt{17}$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3개

해설

제곱하면 $2 < x^2 < 17$ 이므로 성립하는 자연수 x 는 2, 3, 4 이다. 따라서 3개이다.

7. 다음 중 두 실수의 대소 관계가 옳지 않은 것은?

[배점 2, 하중]

- ① $\sqrt{5} - 1 > 1$
- ② $5 - \sqrt{5} > 5 - \sqrt{6}$
- ③ $\sqrt{2} - 1 < \sqrt{3} - 1$
- ④ $\sqrt{18} + 2 > \sqrt{15} + 2$

⑤ $-\sqrt{6} > -\sqrt{5}$

해설

⑤ $-\sqrt{6} - (-\sqrt{5}) = -\sqrt{6} + \sqrt{5} < 0$
 $\therefore -\sqrt{6} < -\sqrt{5}$

8. 다음 중 계산 한 값이 옳은 것은? [배점 2, 하중]

- ① $\sqrt{3^2} - \sqrt{(-5)^2} + \sqrt{2^2} = 10$
 ② $\sqrt{(-2)^2} - (-\sqrt{3})^2 - \sqrt{5^2} = 0$
 ③ $\sqrt{(\frac{2}{5})^2} + \sqrt{\frac{9}{25}} - \sqrt{(\frac{6}{5})^2} = -\frac{1}{5}$
 ④ $\sqrt{2^2} \times \sqrt{(\frac{1}{2})^2} + \sqrt{(-\frac{1}{2})^2} = 0$
 ⑤ $\sqrt{3^2} + \sqrt{4^2} - \sqrt{(-5)^2} = 12$

해설

- ① $\sqrt{3^2} - \sqrt{(-5)^2} + \sqrt{2^2} = 3 - 5 + 2 = 0$
 ② $\sqrt{(-2)^2} - (-\sqrt{3})^2 - \sqrt{5^2} = 2 - 3 - 5 = -6$
 ③ $\sqrt{(\frac{2}{5})^2} + \sqrt{\frac{9}{25}} - \sqrt{(\frac{6}{5})^2} = \frac{2}{5} + \frac{3}{5} - \frac{6}{5} = -\frac{1}{5}$
 ④ $\sqrt{2^2} \times \sqrt{(\frac{1}{2})^2} + \sqrt{(-\frac{1}{2})^2} = 2 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$
 ⑤ $\sqrt{3^2} + \sqrt{4^2} - \sqrt{(-5)^2} = 3 + 4 - 5 = 2$

9. 다음 중 제곱근을 구할 수 있는 수를 모두 고르면? [배점 2, 하중]

- ① 7 ② 3 ③ -25
 ④ -9 ⑤ -4

해설

(7의 제곱근) = $\pm\sqrt{7}$, (3의 제곱근) = $\pm\sqrt{3}$
 제곱해서 음수가 되는 수는 없으므로 음수의 제곱근은 없다.

10. 다음 중 가장 큰 수는? [배점 2, 하중]

- ① $\sqrt{(-7)^2}$ ② $-(-\sqrt{3})^2$ ③ $\sqrt{20}$
 ④ 6 ⑤ $\sqrt{45}$

해설

- ① $7 = \sqrt{49}$
 ② -3
 ③ $\sqrt{20}$
 ④ $6 = \sqrt{36}$
 ⑤ $\sqrt{45}$

11. $\sqrt{10+x}$ 의 값이 가장 작은 자연수가 되도록 하는 자연수 x 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\sqrt{10+x} = 4$$

$$\therefore x = 6$$

12. 다음 중 수직선 위에서 $-\sqrt{10}$ 과 3 사이에 있는 수에 대한 설명으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

[배점 3, 하상]

- ① 무리수는 무수히 많다.
- ② 범위 안의 모든 수를 $\frac{n}{m}$ 으로 나타낼 수 있다.
- ③ 정수는 6 개가 있다.
- ④ 자연수는 3 개가 있다.
- ⑤ 실수는 무수히 많다.

해설

$3 < \sqrt{10} < 4$ 에서 $-4 < -\sqrt{10} < -3$ 이므로 범위는 $-3. \times \times \times \sim 3$
 ② 범위 안의 모든 수를 $\frac{n}{m}$ 으로 나타낼 수 있다.
 → 실수 중 유리수만이 $\frac{n}{m}$ 으로 나타낼 수 있다.
 ④ 자연수는 3 개가 있다. → 1, 2 . 두 개 있다.

13. $1 < x < 3$ 일 때, $\sqrt{(x-3)^2} + \sqrt{(x+1)^2}$ 을 간단히 하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{(x-3)^2} + \sqrt{(x+1)^2} \\ &= -(x-3) + x+1 = 4 \end{aligned}$$

14. $a > 0$ 일 때, 다음 계산에서 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 3, 하상]

- ① $\sqrt{64a^2} - \sqrt{a^2} = 7a$
- ② $-\sqrt{9a^2} - \sqrt{(-3a)^2} = -12a$
- ③ $\sqrt{(7a)^2} + \sqrt{(-7a)^2} = 14a$
- ④ $(-\sqrt{3a})^2 + (-\sqrt{4a^2}) = 8a$
- ⑤ $(-\sqrt{3a})^2 + (-\sqrt{(2a)^2}) = a$

해설

$$\begin{aligned} ② & -\sqrt{9a^2} - \sqrt{(-3a)^2} = -3a - 3a = -6a \\ ④ & (-\sqrt{3a})^2 + (-\sqrt{4a^2}) = 3a + (-2a) = a \end{aligned}$$

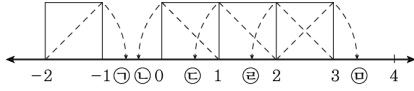
15. 세 수 $1 + \sqrt{2}$, $\sqrt{5} + \sqrt{2}$, $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ 를 작은 순서대로 바르게 나타낸 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\sqrt{2} + \sqrt{3} < 1 + \sqrt{2} < \sqrt{5} + \sqrt{2}$
- ② $\sqrt{2} + \sqrt{3} < \sqrt{5} + \sqrt{2} < 1 + \sqrt{2}$
- ③ $1 + \sqrt{2} < \sqrt{5} + \sqrt{2} < \sqrt{2} + \sqrt{3}$
- ④ $1 + \sqrt{2} < \sqrt{2} + \sqrt{3} < \sqrt{5} + \sqrt{2}$
- ⑤ $\sqrt{5} + \sqrt{2} < \sqrt{2} + \sqrt{3} < 1 + \sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} & 1 + \sqrt{2} - (\sqrt{2} + \sqrt{3}) = 1 - \sqrt{3} < 0 \therefore 1 + \sqrt{2} < \sqrt{2} + \sqrt{3} \\ & \sqrt{2} + \sqrt{3} - (\sqrt{5} + \sqrt{2}) = \sqrt{3} - \sqrt{5} < 0 \\ & \therefore \sqrt{2} + \sqrt{3} < \sqrt{5} + \sqrt{2} \\ & \text{따라서 } 1 + \sqrt{2} < \sqrt{2} + \sqrt{3} < \sqrt{5} + \sqrt{2} \text{ 이다.} \end{aligned}$$

16. 다음 수직선 위의 점 ㉠ ~ ㉤ 중에서 $2 - \sqrt{2}$ 에 대응하는 점은?
(단, 수직선 위의 각 사각형은 한 변의 길이가 1 인 정사각형)



[배점 3, 하상]

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉣ ⑤ ㉤

해설

대각선의 길이가 $\sqrt{2}$ 이므로 2 에서 대각선의 길이만큼 왼쪽으로 간 지점이 $2 - \sqrt{2}$ 이다.

17. $(0.1)^2$ 의 음의 제곱근을 A , 25 의 제곱근의 개수를 B 라고 할 때, $10A + B$ 값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 1

해설

$(0.1)^2 = 0.01$ 이고

$(0.1)^2$ 의 음의 제곱근 = -0.1 이다.

$A = -0.1$

25 는 양수이므로

25 의 제곱근 = ± 5 이고,

개수는 2 개다.

$B = 2$

$\Rightarrow 10A + B = 10 \times (-0.1) + 2 = -1 + 2 = 1$

18. $0 < x$ 일 때, $\sqrt{x^2} + \sqrt{(x+3)^2}$ 를 간단히 하면?

[배점 3, 중하]

- ① 3 ② $x + 3$ ③ $x - 3$
④ $2x$ ⑤ $2x + 3$

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{x^2} + \sqrt{(x+3)^2} \\ &= x + (x+3) \\ &= 2x + 3 \end{aligned}$$

19. 다음 중 부등호가 다른 하나는? [배점 3, 중하]

- ① $6\sqrt{3} \square 2\sqrt{3}$ ② $2 + \sqrt{3} \square \sqrt{5} + 1$
③ $\sqrt{2} - 1 \square 1 - \sqrt{2}$ ④ $\sqrt{5} - 2 \square 0$
⑤ $-4 \square -\sqrt{16}$

해설

①, ②, ③, ④ : >

⑤ : =

20. 다음 세 수 a, b, c 의 대소 비교를 하여라.

$$a = 2\sqrt{3} - 1, b = 3\sqrt{2} - 1, c = 9 - 3\sqrt{3}$$

[배점 3, 중하]

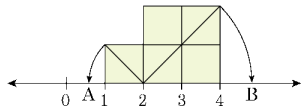
▶ 답 :

▷ 정답 : $a < b < c$

해설

$$\begin{aligned} a &= 2\sqrt{3} - 1 = \sqrt{12} - 1 \\ b &= 3\sqrt{2} - 1 = \sqrt{18} - 1 \\ c &= 9 - 3\sqrt{3} = 9 - \sqrt{27} \\ c - b &= 9 - 3\sqrt{3} - 3\sqrt{2} + 1 \\ &= 10 - 3(\sqrt{3} + \sqrt{2}) > 0 \quad \therefore c > b \\ \therefore c > b > a \end{aligned}$$

21. 아래 수직선 위의 두 점 A, B 에 대응하는 수를 각각 A, B 라고 할 때 선분 AB 의 길이를 구하 여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} \text{작은 정사각형의 대각선의 길이는 } \sqrt{2} \\ \sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

22. 다음 중에서 순환하지 않는 무한소수로만으로 이루어진 집합으로 옳은 것을 고르면? [배점 3, 중하]

① $A = \{\sqrt{21}, -\sqrt{7}, 0.5\}$

② $A = \{\sqrt{121}, \sqrt{5} - 1, \sqrt{21}\}$

③ $A = \{-\sqrt{6}, \sqrt{3+2}, -\sqrt{1}\}$

④ $A = \left\{-\sqrt{\frac{1}{3}}, \sqrt{0.36}, \frac{\sqrt{4}}{2}\right\}$

⑤ $A = \left\{\frac{\sqrt{2}}{3}, \sqrt{8.1}, \sqrt{4+3\sqrt{2}}\right\}$

해설

① $0.\dot{5} = \frac{5}{9}$ 은 유리수이다.

② $\sqrt{121} = 11$ 은 유리수이다.

③ $-\sqrt{1} = -1$ 은 유리수이다.

④ $\sqrt{0.36} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}, \frac{\sqrt{4}}{2} = \frac{2}{2} = 1$ 은 유리수이다.

23. 다음 중 유리수는 모두 몇 개인지 구하여라.

$$\sqrt{12}, -3, \frac{1}{2}, \sqrt{4}, 0.\dot{1}\dot{3}, 6.2345235 \dots$$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4 개

해설

$$-3, \frac{1}{2}, \sqrt{4} = 2, 0.\dot{1}\dot{3} = \frac{13}{99}$$

24. $A = \sqrt{5} + \sqrt{3}$, $B = \sqrt{5} + 1$, $C = 3 + \sqrt{3}$ 일 때, 가장 작은 수는? [배점 3, 중하]

- ① A ② B
 ③ C ④ $A = C$
 ⑤ $A = B = C$

해설

$A - B = (\sqrt{5} + \sqrt{3}) - (\sqrt{5} + 1) = \sqrt{3} - 1 > 0$
 $A - C = (\sqrt{5} + \sqrt{3}) - (3 + \sqrt{3}) = \sqrt{5} - 3 < 0$
 따라서 $B < A < C$ 이다.

25. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $a > 0$ 일 때, a 의 제곱근은 $\pm\sqrt{a}$ 이다.
 ㉡ 5 의 제곱근은 $\pm\sqrt{5}$ 이다.
 ㉢ -9 의 제곱근은 -3 이다.
 ㉣ 0 의 제곱근은 0 이다.
 ㉤ 음수의 제곱근은 1 개이다.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉢

▶ 정답 : ㉤

해설

㉢ -9 의 제곱근은 존재하지 않는다.
 ㉤ 음수의 제곱근은 없다.

26. $\sqrt{\sqrt{x}}$ 가 3 의 양의 제곱근일 때, x 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 9

해설

$\sqrt{\sqrt{x}} = \sqrt{3}$, $\sqrt{x} = 3$
 $\therefore x = 9$

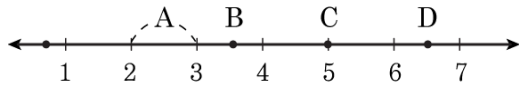
27. $\sqrt{54-x}$ 가 자연수가 되는 양의 정수 x 의 값들의 합은? [배점 4, 중중]

- ① 60 ② 116 ③ 155
 ④ 197 ⑤ 238

해설

$\sqrt{54-x}$ 가 자연수가 되기 위해서는,
 $54-x =$ 완전제곱수가 되어야 한다.
 $54-x = 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49$
 $\therefore x = 5 + 18 + 29 + 38 + 45 + 50 + 53 = 238$

28. 다음은 수직선을 보고 설명한 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



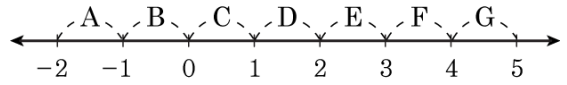
[배점 4, 중중]

- ① $2\sqrt{3}$ 에 대응하는 점은 B이다.
- ② A 구간에는 유한 개의 유리수가 존재한다.
- ③ $\sqrt{3} + 1$ 은 $3 - \sqrt{3}$ 보다 오른쪽에 위치한다.
- ④ 점 B와 점 D 사이의 정수는 모두 3개이다.
- ⑤ $2\sqrt{5} + 2$ 는 점 D에 대응한다.

해설

- ② A 구간에는 무한 개의 유리수가 존재한다.

29. 다음 수들이 위치하는 구간과 바르게 연결되지 않은 것은?



[배점 4, 중중]

- ① $1 - \sqrt{2} : B$
- ② $1 + \sqrt{2} : E$
- ③ $2 + \sqrt{5} : G$
- ④ $2 - \sqrt{3} : C$
- ⑤ $\sqrt{5} - 4 : D$

해설

- ① $-\sqrt{4} < -\sqrt{2} < -\sqrt{1}$
 $1 - \sqrt{4} < 1 - \sqrt{2} < 1 - \sqrt{1}$
 $\therefore -1 < 1 - \sqrt{2} < 0 : B$
- ② $\sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4}$
 $1 + \sqrt{1} < 1 + \sqrt{2} < 1 + \sqrt{4}$
 $\therefore 2 < 1 + \sqrt{2} < 3 : E$
- ③ $\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$
 $2 + \sqrt{4} < 2 + \sqrt{5} < 2 + \sqrt{9}$
 $\therefore 4 < 2 + \sqrt{5} < 5 : G$
- ④ $-\sqrt{4} < -\sqrt{3} < -\sqrt{1}$
 $2 - \sqrt{4} < 2 - \sqrt{3} < 2 - \sqrt{1}$
 $\therefore 0 < 2 - \sqrt{3} < 1 : C$
- ⑤ $\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$
 $\sqrt{4} - 4 < \sqrt{5} - 4 < \sqrt{9} - 4$
 $\therefore -2 < \sqrt{5} - 4 < -1 : A$

30. $a > 0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

[배점 4, 중중]

① $\sqrt{a^2} = a$

② $(-\sqrt{a})^2 = a$

③ $-\sqrt{(-a)^2} = a$

④ $(\sqrt{a})^2 = a$

⑤ $-\sqrt{a^2} = -a$

해설

$a > 0$ 일 때,

① $\sqrt{a^2} = a$

② $(-\sqrt{a})^2 = a$

③ $-\sqrt{(-a)^2} = -\sqrt{a^2} = -a$

④ $(\sqrt{a})^2 = a$

⑤ $-\sqrt{a^2} = -a$